

С324.16

Б-708

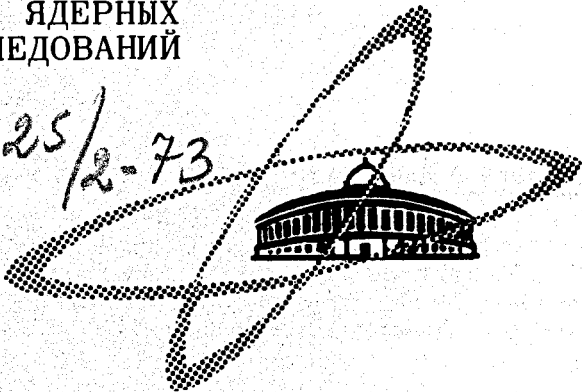
19/11-73

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 6839

625/2-73



Р.Э. Блувштейн , В.М. Дубовик,

АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ
АДРОННЫХ ФОРМФАКТОРОВ
ВНЕ МАССОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ
И СВЯЗЬ МЕЖДУ ФОРМФАКТОРАМИ
РАЗЛИЧНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕРШИН

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

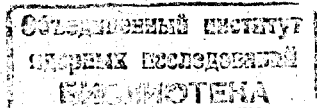
1972

P2 - 6839

Р.Э.Блуштейн*, В.М.Дубовик,

АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ
АДРОННЫХ ФОРМФАКТОРОВ
ВНЕ МАССОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ
И СВЯЗЬ МЕЖДУ ФОРМФАКТОРАМИ
РАЗЛИЧНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕРШИН

* Московский авиационный институт им. С.Орджоникидзе



Summary

Consequence of the analyticity of the electromagnetic form factors in the invariant hadron masses and the unitarity condition has been investigated. The system of linear equations for the form factors $F_\pi(k^2)$, $F_{\omega(\rho)N\gamma}(k^2)$ and $F_{N^*_{1470}N\gamma}(k^2)$, allowing one to express them in terms of the nucleon form factors, were obtained by the sidewise dispersion relation in the elastic unitarity. The obtained meson form factors behave like k^{-2} for large k^2 . The pion radius is equal to $r_\pi = r_N - 0.13f = 0.68f$. The magnetic moments of the transition $N^*_{1470} \rightarrow N\gamma$ are equal to $\mu_{N^* \rightarrow N\gamma} = 0.95 \pm 0.061$, $\mu_{N^* \rightarrow N\gamma} = -0.082 \pm 0.01$. The system of the equations leads to the ratio $(I+\mu^P)G_E^P(k^2)/G_M^P(k^2)$ which deviates from the scaling in the region $k^2 = 4.2 \text{ GeV}^2$, but no deviation appears at $k^2 = 0$ and $k^2 \gg 2 \text{ GeV}^2$. In the framework of the Chew-Goldberger-Low-Nambu approach, a model of the electroproduction for the saturation of the sidewise dispersion relation has been chosen so, that besides the Born terms there was taken into account the exchange of $\omega(\rho)$ mesons in the t -channel and the electric quadrupole $E_{t^+}^{3,2}$ of the Λ_{33} -resonance in the u -channel.

I. Постановка задачи

Как известно из теории симметрий SU_3 и SU_6 (см., например, ¹⁾) и дисперсионных правил сумм (см., например ²⁾), существуют простые соотношения между различными собственными и переходными магнитными моментами сильно взаимодействующих частиц. Подобные соотношения для произвольных передаваемых импульсов K^2 можно получить, исходя из общих требований аналитичности и унитарности, связывающих формфакторы (ф.ф.) $F_{ij}(k^2, m_i^2, m_j^2)$ всевозможных диагональных ($i=j$) и переходных ($i \neq j$) электромагнитных вершин адронов

$$\sum_{i,j} f_{ijl}(k^2, m_i, m_j) F_{ij}(k^2, m_i^2, m_j^2) = \mathcal{G}_l(k^2, m_i, m_j). \quad (I)$$

Здесь m_i - массы частиц; индексы i и j определяют набор всевозможных дискретных квантовых чисел; функции $f_{ijl}(k^2, m_i, m_j)$ и $\mathcal{G}_l(k^2, m_i, m_j)$, как будет показано ниже, могут быть вычислены в той или иной модели.

Существование системы (I) есть прямое следствие аналитичности ф.ф. по инвариантной адронной массе и условия унитарности. Действительно, электромагнитная вершина, у которой адроны с 4-импульсами P_i и P_j находятся вне массовой поверхности (рис. 1), описывается ф.ф. $F_{ij}(k^2, P_i^2, P_j^2)$ функцией трех инвариантов: квадрата передаваемого 4-импульса K^2 и квадратов 4-импульсов адронов P_i^2 и P_j^2 . Следуя предположению, сделанному в работах ^{3,4)}, будем считать, что ф.ф.

