

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



6932

ЭКЗ. ЧИТ. ЗАЛА
Р2 - 6932

Н.К.Душутин, В.М.Мальцев

СТАТИСТИКА ФЕЙНМАН-ГАЗА

1973

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 6932

Н.К.Душутин, В.М.Мальцев

СТАТИСТИКА ФЕЙНМАН-ГАЗА

научно-техническая
библиотека
ОИЯИ

При взаимодействии частиц в области высоких энергий существенную роль играют неупругие процессы. В этом случае число внутренних степеней свободы системы частиц, образованных в результате взаимодействия, велико, и процесс может быть рассмотрен в статистическом приближении. Одним из методов такого рассмотрения является аналогия "газ-жидкость", предложенная Фейнманом /1/.

В настоящей работе изучены некоторые возможные функции распределения, получающиеся в результате решения основного кинетического уравнения для этого газа, и путем сравнения корреляционных параметров с экспериментально наблюдаемыми значениями выведены соотношения между различными механизмами образования вторичных частиц.

Фейнмановская аналогия "газ-жидкость" предполагает, что вторичные частицы, образованные в процессе взаимодействия, могут быть описаны как некоторый газ или жидкость. Поперечные компоненты координат частиц этого газа пропорциональны поперечным компонентам импульса физических частиц, а продольная компонента координат равна их репидити*, т.е. лоренц-инвариантной скорости

$$r_1^{(i)} = \frac{p_{iy}}{m_{\perp i}}, \quad r_2^{(i)} = \frac{p_{iz}}{m_{\perp i}}; \quad r_3^{(i)} = y_i = \frac{1}{2} \ln \frac{p_{i0} + p_{ix}}{p_{i0} - p_{ix}},$$

/1/

$$m_{\perp i} = (p_{iy}^2 + p_{iz}^2 + m_i^2)^{1/2}.$$

Законы сохранения энергии-импульса для физических частиц накладывают ограничения на продольную координату частиц газа. Это проявляется в возникновении некоторого подобия стенок, расстояние между которыми растет пропорционально логарифму полной энергии начальных частиц.

* Первое определение лоренц-инвариантной скорости - репидити, или быстроты, было дано и использовано Н.А.Черниковым /1/ для анализа событий в пространстве скоростей.

Экспериментально наблюдаемое ограничение поперечного импульса вторичных частиц эквивалентно стягиванию газа в трубку. Предполагая, что средняя плотность фейнман-газа постоянна, а с ростом энергии увеличивается /логарифмически/ лишь объем трубки, можно получить плато в распределении по репидити для вторичных частиц. Как известно, это соответствует фейнмановской масштабной инвариантности в центральной области трубки и гипотезе Янга об ограниченной фрагментации вблизи стенок.

Каноническая функция распределения частиц фейнман-газа соответствует нормированному распределению по множественности для физических частиц $P_n = \sigma_n / \sigma_{tot}$, где σ_n - сечение образования n -вторичных частиц, σ_{tot} - полное сечение взаимодействия.

Изменение во времени функции распределения в фейнман-газе определяется основным кинетическим уравнением. Согласно принципам статистической физики наиболее общим /т.е. справедливым как для классической, так и для квантовой системы/ уравнением является уравнение Паули /2/, которое может быть записано в виде

$$\frac{dP_n}{dt} = -\sum_m [W_{nm} P_m - W_{mn} P_n], \quad /2/$$

где W_{nm} - вероятность перехода за единицу времени из состояния n в состояние m .

В предположении стационарности процессов и с учетом того, что фейнман-газ описывается одной независимой переменной - репидити, это уравнение может быть преобразовано к виду

$$\frac{dP_n}{dy} = \mathcal{L}(\{P_i\}; \{W_{ij}\}), \quad /3/$$

где \mathcal{L} - некоторый линейный функционал, определяемый характером взаимодействия частиц в фейнман-газе /в конечном счете механизмом образования вторичных частиц/.

Выбор начальных условий

$$P_n|_{y=0} = \begin{cases} 0, & n \neq 0, \\ 1, & n = 0 \end{cases} \quad /4/$$

очевиден и задан порогом образования вторичных частиц.

