СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 6943

П.С.Исаев, В.И. Хлесков

ВЛИЯНИЕ ВЫБОРА ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ФАЗ $\pi\pi$ -РАССЕЯНИЯ НА СЕЧЕНИЯ РЕАКЦИЙ $\gamma+\gamma\to\pi+\pi$ И $\gamma+\gamma\to\gamma+\gamma$

1973

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 6943

П.С. Исаев, В.И. Хлесков

ВЛИЯНИЕ ВЫБОРА ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ФАЗ $\pi\pi$ -РАССЕЯНИЯ НА СЕЧЕНИЯ РЕАКЦИЙ $\gamma+\gamma\to\pi+\pi$ И $\gamma+\gamma\to\gamma+\gamma$

Запуск и эксплуатация встречных электрон-позитронных ускорителей с энергией пучков 2–5 Гэв делает возможным экспериментальное изучение процессов взаимодействия света со светом $\gamma+\gamma \longrightarrow$ адроны [1-2]. При этих энергиях существенную роль в реакциях взаимодействия встречных пучков с образованием других частиц начинают играть двухфотонные процессы, т.е. такие, в которых конечные частицы порождаются парой виртуальных фотонов.

С этой точки зрения интересно экспериментальное изучение реакции взаимодействия двух γ – квантов с образованием пары π – мезонов. Исследование этого процесса позволило бы получить ряд сведений о $\pi\pi$ – взаимодействии (изучение фаз $\pi\pi$ – рассеяния, возможных σ, f и др. резонансов) и проверить справедливость различных теоретических предсказаний для этой реакции.

В нашей работе [3] был проведен детальный теоретический анализ процесса $\gamma+\gamma \longrightarrow \pi+\pi$ в области низких энергий с помощью метода дисперсионных соотношений. Дисперсионные сингулярные интегральные уравнения для парциальных волн рассматриваемого процесса были получены на основе аналитических свойств амплитуд по переменной прямого канала $t=(\kappa+\kappa')^2$ (κ и κ' - четырехимпульсы первоначальных фотонов), а также из условия двухчастичной унитарности (двухпионное промежуточное состояние) и решались по методу Мусхелишвили-Гахова[4] сведением их к краевой задаче Римана. Решение подобной задачи в частном случае нулевых асимптотик фаз $\pi\pi$ -рассеяния $\delta^{T}_{l}(t)$ (при $t\to\infty$) единственно и записывается в виде[4]:

$$T^{(T)}_{\alpha\beta}(t)^{(1)}_{l} = X^{+}(t)A^{+}_{\alpha\beta}(t)+B^{(T)}_{\alpha\beta}(t)_{l}$$

$$X^{+}(t)=e^{i\delta^{(T)}_{l}(t)}\exp\left\{\frac{t}{\pi}P\int_{4\mu_\pi^2}^{\infty}\frac{\delta^{(T)}_{l}(t')}{t'(t'-t)}dt'\right\} \qquad (I)$$

$$A^{+}_{\alpha\beta}(t)=\frac{t}{\pi}\int_{4\mu_\pi^2}^{\infty}\frac{e^{i\delta^{(T)}_{l}(x)}\sin\delta^{(T)}_{l}(x)\,B^{(T)}_{\alpha\beta}(x)_{l}}{x(x-t-i\varepsilon)X^{+}(x)}dx .$$

Здесь $T^{(T)}_{\alpha\beta}(t)^{(1)}_{l}$ - амплитуда парциальной l - волны процесса $\gamma+\gamma\to\pi+\pi$ с заданным изотопическим спином T_j, $B^{(T)}_{\alpha\beta}(t)_l$ - вклад π,ω,ρ обменных диаграмм в процесс. Фактически (I) есть частное решение неоднородной краевой задачи Римана.

Исследования[3] показали, что $\pi\pi$ - взаимодействие играет в процессе существенную роль. Эксперимент и фазовый анализ дают для фазы S - волны $\delta^{c}_{s}(t)$ $\pi\pi$ — рассеяния двузначное решение (down и down-up наборы экспериментальных точек). В работе[3] сечение S - волны процесса $\gamma\gamma\to\pi\pi$ было рассчитано с использованием для фазы $\delta^{c}_{s}(t)$

аналитических выражений, которые в области известных экспериментальных значений ($\sqrt{t}\lesssim$ I Гэв) были хорошо согласованы с down- и down-up - наборами.

