Р2 - 6931

А.Н. Квинихидзе*

ЭЙКОНАЛЬНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ В УРАВНЕНИЯХ КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОГО ТИПА ДЛЯ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ СИСТЕМЫ ТРЕХ ТЕЛ

*Институт математики АН Груз. ССР

В последнее время подвергаются интенсивному теоретическому исследованию процессы рассеяния адронов при высоких энергиях. Основные экспериментальные закономерности рассеяния частиц высоких энергий позволяют привлечь к их описанию методы, близкие эйкональному приближению, известному в нерелятивистской квантовой механике/I/.

Замкнутые выражения для двухчастичных амплитуд были получены, исходя из квазипотенциального уравнения Логунова-Тавхелидзе/2-5/, методом функционального интегрирования в квантовой теории поля/6,7/, суммированием диаграмм теории возмущения/8,9/. Обобщённое эйкональное представление было получено на базе квазипотенциального уравнения Кадышевского, фурье-анализом на трехпараметрической неабелевой группе трансляций, вложенной в качестве подгруппы в группу Лоренца/I0/.

Некоторые вопросы эйконального приближения для системы трёх тел были рассмотрены в нерелятивистской квантовой механике/II,I2/, а также с помощью релятивистских уравнений квантовой теории поля/I3,I4/.

В настоящей работе исследуется эйкональное приближение в релятивистских трехмерных трехчастичных уравнениях/I5,16/. Опираясь на результаты работы/I6/, будем предполагать, что квазипотенциалы, соответствующие взаимодействию двух частиц, локальны. В § 2 введены переменные релятивистских относительных импульсов двух частиц, удобные для расчётов в импульсном представлении. В третьем параграфе просуммирован бесконечный ряд всех трехчастичных диаграмм, в которых отсутствует взаимодействие между какими-либо двумя частицами, в эйкональном приближении, когда собственные энергии двух остальных пар велики по сравнению с передачей импульса каждой из частиц. В § 4 получено выражение для амплитуды высокоэнергетического рассеяния на слабосвязанной двухчастичной системе. В выводе учтены все итерационные члены перерассеяния.

§ 2. Выбор кинематических переменных

Рассмотрим квазипотенциальное уравнение для амплитуды рассеяния двух частиц с массами m_1 и m_2 /I7,I5/

$$\hat{T}^2(P;\vec{p}_{12},\vec{q}_{12})=\hat{K}^2(P;\vec{p}_{12},\vec{q}_{12})+\int\frac{\hat{K}^2(P;\vec{p}_{12},\vec{k}_{12})\,d\vec{k}_{12}\,\hat{T}^2(P;\vec{k}_{12},\vec{q}_{12})}{2\omega_1(\vec{k}_1)\omega_2(\vec{k}_2)\left[\omega_1(\vec{k}_1)+\omega_2(\vec{k}_2)-P_0-i\epsilon\right]}, \qquad (2.1)$$

где $\vec{q}_i$, $\vec{k}_i$ и $\vec{p}_i$ – трехмерные импульсы i-ой частицы соответственно в начальном, промежуточном и конечном состояниях $\omega_i(\vec{k}_i)=\sqrt{\vec{k}_i^2+m_i^2}$

$$P=(P_0,\vec{p}_1+\vec{p}_2)=(P_0,\vec{k}_1+\vec{k}_2)=(P_0,\vec{q}_1+\vec{q}_2) \qquad (2.2)$$

$$\vec{p}_{12}=\frac{\varepsilon_2(P^2)\vec{p}_1-\varepsilon_1(P^2)\vec{p}_2}{\sqrt{P^2}} \qquad (2.3)$$

$\varepsilon_1(P^2)=\dfrac{P^2+m_1^2-m_2^2}{2\sqrt{P^2}}$ и $\varepsilon_2(P^2)=\dfrac{P^2+m_2^2-m_1^2}{2\sqrt{P^2}}$ энергии I и II частиц соответственно в их системе центра масс. Некоторые свойства переменных (2.3) обсуждаются в работе/I8/. Мы лишь отметим, что на массовой поверхности 4-векторы P и $p=\dfrac{\varepsilon_2 p_1-\varepsilon_1 p_2}{\sqrt{P^2}}$ удовлетворяют соотношениям

$$4P^2p^2+P^4-2(m_1^2+m_2^2)P^2-(m_1^2-m_2^2)=0$$

$$(Pp)=0. \qquad (2.4)$$

Второе равенство, как известно, является условием Маркова-Юкавы/I9/, благодаря чему можно определить четвёртую компоненту вектора (2.3) следующим образом:

$$p_{12}^0=\frac{\vec{P}\vec{p}_{12}}{P^0} \qquad (2.5)$$

и, наконец, релятивистский относительный импульс p задать в форме

$$\underline{p}=\Lambda_P\, p, \qquad (2.6)$$

где Λ_P –матрица лоренц-преобразования, переводящая 4-вектор P в $(\sqrt{P^2},\vec{0})$

$$\underline{\vec{p}}=\vec{p}-\vec{P}\frac{(\vec{P}\vec{p})}{P_0(P_0+\sqrt{P^2})}, \quad \underline{p}_0=0. \qquad (2.7)$$

Закон преобразования фазового объёма вытекает непосредственно из (2.6)

$$\frac{d\vec{p}_{12}}{P_0}=\frac{d\underline{\vec{p}}}{\sqrt{P^2}}. \qquad (2.8)$$

Как видно, формула (2.7) отличается простотой от соответствующей формулы работы/I6/, в то же время очевидно, что на массовой поверхности $P_0=\omega_1(\vec{p}_1)+\omega_2(\vec{p}_2)$ они совпадают.

После несколько громоздких алгебраических преобразований можно показать, что наше квазипотенциальное уравнение (2.I) в переменных (2.7) принимает вид

$$\hat{T}^2(P;\underline{\vec{p}},\underline{\vec{q}})=\hat{K}^2(P;\underline{\vec{p}},\underline{\vec{q}})+\int\frac{\hat{T}^2(P;\underline{\vec{p}},\underline{\vec{k}})\,a^{-2}(P,\vec{k})\,d\underline{\vec{k}}\,\hat{K}^2(P;\underline{\vec{k}},\underline{\vec{q}})}{2\omega_1(\underline{\vec{k}})\omega_2(\underline{\vec{k}})\left[\omega_1(\underline{\vec{k}})+\omega_2(\underline{\vec{k}})-\sqrt{P^2}-i\epsilon\right]}, \qquad (2.9)$$

где

$$a^2(P,\vec{k})=\frac{P_0\,\omega_1(\vec{k}_1)\omega_2(\vec{k}_2)\left[\sqrt{P^2}+\omega_1(\underline{\vec{k}})+\omega_2(\underline{\vec{k}})\right]}{\sqrt{P^2}\,\omega_1(\underline{\vec{k}})\omega_2(\underline{\vec{k}})\left[P_0+\omega_1(\vec{k}_1)+\omega_2(\vec{k}_2)\right]}\times\frac{P^2-\left(\omega_1(\underline{\vec{k}})-\omega_2(\underline{\vec{k}})\right)^2}{P_0^2-\left(\omega_1(\vec{k}_1)-\omega_2(\vec{k}_2)\right)^2}. \qquad (2.10)$$

Нетрудно убедиться в том, что множитель $a(P,\vec{k})$ на массовой поверхности (а также в системе центра масс $\vec{P}=0$) обращается в единицу. Поэтому функция

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 6931

А.Н. Квинихидзе

ЭЙКОНАЛЬНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ В УРАВНЕНИЯХ КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОГО ТИПА ДЛЯ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ СИСТЕМЫ ТРЕХ ТЕЛ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

$$\hat{T}(P;\vec{p},\vec{q})=a^{-1}(P,\vec{p})\,\hat{T}(P;\vec{p},\vec{q})\,a^{-1}(P,\vec{q}) \qquad (2.II)$$

