СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 6968

В.Н.Стрельцов

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОДНОВРЕМЕННОСТИ В СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

P2 - 6968

В.Н.Стрельцов

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОДНОВРЕМЕННОСТИ В СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

S u m m a r y

Possible formulation of a special theory of relativity is considered for the case when in the known formula $t_B = t_1 + \epsilon(t_2 - t_1)$, describing the moment of light signal reflection in an outlying point and defining the notion of sumaltaneity, ϵ is not obligatory equal to 1/2 but can have the value of $0 < \epsilon < 1$. The transformation formulae for coordinates, obtained in this case, have the form $x' = (x - v_1 t)[v_1/v_2 - v_1^2/(c_1 c_2)]^{-1/2}$, $t' = \{t - [v_2/(c_1 c_2)]x\}[v_2/v_1 - v_2^2/(c_1 c_2)]^{-1/2}$, where c_1 and c_2 are the velocities of light propagation and v_1 and v_2 are the velocities of the matter object motion in a direct and inverse directions. Their connection with the corresponding values in an ordinary definition of simultaneity is described by the following $c_1 = c/2\epsilon$, $c_2 = c/(2 - 2\epsilon)$ and $v_{1,2}^{-1} = v^{-1} \pm (2\epsilon - 1)c^{-1}$.

Как известно, в специальной теории относительности время в некоторой удаленной от наблюдателя точке /B/ определяется, например, с помощью следующего опыта. Наблюдатель /находящийся в точке A/ посылает в точку B /в момент времени t_1 / световой сигнал, сигнал отражается в указанной точке и возвращается назад в момент времени t_2. При этом моменту отражения сигнала приписывается время $t_B = (t_1 + t_2)/2$, или $t_B = t_1 + \epsilon(t_2 - t_1)$, где $\epsilon = 1/2$. Однако, поскольку непосредственным результатом рассматриваемого опыта являются величины t_1 и t_2, то выбор $\epsilon = 1/2$ - условное соглашение. Поэтому очевидно, что более общим будет такой подход, в котором ϵ не обязательно равно $1/2$, а может принимать любые значения, заключенные в пределах $0 \le \epsilon \le 1$. При этом ясно, например, что в случае $\epsilon \ne 1/2$ скорости распространения физических сигналов в прямом и обратном направлениях должны отличаться*.

Ниже мы проследим, как должны будут изменяться основные формулы специальной теории относительности в рамках этого более общего подхода **. Для простоты мы ограничимся рассмотрением одномерного случая. Его обобщение на трехмерный с помощью введения угловой зависимости для параметра ϵ в виде /1/

$$\epsilon(\theta) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(1 - 2\epsilon_0)\cos\theta[1 - (1 - 2\epsilon_0)^2 \sin^2\theta]^{-1/2},$$

где θ - угол, отсчитываемый от оси OX, особого труда не представляет.

---

* Детальное обсуждение вопросов, связанных с рассматриваемой проблемой, и библиографию можно найти в работе А.А.Тяпкина /1/.

** Отмеченные результаты впервые были доложены на семинаре Лаборатории высоких энергий весной 1966 года.

Однако прежде, чем перейти к непосредственному рассмотрению сформулированной выше проблемы, мы хотим обратить внимание на следующее. Казалось бы, проблема определения времени в точке В может быть просто решена перенесением часов с бесконечно малой скоростью из точки А в точку В. Но очевидно, что введение понятия скорости уже предполагает решенной проблему определения времени /одновременности/ в различных точках пространства. Иными словами, последний опыт не может считаться независимым по отношению к рассмотренному выше опыту с посылкой светового сигнала.

§1. Формулы преобразования для координат

Теперь условие неизменности уравнений распространения света туда и обратно /при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой/ запишется в виде следующих двух уравнений:

$$x' - c_1 t' = \mu(x - c_1 t), \qquad /1/$$
$$x' + c_2 t' = \nu(x + c_2 t),$$

где $c_1 = c/2\epsilon$, $c_2 = c/2(1-\epsilon)$, а μ и ν - коэффициенты, подлежащие определению.
Складывая и вычитая, получим

$$x' = \frac{\mu c_2 + \nu c_1}{c_1 + c_2} x - \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}(\mu - \nu) t,$$

$$t' = \frac{\mu c_1 + \nu c_2}{c_1 + c_2} t - \frac{\mu - \nu}{c_1 + c_2} x. \qquad /2/$$