Основные характерные особенности поведения сечений существенно зависят от вида параметризации (down, down-up) фазы $\delta^{0}_{s}(t)$ $\pi\pi$ - рассеяния. Расчеты показали, что вклад неупругих процессов в области высоких энергий ($\sqrt{t}>$ I Гэв), а также быстрота спадания фаз к нулевому асимптотическому значению не существенно меняют низкоэнергетическое поведение полученных сечений (I0-20%). С другой стороны, изменения фаз в низкоэнергетической и пороговой областях приводят к пропорциональным изменениям сечений $\gamma+\gamma\to\pi+\pi$ в этих областях энергий. Напомним, что результаты были получены для фаз $\delta^{T}_{l}(t)$, асимптотически стремящихся к нулю (что соответствует нулевому индексу $\varkappa$ краевой задачи Римана). При этом фазы $\delta^{c}_{s}(t)_{down\text{-}up}$ и $\delta^{0}_{d}(t)$, резонансные в точках $M_\sigma\simeq$ 730 Мэв и $M_f\simeq$ I260 Мэв, соответственно, при выбранной нами асимптотике, второй раз проходили 90^0 в области M_{s*} и $M_{f'}$ и при больших энергиях практически обращались в нуль.

В настоящей работе рассмотрен другой возможный случай, когда фазы $\delta^{c}_{s}(t)_{down\text{-}up}$ и $\delta^{c}_{d}(t)$ в асимптотике стремятся к I80^0. Он принципиально отличается от предыдущего тем, что индекс $\varkappa$ задачи Римана в этом случае равен единице, решение сингулярного интегрального уравнения неоднозначно и содержит, наряду с частным решением неоднородного уравнения (I), общее решение однородного уравнения, содержащее произвольную константу (полином степени $\varkappa-1$):

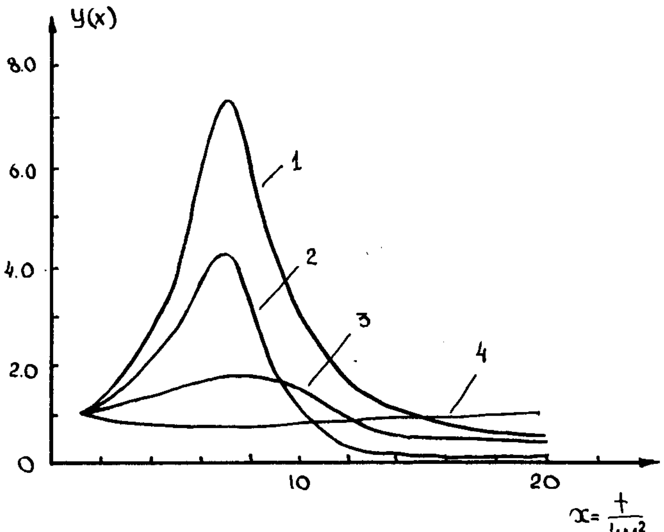

Рис.I

Графики функции $y(x) = \exp\left\{\frac{x}{\pi}\int\limits_{1}^{\infty}\frac{\delta_e^T(x')\,dx'}{x'(x'-x)}\right\}$ для следующих вариантов параметризации фаз $\pi\pi$ рассеяния (см. соответствующие кривые в работе [3]): (I) – $\delta_s^o(\infty)_{down\text{-}up} = \pi$; (2) – $\delta_s^o(\infty)_{down\text{-}up} = 0$; (3) – $\delta_s^o(t)_{down}$; (4) – $\delta_s^2(t)$.

$$T_{\alpha\beta}^{(T)}(t)_\ell^{(2)} = T_{\alpha\beta}^{(T)}(t)_\ell^{(1)} + e^{i\delta_\ell^T(t)} \cdot e^{\frac{t}{\pi}P\int\limits_{4\mu_\pi^2}^{\infty}\frac{\delta_\ell^T(t')}{t'(t'-t)}dt'} \cdot \alpha\,, \qquad (2)$$

где α – произвольная константа.

Функция $y(x) = \exp\left\{\frac{x}{\pi}P\int\limits_{1}^{\infty}\frac{\delta_\ell^T(x')}{x'(x'-x)}dx'\right\}$, входящая в выражения (I) и (2), ведет себя по-разному для разных параметризаций фаз $\pi\pi$ – рассеяния. На рис. I показаны графики функции $y(x)$, которые соответствуют разным вариантам фаз $\pi\pi$ – рассеяния. Кривые, полученные для случаев $\delta_s^o(\infty)_{down\text{-}up} = 0$ и $\delta_s^c(\infty)_{down\text{-}up} = \pi$, обе имеют в области σ мезона ($x \simeq 7{,}3$) резонансное поведение, но различаются по величине.