на массовой поверхности совпадает с физической амплитудой рассеяния, а уравнение для неё имеет вид

$$\hat{T}(P;\vec{p},\vec{q})=\hat{V}(P;\vec{p},\vec{q})+\int\frac{\hat{T}(P;\vec{p},\vec{k})\,d\vec{k}\,\hat{V}(P;\vec{k},\vec{q})}{2\omega_1(\vec{k})\omega_2(\vec{k})\left[\omega_1(\vec{k})+\omega_2(\vec{k})-\sqrt{P^2}-i\varepsilon\right]}, \qquad (2.I2)$$

где

$$\hat{V}(P;\vec{p},\vec{q})=a^{-1}(P,\vec{p})\,\hat{K}^2(P;\vec{p},\vec{q})\,a^{-1}(P,\vec{q}). \qquad (2.I3)$$

Согласно результатам работы[I6], уравнение (2.I2) позволяет связать квазипотенциалы парных взаимодействий $\hat{K}^2$ с локальным квазипотенциалом $\hat{V}(E,\vec{p}-\vec{q})$, заданным в системе центра масс двух частиц. А именно, на функцию $\hat{V}(P;\vec{p},\vec{q})$ можно наложить условие локальности вида

$$\hat{V}(P;\vec{p},\vec{q})=\hat{V}(\sqrt{P^2};\vec{p}-\vec{q}), \qquad (2.I4)$$

откуда имеем

$$\hat{K}^2(P;\vec{p},\vec{q})=a(P,\vec{p})\,\hat{V}(\sqrt{P^2};\vec{p}-\vec{q})\,a(P,\vec{q}). \qquad (2.I5)$$

Как показано в работе[I6], квазипотенциалы в форме (2.I4) можно использовать для нахождения не только двухчастичных, но и трехчастичных амплитуд рассеяния. Ниже это обстоятельство будет существенно использовано для расчёта некоторого класса трехчастичных диаграмм в эйкональном приближении.

§ 3. Упругое рассеяние трёх частиц при высоких энергиях

Найдём амплитуду упругого рассеяния трёх скалярных частиц с помощью трехчастичных уравнений[I5] в приближении парного взаимодействия, используя двухчастичные квазипотенциалы вида (2.I5).

Пусть m_1, m_2, m_3 -массы, а p_1, p_2, p_3 и q_1, q_2, q_3 -начальные и конечные соответственно 4-импульсы рассматриваемых частиц. Мы исследуем модель высокоэнергетического рассеяния на малые углы, а именно, когда собственные энергии двух пар частиц, например, (m_1, m_2), и (m_3, m_2), велики по сравнению с передачей импульса каждой частицы. В этом случае, как было показано в работе[4,5], взаимодействие между I и П, а также между Ш и П частицами может быть описано гладкими квазипотенциалами.

Мы не будем конкретизировать вид функции $\hat{V}(E,\vec{p}-\vec{q})$, а лишь потребуем, чтобы она при интегрировании по импульсам давала существенный вклад лишь при достаточно малых передачах импульса. (В частности, потенциал гауссовского типа $\hat{V}=ig_0 s\, e^{a(\vec{p}-\vec{q})^2}$ использованный в работах[4,5], удовлетворяет этому условию).

Выпишем исходное уравнение в системе центра масс трёх частиц

$$M^2_{00}(P_0;(\vec{p});(\vec{q}))=K^2(P_0;(\vec{p});(\vec{q}))+$$
$$+\int\frac{K^2(P_0;(\vec{p});(\vec{k}))\,(d\vec{k})\,M^2_{00}(P_0;(\vec{k});(\vec{q}))}{2\omega_1(\vec{k}_1)\omega_2(\vec{k}_2)\omega_3(\vec{k}_3)\left[\omega_1(\vec{k}_1)+\omega_2(\vec{k}_2)+\omega_3(\vec{k}_3)-P_0-i\varepsilon\right]}, \qquad (3.I)$$

где M^2_{00} -искомая трехчастичная амплитуда рассеяния, связанная с S--матрицей следующим образом :

$$\langle\vec{p}_1,\vec{p}_2,\vec{p}_3|S|\vec{q}_1,\vec{q}_2,\vec{q}_3\rangle=\delta(\vec{p}_1-\vec{q}_1)\,\delta(\vec{p}_2-\vec{q}_2)\,\delta(\vec{p}_3-\vec{q}_3)+$$
$$+i\pi\,\delta^{(4)}(P-Q)\left[\prod_{\ell=1}^{3}\omega_\ell(\vec{p}_\ell)\,\omega_\ell(\vec{q}_\ell)\right]^{-1/2}M^2_{00}\Big|_{P_0=\sum_\ell^3\omega_\ell(\vec{p}_\ell)=\sum_\ell^3\omega_\ell(\vec{q}_\ell)} \qquad (3.2)$$

K^2- ядро уравнения, имеющее вид

$$K^{(2)}\left(P_0,(\vec p);(\vec q)\right)=\sum_{\ell=1}^{3}\delta(\vec p_\ell-\vec q_\ell)\,\omega_\ell(\vec p_\ell)\,a_\ell(p)\,\hat V_\ell\left[\left(P_0-\omega_\ell(\vec p_\ell)\right)^2-\vec p_\ell^{\,2};\vec p_\ell-\vec q_\ell\right]a_\ell(q), \tag{3.3}$$

$(\vec q)$, $(\vec p)$, $(\vec k)$ - совокупность соответственно начальных конечных и промежуточных импульсов

$$d\vec k = d\vec k_1\, d\vec k_2\, d\vec k_3\, \delta(\vec k_1+\vec k_2+\vec k_3).$$

Отметим, что релятивистские относительные импульсы ℓ-ой двухчастичной подсистемы $\vec p_\ell$, $\vec q_\ell$, фигурирующие в (3.3), определяются по формулам § 2, имея в роли полного четырех-импульса двух частиц

$$P_\ell^{(2)}=\left(P_0-\omega_\ell(\vec p_\ell),-\vec p_\ell\right) \tag{3.4}$$

Нас интересует решение уравнения (3.I) на массовой поверхности в кинематической области изменения аргументов

$$\left|\frac{(P_1-q_1)^2}{(P_1+P_2)^2}\right|\ll 1 \qquad \left|\frac{(P_3-q_3)^2}{(P_2+P_3)^2}\right|\ll 1. \tag{3.5}$$

Поскольку в области (3.5) собственная энергия 2-ой двухчастичной подсистемы остаётся произвольной, мы будем искать решение уравнения (3.3) без учёта взаимодействия между I-ой и 3-ей частицами. Нетрудно видеть, что в таком случае имеем

$$M_{\ell\ell}\Big|_{P_0=\sum_\ell^3\omega_\ell(\vec p_\ell)=\sum_\ell^3\omega_\ell(\vec q_\ell)} = \frac{1}{(2\pi)^3}\sum_{\ell=1,3}\delta(\vec p_\ell-\vec q_\ell)\,\omega_\ell(\vec p_\ell)\,f_\ell(s_\ell,t_\ell)+\Phi, \tag{3.6}$$

где f_ℓ - физические двухчастичные амплитуды рассеяния i-ой частицы на j-ой $(i\neq\ell\neq j\neq i)$, связанные с решением двухчастичного уравнения (2.I) в эйкональном приближении. s_ℓ , t_ℓ - соответствующие инвариантные переменные энергии и передач.

$$s_1=(P_2+P_3)^2 \qquad s_3=(P_1+P_2)^2$$
$$t_1=(P_3-q_3)^2 \qquad t_3=(P_1-q_1)^2 \tag{3.7}$$

Φ - часть трехчастичной амплитуды, соответствующая связным диаграммам Фейнмана, т.е. не содержащая δ-функций, выделенных в первом слагаемом формулы (3.6).