Рассмотрим конкретные случаи решения уравнения /3/.

Пусть фейнман-газ полностью однороден. Тогда вероятности переходов в нем отличны от нуля только для соседних состояний. Предполагая далее, что эти вероятности не зависят от числа частиц в начальном и конечном состоянии, имеем в качестве решения уравнения /3/ распределение Пуассона

$$P_n = \frac{(\xi_M^2 Y)^n}{n!} e^{-\xi_M^2 Y}, \quad /5/$$

где Y - полная репидити, а постоянная ξ_M^2 пропорциональна вероятности перехода из состояния с $n-1$ частицами в состояние с n частицами.

Легко видеть, что идеальный фейнман-газ является аналогом мультипериферической модели с константой связи реджеон-реджеон-частица, равной ξ_M^2 .

Предположим теперь, что вероятность перехода между соседними состояниями пропорциональна числу частиц в начальном состоянии, т.е.

$$W_{n-1,n} \sim \xi_p^2 (n-1). \quad /6/$$

Тогда решением уравнений /3/ является распределение

$$P_n = e^{-\xi_p^2 Y} (1 - e^{-\xi_p^2 Y})^n. \quad /7/$$

Такая система описывает процессы фрагментации с константой связи ξ_p^2 для вершины, включающей траекторию Померанчука.

Если добавить в правую часть соотношения /6/ член, не зависящий от n , т.е. положить

$$W_{n-1,n} \sim \xi_p^2 (n-1) + \xi_M^2, \quad /8/$$

то приходим к следующему распределению:

$$P_n = e^{-\xi_M^2 Y} (1 - e^{-\xi_p^2 Y})^n (n! \xi_p^{2n})^{-1} [\xi_M^2 (\xi_M^2 + \xi_p^2) \dots \dots (\xi_M^2 + (n-1)\xi_p^2)], \quad /9/$$

которое включает два механизма образования частиц: мультипериферический и фрагментационный.

Интересно отметить, что система в этом случае двухфазна. Одна из фаз - это идеальный газ /мультипериферическое образование/ с уравнением состояния

$$pY = \langle n \rangle \quad /10/$$

/где p - давление, $\langle n \rangle$ - средняя множественность/, а вторая - некоторая "жидкость" с уравнением состояния

$$pY = \ln \langle n \rangle. \quad /11/$$

Уравнение состояния для такой двухфазной системы может быть записано в виде

$$pY = \langle n \rangle \ln \langle n \rangle. \quad /12/$$

Различие в уравнениях состояния есть следствие того, что для мультипериферических процессов важным свойством является факторизуемость по энергиям подсистем, тогда как для процессов фрагментации характерна аддитивность по этим энергиям.

Рассмотрим неоднородный фейнман-газ. Теперь разрешенными являются переходы не только между соседними, но и более отдаленными состояниями. В простейшем случае это будут состояния, различающиеся на одну и две частицы, когда уравнение /3/ можно записать в виде

$$\frac{dP_n}{dy} = -g_M^2 (P_n - P_{n-1}) + \frac{1}{2} g_R^2 (P_n + P_{n-2} - 2P_{n-1}). \quad /13/$$

Решением его является распределение

$$P_n = e^{-g_M^2 Y + \frac{1}{2} g_R^2 Y} \frac{(-\frac{1}{2} g_R^2 Y)^{\frac{n}{2}}}{n!} H_n \left(\frac{g_M^2 Y - g_R^2 Y}{\sqrt{-2g_R^2 Y}} \right), \quad /14/$$

где H_n - полиномы Эрмита /если учесть некоторое различие в определении корреляционных параметров, то это распределение совпадает с распределением, полученным Мюллером^[3]/.

Легко видеть, что данная система, "фейнман-газ с парным взаимодействием", эквивалентна учету вклада в мультипериферическое образование от двухчастичных мезонных резонансов. Таким образом, флуктуации в фейнман-газе есть аналог образования вторичных частиц через резонансы.

Предполагая все более сильное отклонение фейнман-газа от идеального, можно учесть возможный вклад в неупругие процессы от многочастичных мезонных резонансов.