В работе[5] дисперсионный анализ процесса $\gamma + \gamma \to \pi + \pi$ в пороговой области энергий был проведен с использованием предположения плавности изменения функции $y(x) \simeq Const.$ Как следует из приведенных на рис. I кривых, это предположение может быть оправдано лишь для плавных (нерезонансных) фаз $\pi\pi$ – рассеяния (например, для $\delta_s^2(t)$). В случае фаз, содержащих резонансы, оно несправедливо.

Решения (I) и (2) имеют также и другое принципиальное различие. Перепишем (I) в следующем виде, воспользовавшись известным тождеством $\frac{1}{x+i\varepsilon} = P\left(\frac{1}{x}\right) - i\pi\delta(x)$:

$$T_{\alpha\beta}^{(T)}(t)_\ell^{(1)} = X^+(t)\cdot\frac{t}{\pi}P\int\limits_{4\mu_\pi^2}^{\infty}\frac{e^{i\delta_\ell^T(x)}\sin\delta_\ell^T(x)\,B_{\alpha\beta}^{(i)}(x)_\ell}{x(x-t)\quad X^+(x)}dx + \qquad (3)$$
$$+ B_{\alpha\beta}^{(T)}(t)_\ell\cos\delta_\ell^{(T)}(t)\exp(i\delta_\ell^T(t)).$$

Второй член выражения в резонансной точке $\delta_\ell^T = \frac{\pi}{2}$ обращается в ноль. Подинтегральная функция интеграла в смысле главного значения приближенно равна ($B^{(T)}_{\alpha\beta}(t)_\ell$ – плавная функция):

$$\frac{\sin\delta_\ell^T(x)\, B^{(T)}_{\alpha\beta}(x)_\ell}{x(x-t)\;\; y(x)} \simeq \mathrm{Const}\cdot\frac{\sin\delta_\ell^T(x)}{y(x)}\cdot\frac{1}{x(x-t)} \equiv \qquad (4)$$

$$\equiv \frac{\mathrm{Const}}{x(x-t)}\cdot F(x).$$

Функция $F(x)$, в случае нулевого асимптотического поведения фазы $\delta_s^0(t)$ $(\delta_d^0(t))$ содержит два максимума, соответствующие σ мезону (f мезону) и прохождению фазы через $\frac{\pi}{2}$ при возвращении от π к нулю. В интеграл в смысле главного значения в выражении (3) второй максимум (лежащий в области энергий, больших I Гэв), будет входить большим положительным фоном. При этом первый член в выражении для $T^{(T)}_{\alpha\beta}(t)^{(1)}_\ell$ в резонансной точке $M_\sigma \simeq 730$ Мэв ($x \simeq 7,3$) будет отличен от нуля и полная парциальная амплитуда за счет функции $y(x)$ будет резонансной.

Рассмотрим теперь фазу $\delta_\ell^T(t)$ с асимптотическим значением, равным π $(\varkappa = 1)$. Использование формулы (I), представляющей частное решение неоднородного интегрального уравнения, в этом случае неправомерно. Правильное решение (2) включает теперь также общее решение однородного интегрального уравнения, которое содержит произвольную константу. В резонансной точке $\delta_s^0(M_\sigma^2)_{down-up} = \frac{\pi}{2}$ (для $\delta_s^0(t)$ фазы, например) второй член в выражении для $T^{(T)}_{\alpha\beta}(t)^{(1)}_\ell$ также обращается в ноль $(\cos\delta_s^0 = 0)$. Функция $F(x)$ в