Обозначая через v_1 скорость движения начала системы отсчета $K'(x' = 0)$ относительно K, будем иметь

$$v_1 = \frac{(\mu - \nu) c_1 c_2}{\mu c_2 + \nu c_1}.$$

Откуда следует, что

$$\nu = \frac{1 - v_1/c_1}{1 + v_1/c_2}\mu.$$

Опираясь на последний результат, перепишем формулы /2/ в виде

$$x' = \frac{\mu}{1 + v_1/c_2}(x - v_1 t),$$
$$t' = \frac{\mu}{1 + v_1/c_2}\left(\frac{v_1}{v_2} t - \frac{v_1}{c_1 c_2} x\right). \qquad /2а/$$

Отметим здесь, что в рамках рассматриваемого подхода скорость движения начала системы отсчета K относительно K', которую мы обозначим через v_2, уже не будет равна v_1. При этом на основании условия равенства разностей времени прохождения одного и того же расстояния материальным телом и светом в прямом и обратном направлениях получим равенство

$$\frac{1}{v_1} - \frac{1}{c_1} = \frac{1}{v_2} - \frac{1}{c_2}. \qquad /3/$$

Для определения коэффициента μ воспользуемся принципом относительности. Чтобы найти, как будут восприниматься показания часов K'-системы наблюдателем K-системы, мы должны подставить в /2а/ вместо x' определенную величину, например $x' = 0$. В результате будем иметь

$$t = \frac{v_2(1 + v_1/c_2)}{\mu v_1[1 - v_1 v_2/(c_1 c_2)]} t'.$$

Таким образом, двум показаниям часов K'-системы, отличающимся между собой на 1 сек $(t' = 1)$, по наблюдениям из K-системы будет соответствовать длительность

$$\Delta t = \frac{v_2(1+v_1/c_2)}{\mu v_1[1-v_1v_2/(c_1c_2)]}.$$

Если мы встанем на точку зрения наблюдателя K'-системы, то после аналогичных рассуждений получим

$$t' = \frac{v_1}{v_2}\cdot\frac{\mu}{1+v_1/c_2}\, t .$$

Отсюда заключаем, что две точки оси t, отстоящие на 1 сек /относительно K /, наблюдателю K' -системы будут казаться отстоящими на величину

$$\Delta t' = \frac{v_1}{v_2}\cdot\frac{\mu}{1+v_1/c_2} .$$

Согласно вышеизложенному отношение времен Δt и $\Delta t'$ должно определяться отношением скоростей движения в прямом и обратном направлениях, т.е. должно выполняться равенство

$$v_1\Delta t = v_2\Delta t', \qquad /4/$$

на основании которого будем иметь

$$\mu = \frac{1+v_1/c_2}{[v_1/v_2-v_1^2/(c_1c_2)]^{1/2}} .$$

Подставив значение μ в формулы /2а/, найдем:

$$x' = \frac{x-v_1t}{[v_1/v_2-v_1^2/(c_1c_2)]^{1/2}},\quad t' = \frac{t-[v_2/(c_1c_2)]x}{[v_2/v_1-v_2/(c_1c_2)]^{1/2}} . \qquad /5/$$

Тогда как для обратных преобразований будем иметь:

$$x = \frac{x'+v_2t'}{[v_2/v_1-v_2^2/(c_1c_2)]^{1/2}},\quad t = \frac{t'+[v_1/(c_1c_2)]x'}{[v_1/v_2-v_1^2/(c_1c_2)]^{1/2}} . \qquad /5a/$$

Полученные таким образом преобразования будут оставлять инвариантной квадратичную форму следующего вида:

$$s^2 = c_1c_2t^2-(c_2-c_1)xt - x^2, \qquad /6/$$

которая, в частности, может быть записана в форме

$$s^2 = c_1c_2t^2\left(\frac{v_1}{v_2}-\frac{v_1^2}{c_1c_2}\right). \qquad /6a/$$

§2. *Движущиеся часы и масштабы*

Опираясь на вторую формулу /5а/, найдем, что интервалу времени $\Delta t'$ по часам, покоящимся в системе отсчета $K'(x'=0)$ при наблюдении из K-системы, где данные часы движутся, будет соответствовать временой интервал

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{[v_1/v_2-v_1^2/(c_1c_2)]^{1/2}} . \qquad /7/$$

Если далее мы воспользуемся часами и световыми сигналами для определения длины некоторого масштаба, то в системе отсчета K', где данный масштаб покоится, будем иметь

$$\ell' = \frac{c_1c_2}{c_1+c_2}\,\Delta t' .$$

Здесь $\Delta t'$ - время распространения света от одного конца масштаба /для определенности, левого/ до другого /правого/ и обратно.