Решая двухчастичное уравнение (2.I), для амплитуды f_ℓ имеем обычное эйкональное представление (см. приложение А)

$$f_\ell(s_\ell,t_\ell)=\frac{4\sqrt{s_\ell}\,|\vec p_\ell|}{i}\int e^{i(\vec p_\ell-\vec q_\ell)^\perp z^\perp}\,d^{(2)}z^\perp \times\left\{e^{\frac{4\pi^3 i}{\sqrt{s_\ell}\,|\vec p_\ell|}\int dz^{\parallel}\hat V(z^\perp,z^\parallel)}-1\right\}, \tag{3.8}$$

где $t_\ell=(\vec p_\ell-\vec q_\ell)^2$;

$\hat V(\vec z)$ -локальный квазипотенциал в координатном представлении

$$\hat V(E,\vec p-\vec q)=\int_{-\infty}^{\infty}d\vec z\;\hat V(\vec z)\,e^{i(\vec p-\vec q)\vec z}. \tag{3.9}$$

Символы $\perp$ и $\parallel$ используются для обозначения перпендикулярных и продольных соответственно составляющих трехмерных векторов по отношению к направлению вектора $\vec p_\ell$. Отметим, что вывод формулы (3.8) в приложении А даётся в импульсном представлении без конкретизации вида квазипотенциала $\hat V$.

Для вычисления слагаемого Φ мы решаем уравнение (3.I) методом итераций, используя при этом эйкональное приближение для свободных пропагаторов. Результат имеет вид (см. приложение В)

$$\Phi=\frac{i\,\delta(\vec A\,\vec c_1)}{256\,\omega_2(\vec p_2)\,\pi^5}\,f_1(s_1,\vec B)\,f_3(s_3,\vec A), \tag{3.10}$$

где

$$\vec{C}_1 = \frac{\omega_1(\vec{p}_1)+\omega_2(\vec{p}_2)}{\omega_1(\vec{p}_1)\,\omega_2(\vec{p}_2)}\,\overrightarrow{\Lambda_3\left(\omega_1(\vec{p}_2),\vec{p}_1\right)}$$

$$\vec{A} = \overrightarrow{\Lambda_3\left(-\frac{\vec{P}_3(\vec{q}_1-\vec{p}_1)}{\omega_1+\omega_2},\ \vec{q}_1-\vec{p}_1\right)} \qquad (3.II)$$

$$\vec{B} = \overrightarrow{\Lambda_1\left(-\frac{\vec{P}_1(\vec{q}_3-\vec{p}_3)}{\omega_2+\omega_3},\ \vec{q}_3-\vec{p}_3\right)}.$$

Формула (3.I0) представляет результат суммирования всех диаграмм типа

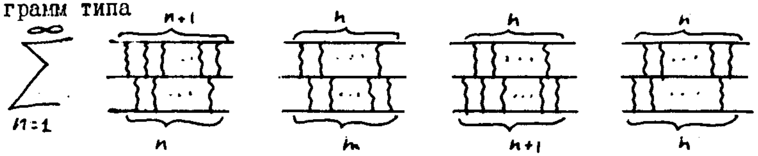

Рис. I

где промежуточные волнистые линии обозначают двухчастичные квазипотенциальные амплитуды рассеяния вне массовой поверхности. С другой стороны, из (3.I0) видно, что вся эта сумма сводится к сумме двух слагаемых, которые графически можно вычертить следующим образом:

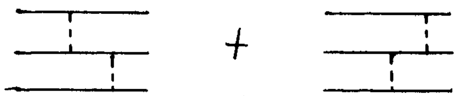

Рис. 2

Здесь пунктирные промежуточные линии обозначают уже физические двухчастичные амплитуды рассеяния. Вычисления, проведённые в приложении В, показывают, что это - следствие применения эйконального приближения. Указание на подобное сокращение внемассовых вкладов во втором порядке по двухчастичным амплитудам рассеяния вне массовой поверхности с остальными членами ряда рис. I в нерелятивистском случае можно найти в работе/I2/. С помощью выражения (3.6) можно также получить

релятивистский аналог формулы Глаубера для высокоэнергетического рассеяния элементарной частицы на слабосвязанной системе.

§ 4. Высокоэнергетическое рассеяние на слабосвязанной системе

Под слабосвязанной системой ниже мы будем понимать связанное состояние, дефект массы которого мал по сравнению с массой каждой из составляющих частиц, и относительное движение их также мало. Реальным примером такой системы в природе является, в частности, дейтрон.

Пусть для определённости частица 2 рассеивается на связанном состоянии частиц I и 3. Физическая амплитуда рассеяния F_{22} такого процесса, как известно/I5,I6/, определяется выражением

$$F_{22} = 16\pi^3 \int \chi^{+}(\vec{p}_2)\,d\vec{p}_2\, M_{22}\left(P_0;(\vec{p});(\vec{q})\right) d\vec{q}_2\, \chi(\vec{q}_2) \qquad (4.I)$$

при условии массовой поверхности

$$P_0 = \sqrt{\vec{p}_2^{\,2}+M^2}+\sqrt{\vec{p}_2^{\,2}+m_2^2} = \sqrt{\vec{q}_2^{\,2}+M^2}+\sqrt{\vec{q}_2^{\,2}+m_2^2},$$

где M_{22}-матрица перехода (см. раб./I5/), M - масса связанной системы, в нашем случае приближённо равная сумме масс I-ой и 3-ей частиц; χ - волновая функция связанного состояния, удовлетворяющая квазипотенциальному уравнению

$$\left[\omega_1(\vec{p}_1)+\omega_3(\vec{p}_3)-P_2^0\right]\chi(\vec{p}_2) = \frac{1}{2\omega_1(\vec{p}_1)\omega_3(\vec{p}_3)}\int K_2(P_2;\vec{p}_2,\vec{q}_2)\,d\vec{q}_2\,\chi(\vec{q}_2)$$

$$P_2^0 = \sqrt{\vec{p}_2^{\,2}+M^2} \qquad (4.2)$$

и условию нормировки

$$\int 2\omega_1(\vec{p}_1)\omega_3(\vec{p}_3)\chi^{+}(\vec{p}_2)\chi(\vec{p}_2)\,d\vec{p}_2 + \int \chi^{+}(\vec{p}_1)\left[\frac{\partial K_2(P_2,\vec{p}_2,\vec{q}_2)}{\partial P_2^0}\right]_{P_2^0=\sqrt{\vec{p}_2^{\,2}+M^2}} \chi(\vec{q}_2)\,d\vec{p}_2\,d\vec{q}_2 = 2\sqrt{\vec{p}_2^{\,2}+M^2}. \qquad (4.3)$$

В качестве M_{22} можно использовать выражение (3.6). Переходя в равенствах (4.2) и (4.3) к переменной (2.7), которую для системы частиц (I.3) мы обозначим через $\vec{p}_2$ и учитывая независимость квазипотенциала $\hat{V}_2$ от энергии в пределе нерелятивистского относительного движения частиц I и 3, легко показать, что

$$\chi(\vec{p}_2) = \frac{M^{3/2}}{\sqrt{m_1 m_3}\sqrt{M^2+\vec{p}_2^{\,2}}}\,\psi(\vec{p}_2), \qquad (4.4)$$

где $\psi(\vec{p})$ –нерелятивистская волновая функция относительного движения, удовлетворяющая обычному уравнению Шредингера

$$\left[\frac{\vec{p}^{\,2}}{2\frac{m_1 m_3}{m_1+m_3}} - (M-m_1-m_3)\right]\psi(\vec{p}) = \int \hat{V}_2(\vec{p}-\vec{q})\,d\vec{q}\,\psi(\vec{q}) \qquad (4.5)$$