Сравнение с экспериментом распределений по множественности, получающихся при различных предположениях о характере взаимодействия в фейнман-газе, сильно затруднено тем, что такие распределения для наиболее интересных случаев неидеального газа имеют довольно сложную форму.

Более удобными в этом отношении являются корреляционные параметры. Эти параметры связаны с вириальными коэффициентами фейнман-газа и описывают, таким образом, его отклонение от идеальности. Через моменты распределения по множественности - аналог конфигурационных интегралов в реальном газе - корреляционные параметры выражаются следующим образом:

$$f_1 = \sum_n n P_n = \langle n \rangle,$$

$$f_2 = \sum_n n(n-1) P_n - \left(\sum_n n P_n \right)^2 = \langle n(n-1) \rangle - \langle n \rangle^2,$$

$$f_3 = \sum_n n(n-1)(n-2) P_n - 3 \left(\sum_n n P_n \right) \sum_n n(n-1) P_n + 2 \left(\sum_n n P_n \right)^3 = \langle n(n-1)(n-2) \rangle - 3 \langle n \rangle \langle n(n-1) \rangle + 2 \langle n \rangle^3. \quad /15/$$

Удобство работы с корреляционными параметрами заключается еще и в том, что для вычисления их нет необходимости знать функцию распределения, поскольку из уравнений /3/ известным приемом можно получить более простые уравнения для моментов распределения или даже для корреляционных параметров.

Общее поведение корреляционных параметров определяют в основном механизмы образования вторичных частиц. Кроме того, некоторый вклад в него дают также законы сохранения энергии-импульса. Как известно, следствием этих законов является конечность нормированного распределения по множественности и отрицательный вклад в корреляционные парамет-

ры четного порядка /соответственно положительный - в моменты нечетного порядка/ - так называемые кинематические корреляции. В дальнейшем мы не будем касаться кинематических корреляций, а обсудим поведение корреляций, возникающих под действием того или иного механизма образования вторичных частиц или в результате объединения нескольких механизмов.

Первый корреляционный параметр, средняя множественность вторичных частиц, вычисленный для различных типов взаимодействия в фейнман-газе, имеет следующий вид:

идеальный фейнман-газ /мультипериферический механизм образования вторичных частиц/

$$f_1 = g_M^2 Y = a_1 \ln S + b_1 ; \quad /16/$$

фейнман-жидкость /фрагментация начальных частиц/

$$f_1 = e^{g_P^2 Y} - 1 = c_2 S^{a_1} ; \quad /17/$$

двухфазная система "идеальный газ + жидкость" /мультипериферический механизм и фрагментация/

$$f_1 = \frac{g_M^2}{g_P^2} (e^{g_P^2 Y} - 1) = c_3 S^{a_1} + b_3 ; \quad /18/$$

фейнман-газ с парным взаимодействием /мультипериферический механизм и резонансное рождение/

$$f_1 = (g_M^2 + g_R^2) Y = a_4 \ln S + b_4 ; \quad /19/$$

двухфазная система "неидеальный газ + жидкость" /мультипериферический механизм, фрагментация и резонансное рождение/

$$f_1 = (g_M^2 + g_R^2) \frac{g_M^2}{g_P^2} Y (e^{(g_P^2 - g_M^2) Y} - 1) =$$

$$= c_5 (\ln S) S^{a_5} + a_5 \ln S + b_5 ; \quad /20/$$

сильно неидеальный фейнман-газ /мультипериферический механизм и образование тяжелых мезонных резонансов/

$$f_1 = (g_M^2 + g_{R_1}^2 + g_{R_2}^2 + \dots) = a_6 \ln S + b_6 .$$

Результаты сравнения теоретических значений коэффициентов a_i , b_i , c_i и a_j с вычисленными из экспериментальных данных значениями 14 приведены в табл. 1. Удовлетворительное согласие наблюдается почти для всех моделей, хотя некоторое предпочтение следует отдать двум последним вариантам.

Более критическим для выбора модели является поведение второго корреляционного параметра. Поскольку разные модели дают разную зависимость второго корреляционного параметра от энергии, то целесообразно выражать этот параметр как функцию от первого, устраняя тем самым неоднородность масштаба*.

Для идеального газа второй корреляционный параметр /как и все последующие/ равен нулю.