Одиако, коль скоро в рассматриваемом подходе скорости света в прямом и обратном направлениях могут различаться, то для определения длины данного масштаба в K-системе, где он движется, необходимо, кроме измерения времени Δt, соответствующего $\Delta t'$, провести дополнительное измерение.* Мож-

* Такой шаг вызывает определенное чувство неудовлетворенности, которое, однако, можно отнести за счет непривычности рассматриваемой схемы.

но, например, измерить расстояние, пройденное левым концом масштаба от момента излучения светового сигнала до момента его возвращения. Тогда длина движущегося масштаба /как полусумма расстояний, пройденных светом от левого конца к правому и обратно к левому концу/ будет определяться выражением

$$\ell = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \Delta t + \frac{\Delta x}{2} \cdot \frac{c_1 - c_2}{c_1 + c_2} .$$

При этом связь величин ℓ и ℓ' будет описываться формулой

$$\ell = \frac{\ell'}{2} \cdot \frac{1 + v_1/v_2}{[v_1/v_2 - v_1^2/(c_1 c_2)]^{1/2}} . \qquad /8/$$

§3. Правило сложения скоростей

Если мы скомбинируем два частных преобразования /5/ с относительными скоростями v_1 и u_1, то для результирующего преобразования, например координаты x, будем иметь

$$x'' = \frac{[1 + v_1 u_1/(c_1 c_2)]x - (v_1 + v_1 u_1/v_2)t}{[v_1/v_2 - v_1^2/(c_1 c_2)]^{1/2} [u_1/u_2 - u_1^2/(c_1 c_2)]^{1/2}} .$$

Откуда для скорости w_1 указанного преобразования получим формулу

$$w_1 = \frac{v_1 + v_1 u_1/v_2}{1 + v_1 u_1/(c_1 c_2)} = \frac{u_1 + u_1 v_1/u_2}{1 + u_1 v_1/(c_1 c_2)} , \qquad /9/$$

которая и будет выражать собой правило сложения скоростей v_1 и u_1.

При этом будем иметь также, что

$$\frac{[v_1 v_2 - v_1^2/(c_1 c_2)]^{1/2} [u_1/u_2 - u_1^2/(c_1 c_2)]^{1/2}}{1 + v_1 u_1/(c_1 c_2)} = \left(\frac{w_1}{w_2} - \frac{w_1^2}{c_1 c_2}\right)^{1/2} .$$

§4. Энергия, импульс

Для того, чтобы получить выражение для импульса и энергии, введем волновой вектор, компоненты которого k_x и ν определяются с помощью следующих равенств:

$$k = -\partial N/\partial x , \quad \nu = \partial N/\partial t , \qquad /10/$$

где N - скалярная функция. Тогда на основании /5/ для формул преобразования k_x и ν будем иметь:

$$k_x = \left(k' + \frac{v_1}{c_1 c_2} \nu'\right)\gamma ,$$

$$\nu = \left(\frac{v_1}{v_2} \nu' + v_1 k'_x\right)\gamma ,$$

где $\gamma = [v_1/v_2 - v_1^2/(c_1 c_2)]^{-1/2} = [(1 - v_1/c_1)(1 + v_1/c_2)]^{-1/2}$

Опираясь далее на известные равенства $p_x = \hbar k_x$ и $E = \hbar\nu$, найдем

$$p_x = \left(p'_x + \frac{v_1}{c_1 c_2} E'\right)\gamma , \qquad /11/$$

$$E = \left(\frac{v_1}{v_2} E' + v_1 p'_x\right)\gamma . \qquad /12/$$

Из полученных таким образом формул преобразования для p_x и E следует, что покоящаяся с точки зрения K'-системы частица $(p'_x = 0)$ в K -системе будет обладать импульсом

$$p_x = \frac{E'}{c_1 c_2} v_1 \gamma \qquad /13/$$

и энергией

$$E = \frac{v_1}{v_2} E' \gamma . \qquad /14/$$

В случае малых скоростей движения, когда величины отношения v_1/c_1 и v_1/c_2 достаточно малы и ими можно пренебречь по сравнению с единицей,* выражение /13/ для импульса упростится и будет иметь вид

$$p_x = \left(\frac{E'}{c_1 c_2}\right) v_1 . \qquad /15/$$

Коль скоро, с другой стороны, в случае малых скоростей импульс частицы определяется как произведение массы (m) на скорость, то на основании /15/ можно заключить, что в рассматриваемом случае энергия покоя частицы должна определяться выражением

$$E' = m c_1 c_2 .$$

Литература

1. А.А.Тяпкин. УФН, 106, 617 /1972/, 1.

Рукопись поступила в издательский отдел
27 февраля 1973 года.

---

* Здесь для определенности полагаем, что $c_2 > c_1$.