и условию нормировки

$$\int \psi^*(\vec{p})\,\psi(\vec{p})\,d\vec{p} = 1. \qquad (4.6)$$

Учитывая равенство (4.4) в (4.I),после несложных преобразований переменных интегрирования окончательно получим

$$F_{22}(P_0,\vec{\Delta}) = \frac{m_1+m_3}{m_3}\,S\!\left(\frac{-m_3}{m_1+m_3}\vec{\Delta}\right) f_1(s_1,\vec{\Delta}) + \frac{m_1+m_3}{m_1}\,S\!\left(\frac{m_1}{m_1+m_3}\vec{\Delta}\right) f_3(s_3,\vec{\Delta}) +$$

$$+\frac{i}{16\pi^2}\,\frac{(m_1+m_3)^2}{m_1 m_3 |\vec{p}_2| P_0}\int d^{(2)}\vec{\sigma}\, S(\vec{\sigma})\, f_1\!\left(\vec{\sigma}-\frac{m_3\vec{\Delta}}{m_1+m_3}\right) f_3\!\left(\vec{\sigma}+\frac{m_1\vec{\Delta}}{m_1+m_3}\right), \qquad (4.7)$$

где $\vec{\Delta} = \vec{q}_2 - \vec{p}_2$,

$\vec{\sigma}$ – двухмерный вектор, перпендикулярный направлению $\vec{p}_2$,

$S(\vec{\Delta}) = \int \psi^*(\vec{p}+\vec{\Delta})\,\psi(\vec{p})\,d\vec{p}$ – формфактор связанного состояния.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Выведем формулу (3.8),решая уравнение (2.I2) с помощью метода итераций. Для n – го члена итерации $T^{(n)}$ имеем

$$T^{(n)} = \int \hat{V}(\vec{p}-\vec{k}_1)\,d\vec{k}_1\, g_0(\vec{k}_1)\,\hat{V}(\vec{k}_1-\vec{k}_2)\,d\vec{k}_2\, g_0(\vec{k}_2)\cdots d\vec{k}_{n-1}\, g_0(\vec{k}_{n-1})\,\hat{V}(\vec{k}_{n-1}-\vec{q}), \qquad (A.I)$$

где

$$g_0(\vec{k}) = \frac{1}{2\omega_1(\vec{k})\,\omega_2(\vec{k})\left[\omega_1(\vec{k})+\omega_2(\vec{k})-\sqrt{P^2}-i\varepsilon\right]}\,.$$

Экстремальные импульсы $\vec{\lambda}_\ell$ произведения n – квазипотенциалов находим из условия

$$\frac{\partial}{\partial\lambda_\ell}\left\{\hat{V}(\vec{\lambda}_{\ell-1}-\vec{\lambda}_\ell)\,\hat{V}(\vec{\lambda}_\ell-\lambda_{\ell+1})\right\} = 0. \qquad (A.2)$$

Легко видеть, что решение (А.2) должно удовлетворять рекуррентному соотношению

$$\vec{\lambda}_\ell - \vec{\lambda}_{\ell+1} = \vec{\lambda}, \qquad (A.3)$$

$\vec{\lambda}$ – вектор, не зависящий от индекса ℓ, находим из начальных условий $\vec{\lambda}_0 = \vec{p}$; $\vec{\lambda}_n = \vec{q}$

$$\vec{\lambda} = (\vec{p}-\vec{q})/n\,, \qquad (A.4)$$

откуда имеем

$$\vec{\lambda}_\ell = \frac{(n-\ell)\vec{p}+\ell\vec{q}}{n}\,. \qquad (A.5)$$

Сделаем замену переменных: $\vec{\Delta}_\ell = \vec{k}_\ell - \vec{\lambda}_\ell \quad \ell = 1,2,\dots n-1$.

Учтём условие массовой поверхности

$$\sqrt{P^2} = \sqrt{m_1^2+\vec{p}^{\,2}} + \sqrt{m_2^2+\vec{p}^{\,2}} = \sqrt{m_1^2+\vec{q}^{\,2}} + \sqrt{m_2^2+\vec{q}^{\,2}}\,,$$

ограничимся линейными по $\vec{\Delta}_\ell$ и $(\vec{p}-\vec{q})$ членами разложения в знаменателях свободных пропагаторов. Тогда (А.I) примет вид:

$$T^{(n)} = \left\{\frac{1}{2[\omega_1(\vec{p})+\omega_2(\vec{p})]}\right\}^{n-1}\int \hat{V}\!\left(-\vec{\Delta}_1+\frac{\vec{p}-\vec{q}}{n}\right)\frac{d\vec{\Delta}_1}{\vec{p}\vec{\Delta}_1-i\varepsilon}\,\hat{V}\!\left(\vec{\Delta}_1-\vec{\Delta}_2+\frac{\vec{p}-\vec{q}}{n}\right)\frac{d\vec{\Delta}_2}{\vec{p}\vec{\Delta}_2-i\varepsilon}\cdots$$

$$\cdots\frac{d\vec{\Delta}_{n-1}}{\vec{p}\vec{\Delta}_{n-1}-i\varepsilon}\,\hat{V}\!\left(\vec{\Delta}_{n-1}+\frac{\vec{p}-\vec{q}}{n}\right). \qquad (A.6)$$

Перейдём в квазипотенциалах к координатному представлению

$$\hat{V}(\vec{\Delta}) = \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{z}\, V(\vec{z})\, e^{i\vec{\Delta}\vec{z}}.$$

Разбивая далее интегрирование по $\vec{\Delta}_c$ на продольную и поперечные составляющие относительно вектора $\vec{p}$ и учитывая определение θ-функции, нетрудно получить

$$T^{(n)} = \left[\frac{4\pi^3 i}{(\omega_1(\vec{p})+\omega_2(\vec{p}))|\vec{p}|}\right]^{n-1} \int e^{i\frac{\vec{p}-\vec{q}}{n}(\vec{z}_1+\vec{z}_2+\dots+\vec{z}_n)} \times$$

$$\times V(\vec{z}_1)\, d\vec{z}_1\, \delta^{(2)}(z_1^{\perp}-z_2^{\perp})\,\theta(z_1^{\parallel}-z_2^{\parallel})\, V(\vec{z}_2)\, d\vec{z}_2 \cdots \delta^{(2)}(z_{n-1}^{\perp}-z_n^{\perp})\,\theta(z_{n-1}^{\parallel}-z_n^{\parallel})\, V(\vec{z}_n)\, d\vec{z}_n, \qquad (A.8)$$

где $z_c^{\parallel}$, $z_c^{\perp}$ –продольная и поперечные составляющие вектора $\vec{z}_c$ относительно $\vec{p}$.

Пренебрегая в показателе экспоненты продольной составляющей передачи относительно вектора $\vec{p}$, в итоге имеем:

$$T^{(n)} = \left\{\frac{4\pi^3 i}{[\omega_1(\vec{p})+\omega_2(\vec{p})]|\vec{p}|}\right\}^{n-1} \frac{1}{n!} \int e^{i(\vec{p}-\vec{q})^{\perp} z^{\perp}}\, d^{(2)} z^{\perp} \times$$

$$\times \left\{\int dz^{\parallel}\, V(z^{\perp}, z^{\parallel})\right\}^{n}. \qquad (A.9)$$

Следовательно,физическая амплитуда рассеяния принимает вид

$$f(s,t) = 16\pi^3 \sum_{n=1}^{\infty} T^{(n)} = -4i\sqrt{s}\,|\vec{p}| \int e^{i(\vec{p}-\vec{q})^{\perp} z^{\perp}} \left(e^{\chi(z^{\perp})}-1\right) d^{(2)} z^{\perp}, \qquad (A.10)$$

где $$\chi(z^{\perp}) = \frac{4\pi^3 i}{\sqrt{s}\,|\vec{p}|} \int_{-\infty}^{\infty} dz^{\parallel}\, V(z^{\perp}, z^{\parallel}) \qquad (A.11)$$

$$s = \left(\sqrt{m_1^2+\vec{p}^{\,2}} + \sqrt{m_2^2+\vec{p}^{\,2}}\right)^2.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В.