$F_{ij}(k^2, P_i^2, P_j^2)$ можно аналитически продолжить в комплексную плоскость инвариантной адронной массы $P_i^2 = W_{in}^2$ (или

$P_j^2 = W_{out}^2$). Если теперь предположить (или доказать) справедливость дисперсионных соотношений (д.с.) для $F_{ij}(W)$ по W

$$\operatorname{Re} F_{ij}(k^2, W) = \text{выз. эл.} + \frac{P}{\pi} \int_{W_{порог}}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} F_{ij}(k^2, W')}{W' - W} dW', \quad (2)$$

то в силу соотношения унитарности

$$\operatorname{Im} F_{ij}(k^2, W) = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^2 \left(\frac{P_{0i}}{m_i} \right)^{1/2} \sum_n (2\pi)^4 \delta(p_j - q_n) \langle p_i s | \mathcal{J}_\mu(0) | n q_n \rangle \langle n q_n | \bar{\mathcal{J}}(0) | 0 \rangle \mathcal{V}_\mu(W) U(p_i, s), \quad (3)$$

в абсорбтивную часть д.с. дадут вклад амплитуды всевозможных процессов^{*)}. Эти амплитуды будут содержать различные электромагнитные ф.ф., определённые уже на массовой поверхности, а потому выходящие из-под дисперсионного интеграла. Таким образом, соотношение унитарности (3) превращает д.с. (2) в систе-

*) Вопрос о числе вычитаний в (2) будет обсуждён ниже; в соотношении (3) оператор $\bar{\mathcal{J}}(0)$ — так называемый источник спинорного поля $(i\partial - m)\psi(0) = \bar{\mathcal{J}}(x)$, а $\mathcal{V}_\mu(W)$ — операторы, выделяющие соответствующие ф.ф. из матричного элемента электромагнитного тока.

му линейных алгебраических уравнений относительно различных диагональных ($i=j$) и переходных ($i \neq j$) ф.ф.. Остаётся задача нахождения коэффициентов в этих уравнениях. Для этой цели можно непосредственно использовать экспериментальные данные об амплитудах соответствующих процессов, либо вычислять эти амплитуды в определенных моделях. Число ф.ф., входящих в систему (1), и вид функций $f_{ijl}(k^2, m_i, m_j)$ и $g_l(k^2, m_i, m_j)$ как раз и определяются моделью, используемой для вычисления $\operatorname{Im} F_{ij}(k^2, W)$; само же существование такой системы связано прежде всего с аналитичностью электромагнитных ф.ф. по инвариантной адронной массе.

Возможна несколько иная точка зрения на существование системы (1). Предположим, что все адроны описываются единым электромагнитным ф.ф., то есть в пространстве инвариантных переменных k^2, W_{in}^2, W_{out}^2 существует функция $\mathcal{P}(k^2, W_{in}^2, W_{out}^2)$ (назовем её "обобщённым формфактором"), сечения которой массовыми плоскостями $W_{in}^2 = m_i^2, W_{out}^2 = m_j^2$ дают электромагнитные ф.ф. адронов $F_{ij}(k^2, m_i^2, m_j^2)$. Тогда система (1) есть просто математическое следствие существования функции $\mathcal{P}(k^2, W_{in}^2, W_{out}^2)$. Вид обобщённого ф.ф. можно получить, продолжая аналитически функцию $F_{ij}(k^2, m_i^2, m_j^2)$ из области действительных дискретных значений $W_{in(out)}^2 = m_{i(j)}^2$ на всю комплексную плоскость. Очевидно, что точный вид "обобщённого ф.ф." можно было бы установить, если бы существовали д.с. (2) для всех адронных электромагнитных ф.ф. и можно было бы просуммировать весь унитарный ряд. Тогда (2) и (3) дали бы некоторую "бутстрапированную" систему, в которой каждый из ф.ф. оказался бы выраженным через все остальные.

Однако суммировать полный унитарный ряд мы не умеем, а д.с. (2) строго доказаны только для векторной (так называемые "sidewise dispersion relation")^{/3/} и аксиальной^{/5/} нуклонной вершины. Ограничиваясь строго доказанными д.с. Бинцера для вершины с нуклонными квантовыми числами у адронов, можно получить некоторые уравнения, образующие систему типа (I). Вопрос о разрешимости этих уравнений, а также полной системы (I) непосредственно связан с моделью насыщения и числом вычитаний в д.с. (2) и будет рассмотрен ниже. В следующем разделе приведём схему доказательства д.с. Бинцера и сделаем краткий обзор известных нам работ, выполненных на основе этих д.с. В разделах III - V изложены оригинальные результаты, полученные нами. Раздел VI содержит общие замечания и выводы. В приложениях I-3 рассмотрены технические вопросы получения наших уравнений.