В фейнман-жидкости корреляционные параметры отличны от нуля в любом порядке и равны

$$f_2^- = (f_1^-)^2, \quad f_m^- = \Gamma(m-2; -1) (f_1^-)^m, \quad /21/$$

где $\Gamma(m-2; -1)$ - неполная гамма-функция.

Для двухфазной системы "идеальный газ + жидкость" общее поведение аналогично случаю жидкости, но коэффициент перед соответствующей степенью f_1^- в m -ом корреляционном параметре несколько изменяется.

Учет парного взаимодействия в фейнман-газе дает линейный по f_1^- вклад во второй корреляционный параметр. Параметры более высокого порядка равны нулю. Более сильное отклонение от идеальности приводит к отличным от нуля корреляционным параметрам вплоть до некоторого /конечного/ порядка. Последний отличный от нуля корреляционный параметр f_k^- представляет собой линейную функцию от f_{k-1}^- /или, что то же самое, полином по f_1^- степени k /.

Для двухфазной системы "газ с парным взаимодействием + жидкость" корреляционные параметры могут быть представлены в виде

$$f_m = A_m f_1^m + B_m f_1^{m-1}, \quad /22/$$

т.е. обладают закономерностями, характерными для обеих фаз.

* По техническим соображениям мы перейдем также от параметров f_m для всех заряженных частиц к параметрам f_m^- для отрицательно заряженных частиц: $f_1^- = \frac{1}{2} (f_1 - 2)$; $f_2^- = \frac{1}{4} (f_2 - f_1 + 4)$. Такое линейное преобразование не отражается на общем поведении корреляционных параметров, но изменяет все масштабы.

Из экспериментальных данных в области 10-300 Гэв/с для корреляционных параметров можно считать установленными следующие факты:

а/ корреляционные параметры до весьма высокого порядка отличны от нуля,

б/ соседние корреляционные параметры имеют противоположные знаки,

в/ корреляционные параметры, как функции от средней множественности, имеют полиномиальную зависимость /для нескольких первых порядков/.

К сожалению, с ростом порядка корреляционные параметры становятся все более чувствительными к ошибкам эксперимента, поэтому точный характер зависимости t_m от t_1 для более высоких порядков в настоящее время установить нельзя.

Экспериментальные значения t_2^- для pp -рассеяния в области начальных импульсов 10-300 Гэв/с /5/ приведены на рис. 1. Кривая, показанная на этом рисунке, имеет вид:

$$t_2^- = 0,33(t_1^-)^2 - 0,59t_1^- \quad /23/$$

и представляет собой теоретическое значение t_2^- , вычисленное для систем: "сильно неидеальный газ" и "газ с парным взаимодействием + жидкость".

Экспериментальные значения t_2^- для pp -рассеяния в области начальных импульсов 10-50 Гэв/с /6/ приведены на рис. 2. Там же показана теоретическая кривая, вычисленная для систем предыдущего случая. Исходя из этих данных, можно выделить в pp -взаимодействии некоторый эффект начальных частиц, который приводит к смещению кривой в целом

$$(t_1^-)_{pp} = (t_1^-)_{pp} + 0,3, \quad /24/$$

но не меняет ее общего вида*.

Экспериментальные значения t_3^- для pp -рассеяния в области начальных импульсов 10-300 Гэв/с приведены на рис. 3. Теоретическая функция t_3^- для системы "газ с парным взаимодействием + жидкость" имеет вид

$$t_3^- = 0,22t_1^-(t_1^- - 1,6)(t_1^- - 3,75) \quad /25/$$

/кривая показана на рис. 3/. Точка, относящаяся к начальному импульсу 200 Гэв/с, по-видимому, указывает на необходимость учета при этих энергиях не только двухчастичных резонансов.

* Объясняется это тем, что в pp -взаимодействии вероятность образования мезонных резонансов должна быть несколько больше, чем в p -взаимодействии.

Таким образом, имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные можно удовлетворительно объяснить с помощью двух моделей:

а/ "Газ с парным взаимодействием + жидкость" /т.е. сочетание мультипериферического механизма, фрагментации и образования двухчастичных резонансов, соотношение вкладов от которых 3,00:7,00:1,75/.