Для получения формулы (3.10) рассмотрим диаграмму, соответствующую какой-либо итерации уравнения (3.1), дающей вклад в Φ

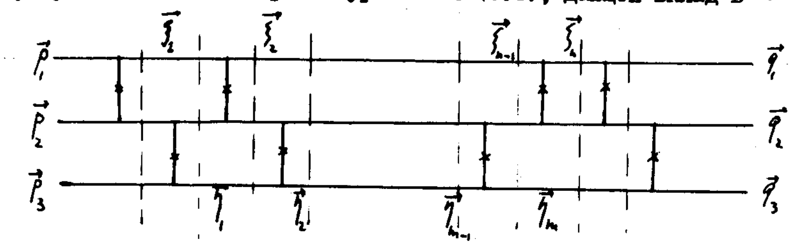

Рис. 3.

Здесь $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3$ и $\vec{q}_1, \vec{q}_2, \vec{q}_3$ – трехмерные импульсы частиц соответственно в конечном и начальном состоянии; $\vec{\xi}_i$ – промежуточные импульсы I-ой частицы; $\vec{\eta}_j$ – промежуточные импульсы 3-ей частицы. Поперечные сплошные перечёркнутые линии соответствуют двухчастичным квазипотенциалам,пунктирные же – свободным квазипотенциальным пропагаторам трёх частиц. Трехмерные импульсы $\vec{\xi}_i$, $\vec{\eta}_j$ являются независимыми переменными интегрирования. Сумма импульсов трёх частиц ,соответствующих продольным линиям, пересекающим одну пунктирную линию, равна нулю, поскольку мы работаем в системе центра масс трёх частиц. Разумеется ,существует много диаграмм, отличающихся порядком расположения двухчастичных квазипотенциалов от рис. 3, однако в смысле вычислений все они эквивалентны, поэтому ниже мы займёмся исследованием лишь последней. Согласно вышесказанному,диаграмме на рис. 3 соответствует выражение

$$\Phi_{m,n} = \omega_3(\vec p_3)\, a_3(p)\, \hat V_3\left([P_0-\omega_3(\vec p_3)]^2 - \vec p_3^{\,2}, -\left(\frac{\vec p_3(\vec p_1-\vec\xi_1)}{P_0-\omega_3(\vec p_3)}\right)^2 + (\vec p_1-\vec \xi_1)^2\right) a_3(\xi)\, g_0(\vec\xi_1,\vec p_3)\cdot$$

$$\cdot d\vec\xi_1\, \omega_1(\vec\xi_1)\, a_1 \hat V_1\left([P_0-\omega_1(\vec\xi_1)]^2-\vec\xi_1^{\,2}, -\left(\frac{\vec\xi_1(\vec\eta_1-\vec p_3)}{P_0-\omega_1(\vec\xi_1)}\right)^2+(\vec\eta_1-\vec p_3)^2\right) a_1\, g_0(\vec\xi_1,\vec\eta_1)\, d\vec\eta_1\cdot$$

$$\cdot \omega_3(\vec\eta_1)\, a_3 \hat V_3\left([P_0-\omega_3(\vec\eta_1)]^2-\vec\eta_1^{\,2}, -\left(\frac{\vec\eta_1(\vec\xi_1-\vec\xi_2)}{P_0-\omega_3(\vec\eta_1)}\right)^2+(\vec\xi_1-\vec\xi_2)^2\right) a_3\, g_0(\vec\xi_2,\vec\eta_1)\, d\vec\xi_2\cdot$$

$$\cdot \omega_1(\vec\xi_2)\, a_1 \hat V_1\left([P_0-\omega_1(\vec\xi_2)]^2-\vec\xi_2^{\,2}, -\left(\frac{\vec\xi_2(\vec\eta_2-\vec\eta_1)}{P_0-\omega_1(\vec\xi_2)}\right)^2+(\vec\xi_2-\vec\eta_1)^2\right) a_1\, g_0(\vec\xi_2,\vec\eta_1)\, d\vec\eta_2\cdots$$

$$\cdots$$

$$\cdot g_0(\vec\xi_{n-1},\vec\eta_{m-1})\, d\vec\eta_{m-1}\, \omega_1(\vec\xi_{n-1})\, a_1 \hat V_1\left([P_0-\omega_1(\vec\xi_{n-1})]^2-\vec\xi_{n-1}^{\,2}, -\left(\frac{\vec\xi_{n-1}(\vec\eta_m-\vec\eta_{m-1})}{P_0-\omega_1(\vec\xi_{n-1})}\right)^2+(\vec\eta_m-\vec\eta_{m-1})^2\right) a_1\, g_0(\vec\xi_{n-1},\vec\eta_m)\, d\vec\xi_{n-1}\cdot$$

$$\cdot \omega_3(\vec\eta_m)\, a_3 \hat V_3\left([P_0-\omega_3(\vec\eta_m)]^2-\vec\eta_m^{\,2}, -\left(\frac{\vec\eta_m(\vec\xi_{n-1}-\vec\xi_n)}{P_0-\omega_3(\vec\eta_m)}\right)^2+(\vec\xi_{n-1}-\vec\xi_n)^2\right) a_3\, g_0(\vec\xi_n,\vec\eta_m)\, d\vec\xi_n\cdot$$

$$\cdot \omega_3(\vec\eta_m)\, a_3 \hat V_3\left([P_0-\omega_3(\vec\xi_n)]^2-\vec\eta_m^{\,2}, -\left(\frac{\vec\eta_m(\vec q_1-\vec\xi_n)}{P_0-\omega_3(\vec\eta_m)}\right)^2+(\vec\xi_n-\vec q_1)^2\right) a_3\, g_0(\vec q_1,\vec\eta_m)\, d\vec\eta_m\cdot$$

$$\cdot\omega_1(\vec q_1)\, a_1 \hat V_1\left([P_0-\omega_1(\vec q_1)]^2-\vec q_1^{\,2}, -\left(\frac{\vec q_1(\vec q_3-\vec\eta_m)}{P_0-\omega_1(\vec q_1)}\right)^2+(\vec q_3-\vec\eta_m)^2\right) a_1. \qquad \text{(B.I)}$$

Свободные пропагаторы трёх частиц в переменных имеют вид

$$g_0(\vec\xi,\vec\eta)=\frac{1}{2\sqrt{m_1^2+\vec\xi^2}\sqrt{m_2^2+(\vec\xi+\vec\eta)^2}\sqrt{m_3^2+\vec\eta^2}\left(\sqrt{m_1^2+\vec\xi^2}+\sqrt{m_2^2+(\vec\xi+\vec\eta)^2}+\sqrt{m_3^2+\vec\eta^2}-P_0-i\varepsilon\right)}. \qquad \text{(B.2)}$$