этом случае почти симметрична относительно этой точки и имеет в ней максимальное значение. При этом интеграл в смысле главного значения от выражения (4) в резонансной точке будет близок к нулю и полная парциальная амплитуда $T^{(T)}_{\alpha\beta}(t)^{(1)}_\ell$ вместо пика в области σ мезона будет иметь минимум. Таким образом, одно только частное решение неоднородного интегрального уравнения в случае $\delta_s^0(\infty)_{down-up} = \pi$ не приводит в точке $x = 7,3$ ($M_\sigma = 730$ Мэв) к ожидаемому резонансному поведению. В частности, в работе[6] авторы использовали в расчетах случай асимптотического поведения резонансных фаз $\pi\pi$ - рассеяния $\delta(\infty) = \pi$, но учли лишь частное решение задачи. Заметим далее, что входящее в (2) общее решение однородного уравнения имеет как раз необходимое резонансное поведение. Произвольная константа α в этом решении может быть определена из нормировки максимума резонанса на его двухфотонную ширину. В предшествующей работе[3] входящая в выражение $B^{(T)}_{\alpha\beta}(t)_\ell$ константа $g_{\rho\pi\gamma}$ фактически соответствовала ширине $\Gamma_{\rho\to\pi+\gamma} \simeq 0,5$ Мэв электромагнитного распада ρ мезона $\left(\Gamma_{\rho\to\pi+\gamma} \simeq \frac{g^2_{\rho\pi\gamma}}{3\pi} M_\rho^3\left(\frac{M_\rho^2-M_\pi^2}{M_\rho^2}\right)^3\right)$. Экспериментальные значения для этой ширины сильно разбросаны и лежат в интервале 0,I-0,7 Мэв (см., например, данные, приведенные в работе Л.Д.Соловьева[7]). В данной работе для расчетов было выбрано значение $\Gamma_{\rho\to\pi+\gamma} \simeq 0,$I Мэв. С этим значением были также просчитаны для сравнения кривые сечений S-волны для $down$-параметризации фазы $\delta_s^0(t)$.