б/ "Сильно неидеальный газ" /мультипериферический механизм и образование многочастичных резонансов; соотношение вкладов 1; 1/2!; 1/4!; . . ./

На доступных в настоящее время ускорительных энергиях обе эти модели дают одинаково хорошее согласование, и выбор между ними пока невозможен. При энергиях, приближающихся к асимптотическим, между ними возможно появление некоторого различия, связанного со следующей картиной.

С ростом энергии объем фейнман-газа растет, флуктуации в нем также увеличиваются, поэтому при увеличении энергии фейнман-газ как бы приближается к критической точке. Такое приближение характерно для обоих типов моделей, но для первой из них движение к критической точке происходит в области, где есть две фазы /газ и жидкость/, тогда как для второй это движение происходит в области, где есть только одна фаза - газ.

Вопрос об эффектах, возникающих вследствие различия между "конденсацией" газа и "вскипанием" жидкости, мы обсудим в последующих работах.

Литература

1. K.G.Wilson. Preprint CLNS-131, 1970;
Н.К. Душутин, В.М. Мальцев, В.И. Шенпий. ОИЯИ, P2-6501, Дубна, 1972.
2. К.Хуанг. Статистическая механика. Мир, 1966.
3. A.H.Mueller. Phys.Rev., D4, 150 (1971).
4. S.N.Ganguli, P.L.Malhotra. Preprint Tata Institute of Fundamental Research (July, 1972).
5. S.P.Almedia et al. Phys.Rev., 174, (5) 1638 (1969);
H.Boggild et al. Nucl.Phys., B27(2), 285 (1971);
W.H.Sims et al. Nucl.Phys., B41, 317 (1972);
S.Nillson et al. Nuovo Cimento, 43A, 716 (1972).
Soviet-French Mirabell Collaboration. Report being presented at XVI International Conference on High Energy Physics;
T.Ferbel et al., Report being presented at XVI International Conference on High Energy Physics;
G.Charlton et al. Phys.Rev.Lett., 29, 515 (1972);

Рукопись поступила в издательский отдел
1 февраля 1973 года.