Используя предположение о том, что локальные квазипотенциалы $V_i(s_i,\vec\Delta_i)$ слабо зависят от первого аргумента и пренебрежимо малы вплоть до достаточно малых значений второго аргумента (передачи импульса), выражение (B.I) можно переписать в виде

$$\Phi_{m,n} = \frac{[\omega_1(\vec p_1)]^{m+1}[\omega_3(\vec p_3)]^{n+1}}{[2\omega_1(\vec p_1)\omega_2(\vec p_2)\omega_3(\vec p_3)]^{n+m+1}}\int d\vec\xi_1\cdots d\vec\xi_n\, d\vec\eta_1\cdots d\vec\eta_m\, \hat V_3\left(S_3, -\left(\frac{\vec p_3(\vec p_1-\vec\xi_1)}{P_0-\omega_3(\vec p_3)}\right)^2+(\vec p_1-\vec\xi_1)^2\right)\cdot$$

$$\cdot H(\vec\xi_1,\vec p_3)\,\hat V_1\left(S_1, -\left(\frac{\vec p_1(\vec\eta_1-\vec p_3)}{P_0-\omega_1(\vec p_1)}\right)^2+(\vec\eta_1-\vec p_3)^2\right) H(\vec\xi_1,\vec\eta_1)\,\hat V_3\left(S_3, -\left(\frac{\vec p_3(\vec\xi_1-\vec\xi_2)}{P_0-\omega_3(\vec p_3)}\right)^2+(\vec\xi_1-\vec\xi_2)^2\right)\cdot$$

$$\cdot H(\vec\xi_2,\vec\eta_1)\,\hat V_1\left(S_1, -\left(\frac{\vec p_1(\vec\eta_2-\vec\eta_1)}{P_0-\omega_1(\vec p_1)}\right)^2+(\vec\eta_2-\vec\eta_1)^2\right) H(\vec\xi_2,\vec\eta_2)\cdots H(\vec\xi_{n-1},\vec\eta_{m-1})\cdot$$

$$\cdot \hat V_1\left(S_1, -\left(\frac{\vec p_1(\vec\eta_m-\vec\eta_{m-1})}{P_0-\omega_1(\vec p_1)}\right)^2+(\vec\eta_m-\vec\eta_{m-1})^2\right) H(\vec\xi_{n-1},\vec\eta_m)\,\hat V_3\left(S_3, -\left(\frac{\vec p_3(\vec\xi_{n-1}-\vec\xi_n)}{P_0-\omega_3(\vec p_3)}\right)^2+(\vec\xi_{n-1}-\vec\xi_n)^2\right)\cdot \qquad \text{(B.3)}$$

$$\cdot H(\vec\xi_n,\vec\eta_m)\,\hat V_3\left(S_3, -\left(\frac{\vec p_3(\vec\xi_n-\vec q_1)}{P_0-\omega_3(\vec p_3)}\right)^2+(\vec\xi_n-\vec q_1)^2\right) H(\vec q_1,\vec\eta_m)\,\hat V_1\left(S_1, -\left(\frac{\vec p_1(\vec q_3-\vec\eta_m)}{P_0-\omega_1(\vec p_1)}\right)^2+(\vec q_3-\vec\eta_m)^2\right),$$

где $S_1=(p_2+p_3)^2$; $S_3=(p_1+p_2)^2$

$$H(\vec\xi,\vec\eta)=\frac{1}{\sqrt{m_1^2+\vec\xi^2}+\sqrt{m_2^2+(\vec\xi+\vec\eta)^2}+\sqrt{m_3^2+\vec\eta^2}-P_0-i\varepsilon}. \qquad \text{(B.4)}$$

Экстремальные значения импульсов $\vec\xi_i$ и $\vec\eta_j$ находим точно так, как это сделано в приложении A

$$\vec\xi_i^{\,экстр} = \vec\xi^{(i)} = \vec p_1 + \frac{i(\vec q_1-\vec p_1)}{n+1}$$

$$\vec\eta_j^{\,экстр} = \vec\eta^{(j)} = \vec p_3 + \frac{j(\vec q_3-\vec p_3)}{m+1}. \qquad \text{(B.5)}$$

В интеграле (B.3) перейдём к новым переменным интегрирования

$$\vec\Delta_i = \vec\xi_i - \vec\xi^{(i)} \; ; \qquad \vec\delta_j = \vec\eta_j - \vec\eta^{(j)}. \qquad \text{(B.6)}$$

Оставляя члены, линейные по $\vec\Delta_i$, $\vec\delta_j$, $\vec q_1-\vec p_1$ и $\vec q_3-\vec p_3$, в разложении знаменателя функции $H(\vec\xi,\vec\eta)$ по этим аргументам и учитывая условие массовой поверхности, имеем

$$H(\vec\xi_i,\vec\eta_j) \simeq \left\{ \frac{\omega_1+\omega_2}{\omega_1\omega_2}\left[\omega_1\left(\frac{-\vec p_3\left(\vec\Delta_i + \frac{(\vec q_i-\vec p_i)i}{n+1}\right)}{\omega_1+\omega_2}\right) - \vec p_i\left(\vec\Delta_i + i\,\frac{\vec q_i-\vec p_i}{n+1}\right)\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{\omega_2+\omega_3}{\omega_2\omega_3}\left[\omega_3\left(\frac{-\vec p_1\left(\vec\delta_j + j\,\frac{\vec q_3-\vec p_3}{m+1}\right)}{\omega_2+\omega_3}\right) - \vec p_3\left(\vec\delta_j + j\,\frac{\vec q_3-\vec p_3}{m+1}\right)\right]\right\}^{-1}. \qquad (В.7)$$

Здесь $\omega_\ell \equiv \omega_\ell(\vec p_\ell)$.

Сделаем ещё раз замену переменных

$$\underline{\Delta}_i = \overrightarrow{\Lambda_3\left(\frac{-\vec p_3\vec\Delta_i}{\omega_1+\omega_2}, \vec\Delta_i\right)} \qquad \underline{\delta}_j = \overrightarrow{\Lambda_1\left(\frac{-\vec p_1\vec\delta_j}{\omega_2+\omega_3}, \vec\delta_j\right)}, \qquad (В.8)$$

где Λ_1 и Λ_3 – матрицы лоренц-преобразования, определяемые равенствами

$$\Lambda_3(\omega_1+\omega_2, -\vec p_3) = (\sqrt{S_3}, \vec 0)$$

$$\Lambda_1(\omega_2+\omega_3, -\vec p_1) = (\sqrt{S_1}, \vec 0). \qquad (В.9)$$

Нетрудно получить закон преобразования фазового объёма, соответствующий переходу (В.8)

$$d^{(3)}\underline{\Delta}_i = \frac{\sqrt{S_3}}{\omega_1+\omega_2}\, d\vec\Delta_i \ ; \qquad d^{(3)}\underline{\delta}_j = \frac{\sqrt{S_1}}{\omega_2+\omega_3}\, d\vec\delta_j. \qquad (В.10)$$

В итоге формула (В.3) принимает вид

$$\Phi_{m,n} = \frac{(\omega_1+\omega_2)^n(\omega_2+\omega_3)^m}{(\sqrt{S_3})^n(\sqrt{S_1})^m(2\omega_2)^{n+m+1}\omega_1^n\omega_3^n}\times$$

$$\times\int d^{(3)}\underline\Delta_1\ldots d^{(3)}\underline\Delta_n\, d^{(3)}\underline\delta_1\ldots d^{(3)}\underline\delta_m\, \hat V_3\left(-\underline\Delta_1+\frac{\vec A}{n+1}\right)\left\{\vec C_1\left(\underline\Delta_1+\frac{\vec A}{n+1}\right)-i\varepsilon\right\}^{-1}\times$$

$$\times \hat V_1\left(\underline\delta_1 - \frac{\vec B}{m+1}\right)\left\{\vec C_1\left(\underline\Delta_1+\frac{\vec A}{n+1}\right) + \vec C_2\left(\underline\delta_1+\frac{\vec B}{m+1}\right) - i\varepsilon\right\}^{-1}\hat V_3\left(\underline\Delta_1-\underline\Delta_3+\frac{\vec A}{n+1}\right)\cdot$$