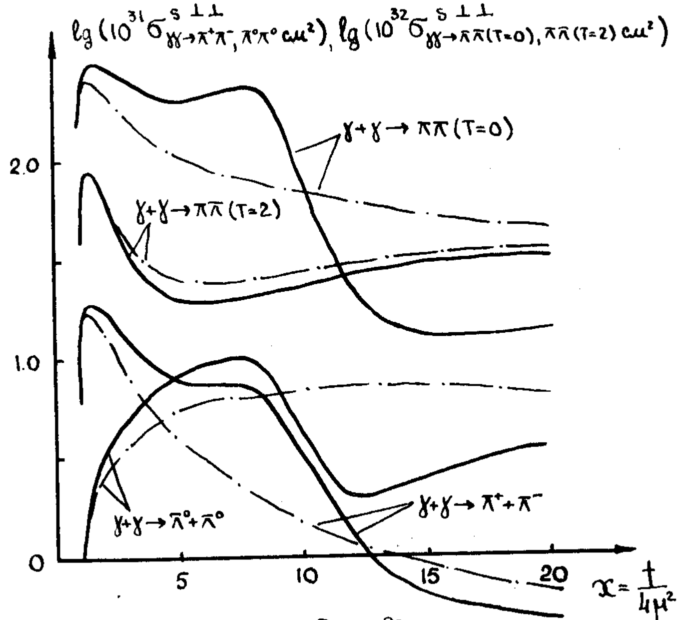

Рис. 2а

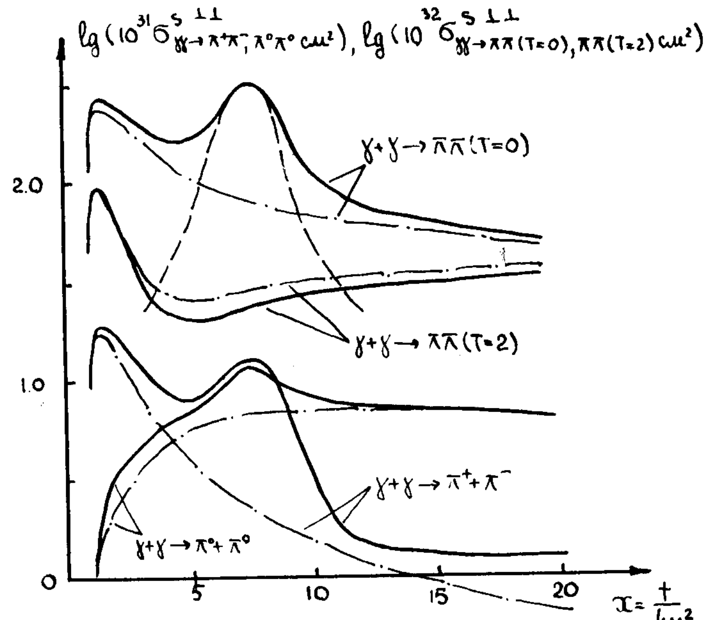

Рис. 2б

Графики сечений S – волн процесса $\gamma+\gamma\to\pi+\pi$ для фаз $\delta_s^0(t)_{down}$ и $\delta_s^0(\infty)_{down\text{-}up}=\pi$ ($\Gamma_{\rho\to\pi+\gamma}\simeq 0{,}1$ Мэв) показаны на рис. 2а) и б), соответственно (штрих-пунктирные линии есть вклады в процесс ω,ρ,π обменных диаграмм, представляющих кроссинг-разрезы). На рисунке 2б) пунктиром нанесена также простейшая брайт-вигнеровская аппроксимация σ-мезона. На рис. 3 показано сечение d-волны реакции $\gamma\gamma\to\pi\pi$, соответствующее фазе $\delta_d^0(\infty)=\pi$ (пунктиром показана кривая Брайта-Вигнера для f-мезона). В максимуме f-резонанса d-волна вносит в полное сечение ($\sigma_{\gamma\gamma\to\pi\pi}(t)\simeq\sigma^s_{\gamma\gamma\to\pi\pi}(t)+\sigma^d_{\gamma\gamma\to\pi\pi}(t)$) вклад, сравнимый с сечением S – волны. Сопоставление с результатами, полученными ранее[3], показывает, что все качественные особенности поведения сечений при изменении вклада ω,ρ обменных диаграмм и при изменении асимптотики фаз не изменяются. Величины сечений, с другой стороны, чувствительны к подобным изменениям. Решающее слово в отборе правильных решений принадлежит в данном случае эксперименту.

Из полученных ранее в работе[3] амплитуд процесса $\gamma\gamma\to\pi\pi$ были впоследствии рассчитаны парциальные S-и d-волны рассеяния света на свете через двухпионное состояние[8], а также s-и d-волны процессов $\gamma\gamma\to K\bar{K}(T=0)$ и $\gamma\gamma\to K\bar{K}(T=0)\to\gamma\gamma$ (рассеяние γ квантов через $K\bar{K}(T=0)$ промежуточное состояние)[9].

В настоящей работе также были получены парциальные сечения перечисленных процессов. На рис. 4 представлены графики сечений S – волны реакции $\gamma\gamma\to\pi\pi\to\gamma\gamma$, соответствующие амплитудам $\gamma\gamma\to\pi\pi$, down (рис. 2а)) и

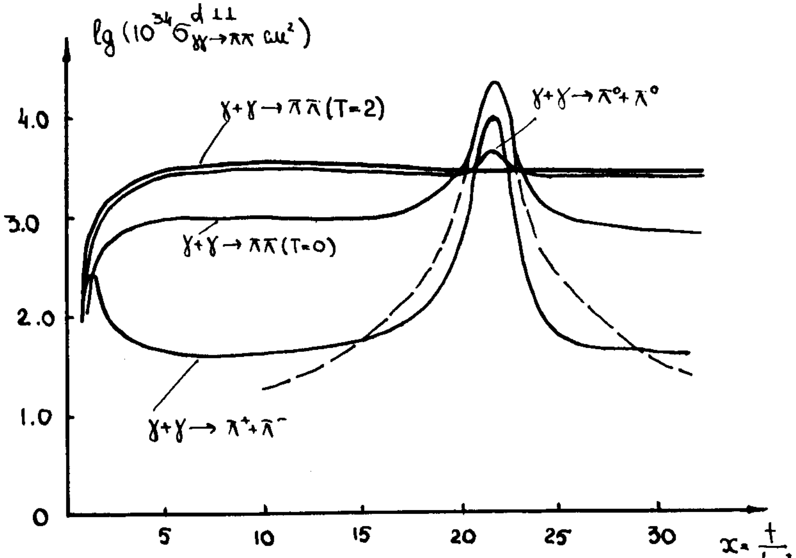

Рис. 3

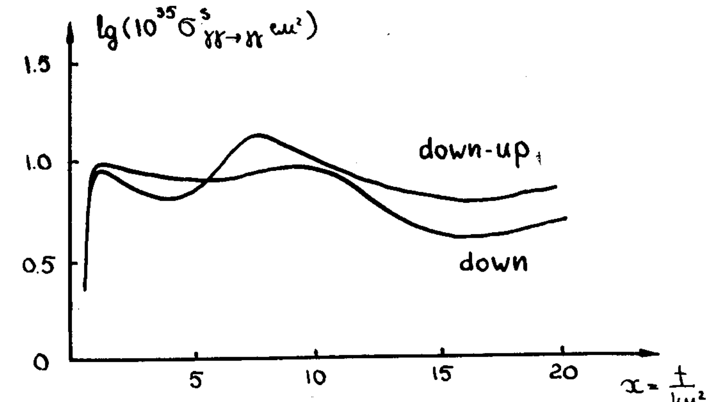

Рис. 4

down-up (рис. 2б)). Сечение d - волны рассеяния света на свете через двухпионное состояние показано на рис. 5. Отметим, что если соответствующее полное сечение рассеяния фотонов $\left(\sigma_{\gamma\gamma\to\gamma\gamma}(t) \simeq \sigma_s(t) + \sigma_d(t)\right)$ сравнить с электродинамическим сечением рассеяния света на свете (через электрон-позитронные пары)/10/, то первое будет вносить основной вклад в широкой области энергий 300-1200 Мэв.