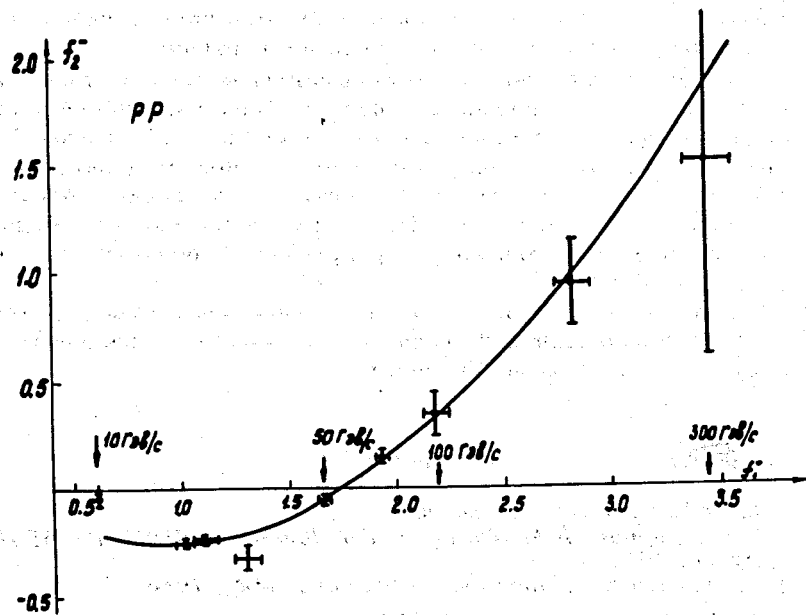


Рис. 1

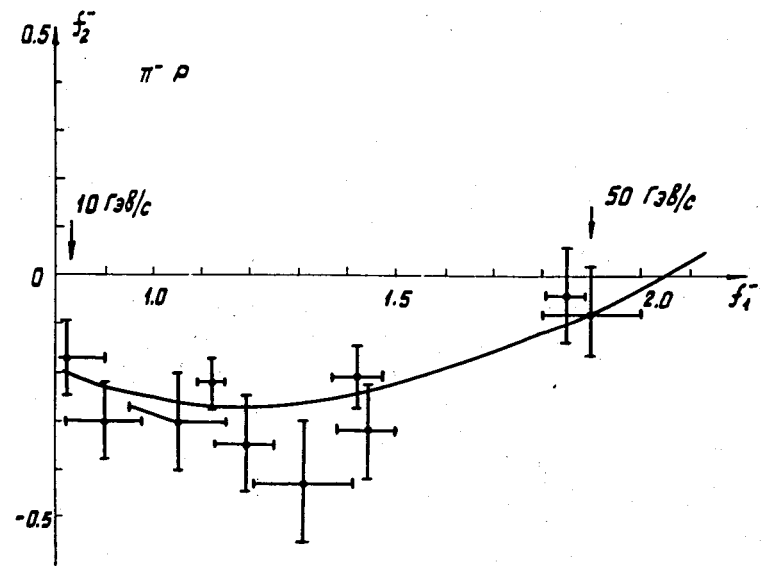


Рис. 2

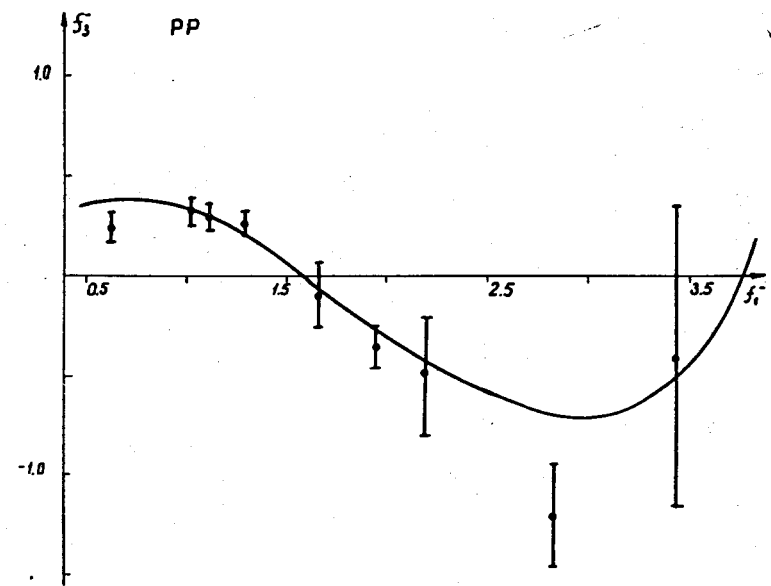


Рис. 3

Таблица

Значения постоянных a_i, b_i, c_i и d_i в функции, определяющей среднюю множественность

Система	a_i ($\frac{\text{теория}}{\text{эксперимент}}$)	b_i ($\frac{\text{теория}}{\text{эксперимент}}$)	c_i ($\frac{\text{теория}}{\text{эксперимент}}$)	d_i ($\frac{\text{теория}}{\text{эксперимент}}$)
Идеальный газ	$\frac{0,75}{1,55 \pm 0,07}$	$\frac{-1,50}{-(1,60 \pm 0,25)}$	-	-
Жидкость	-	-	$\frac{1,00}{1,30 \pm 0,02}$	$\frac{0,30}{0,35 \pm 0,05}$
Газ с парным взаимодействием	$\frac{1,13}{1,57 \pm 0,07}$	$\frac{-1,50}{-(1,60 \pm 0,25)}$	-	-
Идеальный газ + жидкость	-	-	$\frac{3,00}{1,30 \pm 0,02}$	$\frac{0,30}{0,35 \pm 0,05}$
Газ с парным взаимодействием + жидкость	$\frac{2,19}{2,18 \pm 0,03}$	$\frac{-5,30}{-(5,59 \pm 0,05)}$	$\frac{8,40}{8,12 \pm 0,20}$	$\frac{-0,75}{-0,79 \pm 0,05}$
Сильно неидеальный газ	$\frac{1,50}{1,55 \pm 0,03}$	$\frac{-1,50}{-(1,60 \pm 0,25)}$	-	-