$$\cdot\left\{\vec C_1\left(\underline\Delta_2+\frac{2\vec A}{n+1}\right)+\vec C_2\left(\underline\delta_1+\frac{\vec B}{m+1}\right)-i\varepsilon\right\}^{-1}\hat V_1\left(\underline\delta_2-\underline\delta_1-\frac{\vec B}{m+1}\right)\cdot$$

$$\cdot\left\{\vec C_1\left(\underline\Delta_2+\frac{2\vec A}{n+1}\right)+\vec C_2\left(\underline\delta_2+\frac{2\vec B}{m+1}\right)-i\varepsilon\right\}^{-1}\ldots$$

$$\ldots\left\{\vec C_1\left(\underline\Delta_{n-1}+\frac{(n-1)\vec A}{n+1}\right)+\vec C_2\left(\underline\delta_{m-1}+\frac{(m-1)\vec B}{m+1}\right)-i\varepsilon\right\}^{-1}\hat V_1\left(\underline\delta_m-\underline\delta_{m-1}-\frac{\vec B}{m+1}\right)$$

$$\cdot\left\{\vec C_1\left(\underline\Delta_{n-1}+\frac{(n-1)\vec A}{n+1}\right)+\vec C_2\left(\underline\delta_m+\frac{m\vec B}{m+1}\right)-i\varepsilon\right\}^{-1}\hat V_3\left(\underline\Delta_{n-1}-\underline\Delta_n+\frac{\vec A}{n+1}\right)\cdot$$

$$\cdot\left\{\vec C_1\left(\underline\Delta_n+\frac{n\vec A}{n+1}\right)+C_2\left(\underline\delta_m+\frac{m\vec B}{m+1}\right)-i\varepsilon\right\}^{-1}\hat V_3\left(\underline\Delta_n+\frac{\vec A}{n+1}\right)\cdot \qquad (В.II)$$

$$\cdot\left\{\vec C_2\left(\underline\delta_m+\frac{m\vec B}{m+1}\right)+\vec C_1\vec A-i\varepsilon\right\}^{-1}\hat V_1\left(-\underline\delta_m-\frac{\vec B}{m+1}\right).$$

Здесь для сокращения записи не выписаны явно аргументы (собственные энергии двухчастичных подсистем) квазипотенциалов и введены следующие обозначения.

$$\vec C_1 = \frac{\omega_1+\omega_2}{\omega_1\omega_2}\overrightarrow{\Lambda_3(\omega_1,\vec p_1)}\ ; \qquad \vec C_2 = \frac{\omega_2+\omega_3}{\omega_2\omega_3}\overrightarrow{\Lambda_1(\omega_3,\vec p_3)}$$

$$\vec A = \overrightarrow{\Lambda_3\left(\frac{-\vec p_3(\vec q_1-\vec p_1)}{\omega_1+\omega_2}, \vec q_1-\vec p_1\right)}\ ; \qquad \vec B = \overrightarrow{\Lambda_1\left(\frac{-\vec p_1(\vec q_3-\vec p_3)}{\omega_2+\omega_3}, \vec q_3-\vec p_3\right)}. \qquad (В.I2)$$

Обозначим слагаемые, содержащие переменные интегрирования $\underline\Delta_i$ и $\underline\delta_j$, в знаменателях функций H из (В.II) последовательно набором переменных $x_1,\ x_2,\ \ldots\ x_{n+m+1}$

$$\vec c_1 \Delta_1 = x_1$$
$$\vec c_1 \Delta_1 + \vec c_2 \delta_1 = x_2$$
$$\vec c_1 \Delta_2 + \vec c_2 \delta_1 = x_3$$
$$\cdots$$
$$\vec c_1 \Delta_{n-1} + \vec c_2 \delta_m = x_{m+n-1}$$
$$\vec c_1 \Delta_n + \vec c_2 \delta_m = x_{m+n} \qquad (B.13)$$
$$\vec c_1 \delta_m = x_{m+n+1} .$$

Нетрудно убедиться тогда в том, что переменные x_i связаны одним условием

$$x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 \cdots + x_{m+n-2} - x_{m+n-1} + x_{m+n+1} = 0. \qquad (B.14)$$

Разобьём интегрирование по Δ_i и δ_j на продольную и поперечные составляющие относительно вектора $\vec c_1$ и $\vec c_2$ соответственно. Далее, пользуясь тождеством

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dk\, dx_{m+n+1}\, e^{ik(x_1-x_2+x_3-x_4+x_5\cdots+x_{m+n-2}-x_{m+n-1}+x_{m+n+1})} = 1 ,$$

получим:

$$\Phi_{m,n} = \frac{(\omega_1+\omega_2)^n(\omega_2+\omega_3)^m C_1^{-n} C_2^{-m}}{2\pi S_3^{n/2} S_1^{m/2}(2\omega_2)^{n+m+1}\omega_1^n\omega_3^m}\times$$

$$\times\int d\Delta_1^{(2)\perp}\cdots d\Delta_n^{(2)\perp}\, d\delta_1^{(2)\perp}\cdots d\delta_m^{(2)\perp}\, dk\, e^{ik(x_1-x_2+x_3-x_4+x_5\cdots+x_{m+n+1})} \qquad (B.15)$$

$$\hat V_3\left(-\Delta_1^\perp + \frac{A^\perp}{n+1}, -\frac{x_1}{c_1}+\frac{A''}{n+1}\right)\frac{dx_1}{x_1+\frac{\vec c_1\vec A}{n+1}-i\varepsilon}\,\hat V_1\left(-\delta_1^\perp+\frac{B^\perp}{m+1},\frac{x_1-x_2}{c_2}+\frac{B''}{m+1}\right)\cdot$$

$$\cdot\frac{dx_2}{x_2+\frac{\vec A\vec c_1}{n+1}+\frac{\vec B\vec c_2}{m+1}-i\varepsilon}\,\hat V_3\left(\Delta_1^\perp-\Delta_2^\perp+\frac{A^\perp}{n+1},\frac{x_2-x_3}{c_1}+\frac{A''}{n+1}\right)\frac{dx_3}{x_3+\frac{2\vec A\vec c_1}{n+1}+\frac{\vec B\vec c_2}{m+1}-i\varepsilon}\cdots$$

$$\cdots\frac{dx_{m+n-2}}{x_{m+n-2}+\frac{n-1}{n+1}\vec A\vec c_1+\frac{m-1}{m+1}\vec B\vec c_2-i\varepsilon}\,\hat V_1\left(\delta_{m-1}^\perp-\delta_m^\perp+\frac{B^\perp}{m+1},\frac{x_{m+n-2}-x_{m+n-1}}{c_2}+\frac{B''}{m+1}\right)\cdot$$

$$\cdot\frac{dx_{m+n-1}}{x_{m+n-1}+\frac{n-1}{n+1}\vec A\vec c_1+\frac{m}{m+1}\vec B\vec c_2-i\varepsilon}\,\hat V_3\left(\Delta_{n-1}^\perp-\Delta_n^\perp+\frac{A^\perp}{n+1},\frac{x_{m+n-1}-x_{m+n}}{c_1}+\frac{A''}{n+1}\right)\cdot$$

$$\cdot\frac{dx_{m+n}}{x_{m+n}+\frac{n}{n+1}\vec A\vec c_1+\frac{m}{m+1}\vec B\vec c_2-i\varepsilon}\,\hat V_3\left(\Delta_n^\perp+\frac{A^\perp}{n+1},\frac{x_{m+n}-x_{m+n+1}}{c_1}+\frac{A''}{n+1}\right)\cdot$$

$$\cdot\frac{dx_{m+n+1}}{x_{m+n+1}+\vec A\vec c_1+\frac{m}{m+1}\vec B\vec c_2-i\varepsilon}\,\hat V_1\left(\delta_m^\perp+\frac{B^\perp}{m+1}, x_{m+n+1}+\frac{B''}{m+1}\right),$$