Сечения S- и d- волн реакции $\gamma+\gamma \to K\bar{K}(T=0)$, полученные из парциальных амплитуд процесса $\gamma+\gamma \to \pi+\bar{\pi}$ (рис. 2б) и рис. 3) методом, описанным в работе/9/, представлены на рис. 6. По форме полученные кривые аналогичны приведенным ранее/9/, но отличаются от них по величине. Парциальные сечения рассеяния фотонов через $K\bar{K}\ (T=0)$ - состояние, которые были получены из амплитуд реакций $\gamma+\gamma \to K+\bar{K}(T=0)$, по форме также аналогичны приведенным в работе/9/ и вносят в процесс $\gamma+\gamma \to \gamma+\gamma$ вклад, пренебрежимый в сравнении с вкладом двухпионного состояния.

В заключение выражаем благодарность И.Ф.Гинзбургу и С.Б.Герасимову за полезные обсуждения.

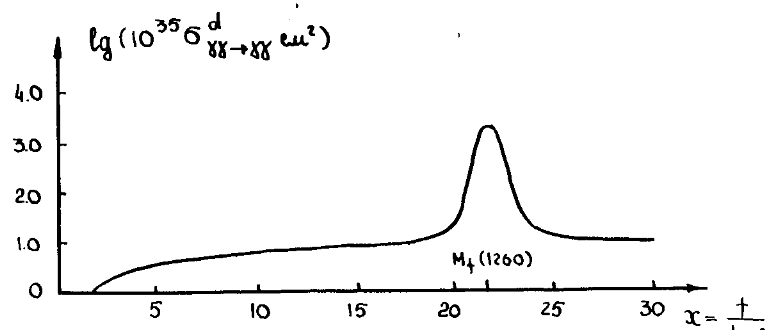

Рис. 5

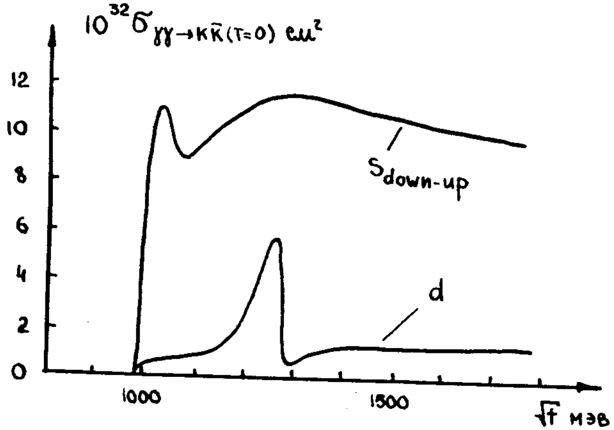

Рис. 6

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Е.Балакин, В.М.Буднев, И.Ф.Гинзбург. Письма в ЖЭТФ II, 559 (1970).
2. S.J.Brodsky. SLAC-PUB-989 (TH) and (EXP). Dec. 1971.
3. П.С.Исаев, В.И.Хлесков, ЯФ, I6, I0I2 (I972).
4. Ф.Д. Гахов. "Краевые задачи", Физматгиз, Москва (I958).
5. D.H.Lyth. Nucl.Phys. B30, 145 (1971).
6. G.Schierholz, K.Sundermeyer. DESY 71/49, August (1971).
7. Л.Д.Соловьев, "Физика высоких энергий и теория элементарных частиц", стр. 45I, изд. "Наукова думка", Киев (I967).
8. P.S.Isaev, V.I.Khleskov. JINR, E2-6473, Dubna (1972).
9. П.С.Исаев, В.И.Хлесков, ЯФ I7, 368 (I973).
10. R. Karplus, M. Neuman. Phys.Rev., 80, 380 (1950); 83, 776 (1951).

Рукопись поступила в издательский отдел
I3 февраля I973 года.