где $A^\perp$, A'' – перпендикулярные и параллельная составляющие вектора $\vec A$ относительно направления $\vec C_1$, а $B^\perp$, B'' – перпендикулярные и параллельная составляющие вектора $\vec B$ относительно направления $\vec C_2$. Представим квазипотенциалы с помощью интеграла Фурье согласно формуле (А.7) и воспользуемся определением Θ – функции.

$$\Phi_{m,n} = \frac{(\omega_1+\omega_2)^n(\omega_2+\omega_3)^m C_1 C_2 (2\pi)^{3(n+m)}(i)^{n+m+1}}{S_3^{n/2}S_2^{m/2}(2\omega_2)^{n+m+1}\omega_1^n\omega_3^m}\times$$

$$\times\int dz_1^\perp dz_2^\perp\, e^{i(z_1^\perp A^\perp + z_2^\perp B^\perp)}\, dz_1\cdots dz_{n+m+2}\,dk$$

$$V_3(z_1^\perp, z_1 c_1)\, e^{i\frac{\vec A\vec c_1}{n+1}z_1}\,\Theta(z_1-z_2)\, V_1(z_2^\perp, c_2(z_2-k))\, e^{i\frac{\vec B\vec c_2}{m+1}(z_2-k)}$$

$$\Theta(z_2-z_3)\,V_3(z_1^\perp, z_3 c_1)\,e^{i\frac{\vec A\vec c_1}{n+1}z_3}\,\Theta(z_3-z_4)\cdots\Theta(z_{n+m+1}-z_{n+m+2}) \qquad (B.16)$$

$$V_1(z_2^\perp, c_2(z_{n+m+2}-k))\, e^{i\frac{\vec B\vec c_2}{m+1}(z_{n+m+2}-k)}\,\exp i\Big\{(z_1-z_2)\frac{\vec c_1\vec A}{n+1}+$$

$$+(z_2-z_3)\left(\frac{\vec c_1\vec A}{n+1}+\frac{\vec c_2\vec B}{m+1}\right)+(z_3-z_4)\left(\frac{2\vec c_1\vec A}{n+1}+\frac{\vec B\vec c_2}{m+1}\right)+\cdots$$

$$\cdots(z_{n+m}-z_{n+m+1})\left(\frac{n}{n+1}\vec A\vec c_1+\frac{m}{m+1}\vec B\vec c_2\right)+(z_{n+m+1}-z_{n+m+2})\left(\vec A\vec c_1+\frac{m}{m+1}\vec B\vec c_2\right)\Big\}.$$

Воспользуемся приближённым с точностью до квадратичных членов по $\vec{A}$ и $\vec{B}$ равенством

$$\vec{A}\vec{c}_1 + \vec{B}\vec{c}_2 \approx 0 \tag{B.I7}$$

в последнем слагаемом показателя экспоненты. Учтём также, что на самом деле мы имеем $\frac{(m+n+2)!}{(m+1)!\,(n+1)!}$ диаграмм, содержащих $(n+1)$ раз квазипотенциал V_3 и $(m+1)$ раз квазипотенциал V_1, отличающихся последовательностью их расположения. Подынтегральное выражение такой суммы симметрично относительно перестановки аргументов z_i и z_j, если при этом не затрагивать аргументов θ- функций. В таком случае, как известно, можно вообще избавиться от произведения θ- функций, вводя при этом множитель $\frac{1}{(m+n+2)!}$. В итоге для вышеуказанной суммы имеем следующий результат :

$$\sum \Phi_{m,n} = \frac{(\omega_1+\omega_2)^n(\omega_2+\omega_3)^m c_1 c_2 (2\pi)^{3(n+m)}(i)^{n+m+1}}{(m+1)!\,(n+1)!\,(2\omega_2)^{n+m+1}\omega_1^{\,n}\omega_3^{\,m}} \times$$

$$\times \int dz_1^{\perp} dz_2^{\perp} dk\, e^{iz_1^{\perp}A^{\perp} + iz_2^{\perp}B^{\perp}} \left\{ \int dz_1 V_3(z_1^{\perp}, c_1 z_1)\, e^{i\frac{2\vec{A}\vec{c}_1}{n+1} z_1} \right\}^{n+1} \times \tag{B.I8}$$

$$\times \left\{ \int dz_2 V_1\big(z_2^{\perp}, c_2(z_2-k)\big)\, e^{i\frac{\vec{B}\vec{c}_2}{m+1}(2z_2-k)} \right\}^{m+1}.$$

В последнем множителе произведём сдвиг переменной интегрирования $z_2 \to z_2 + k$. Тогда в результате интегрирования по k получим δ- -функцию

$$\delta(\vec{B}\vec{c}_2) \approx \delta(\vec{A}\vec{c}_1),$$

что позволяет просуммировать функции (B.I8) по n и m в компактную форму.

$$\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\sum \Phi_{m,n} = \Phi = \frac{i}{256\omega_2\pi^5} f_1(s_1, B^{\perp}) f_3(s_3, A^{\perp})\, \delta(\vec{A}\vec{c}_1).$$

Литература

I. R.J.Glauber,Lectures in Theoretical Physics,vol.1,p.315, N.Y. 1959.

2. A.A.Logunov,A.N.Tavkhelidze.Nuovo Cim.,29,380 (1963).

3. В.Г. Кадышевский, А.Н. Тавхелидзе. "Проблемы теоретической физики". Наука, Москва (1969).

4. V.R.Garsevanishvili,V.A.Matveev,L.A.Slepchenko,A.N.Tavkhelidze.Phys.Rev., D4, 849 (1971).

5. В.Р. Гарсеванишвили, В.А. Матвеев, Л.А. Слепченко. "Проблемы физики элементарных частиц и атомного ядра", том.I, Атомиздат, Москва (1970), стр. 9I.

6. B.M.Barbashov,S.P.Kuleshov,V.A.Matveev,V.N.Pervushin, A.N.Sissakian,A.N.Tavkhelidze.Phys.Lett.,33B, 484 (1970).

7. С.П. Кулешов, В.А. Матвеев, А.Н. Сисакян, М.А. Смондырев. Препринт ОИЯИ, Р2-6437, Дубна (1972).

8. H.Abarbanel,C.Itzykson. Phys.Rev.Lett.,23, 53 (1969).

9. H. Cheng,T.T.Wu. Phys.Rev., 182, 1852 (1969).

IO. В.Р. Гарсеванишвили, В.Г. Кадышевский, Р.М. Мир-Касимов, Н.Б. Скачков. ТМФ, 7, № 2, 203, I97I.

II. V.Bhasin. Nuovo Cim., 49, 736 (1967).

I2. D.R.Harrington. Phys.Rev., 184, 1745 (1969).

I3. А.Н. Квинихидзе, Д.Ц. Стоянов. ТМФ, 3, 332 (1970).

I4. В.М. Виноградов. Препринт ОИЯИ Р2-566I (1971).

I5. А.Н.Квинихидзе, Д.Ц. Стоянов. ТМФ, II, 23 (1972).

I6. А.Н. Квинихидзе, Д.Ц. Стоянов. Препринт ОИЯИ Р2-6347 (1972).

I7. A.N.Kvinikhidze, D.Ts.Stoyanov. JINR Preprint E2-5746, Dubna (1971).

I8. И.Т. Тодоров. Препринт ОИЯИ Е2-58I3, Дубна, I97I.

I9. В.А. Матвеев, Р.М. Мурадян, А.Н. Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ Е2-3498, Дубна, 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 января I973 года.