II. Дисперсионные соотношения по инвариантной адронной массе

Рассмотрим электромагнитную вершину (рис. 3), у которой один из нуклонов находится вне массовой поверхности: $K^2 \leq 0$, $P_1^2 = m^2$, $P^2 = W^2$ (K^2 - пространственноподобен). Шесть ф.ф., описывающих такую вершину, зависят от двух инвариантных переменных K^2 и W :

$$\begin{aligned} & \bar{U}(P_1) \Gamma_{\mu}(P_1, P; K) = \\ & = \bar{U}(P_1) \sum_{\pm} [i\gamma_{\mu} F_1(K^2, \pm W) + \\ & + i\sigma_{\mu\nu} K_{\nu} F_2(K^2, \pm W) + K_{\mu} F_3(K^2, \pm W)] \Lambda(\gamma P; \pm W) \end{aligned} \quad (4)$$

Поскольку параметризация тока частиц со спином 1/2 может содержать γ матрицы в степени не выше третьей^{/3,40/}, удобно выбрать $\Lambda(\gamma P; \pm W)$ в виде проекционных операторов

$$\Lambda(\gamma P; \pm W) = \frac{W \mp i\gamma P}{2W}$$

Инвариантную переменную W^2 можно фиксировать как на массовой поверхности нуклона $W^2 = m^2$, так и на массовой поверхности нуклонной изобары P_{11} с нуклонными квантовыми числами и массой $M_R \neq m$ (например, резонанса Ропера N_{1470}). Тожество Уорда-Такахаши^{/8/} связывает электрический $F_1(K^2)$ и продольный $F_3(K^2)$ ф.ф. следующим образом:

а) для диагональной по массе вершины ($W = m$)

$$F_1(K^2) = 1 - K^2 F_3'(K^2),$$

где $F_3(K^2) \equiv \frac{\partial}{\partial W} F_3(K^2, W^2) \Big|_{W=m}$ (5)

б) для переходной по массе вершины ($W = M_R \neq m$)

$$F_1(K^2, M_R^2, m^2) = \frac{K^2}{M_R - m} F_3(K^2, M_R^2, m^2). \quad (6)$$

Заметим, что равенство нулю переходного заряда $\langle M_R | Q_{M_R m} | m \rangle$ в (6), следующее из тождества Уорда-Такахаши, в нерелятивистском случае есть прямое следствие условия непрерывности тока:

$$i K_0 \langle M_R | Q_{M_R m} | m \rangle = \int \text{div} \langle M_R | \vec{j}(x) | m \rangle dV = 0 \quad (6')$$

$K_0 \neq 0$

Обычно в дисперсионном подходе исследуется вопрос об аналитических свойствах $\bar{\psi}\psi$ по величине k^2 , как для пространственно-подобных k^2 (см., например ^{/9/}), так и для времениподобных k^2 ^{/10/}. Известно, что д.с. для $\bar{\psi}\psi$ по k^2 дали значительную информацию об электромагнитных $\bar{\psi}\psi$, например, нуклона и π -мезона.

Если же нуклон (или любой другой адрон) находится вне массовой поверхности, то можно поставить вопрос об аналитическом продолжении электромагнитных $\bar{\psi}\psi$ нуклона в комплексную плоскость инвариантной адронной массы. Предположим ^{/3,4/}, что электромагнитные $\bar{\psi}\psi$ нуклона являются аналитическими функциями комплексной переменной W в верхней полуплоскости. Можно строго доказать д.с. по W для электромагнитных $\bar{\psi}\psi$. (4)-(6) ^{/3/}.

Приведем схему доказательства Бинцера д.с. по W . Введем в матричный элемент оператора тока (4) проекционные операторы $\gamma_\mu^i(k^2, W)$, $i=2,3$, выделяющие соответствующие $\bar{\psi}\psi$ $F_{2,3}(k^2)$ (см. приложение I), и, применяя к нему редукционный формализм Лемана, Симанзика, Циммермана, получим

$$F_i(\pm W) = \langle 0 | \bar{u}(P_2) \Gamma_\mu(P_2, P; k) \gamma_\mu^i(k^2, \pm W) | P_2 \rangle = \\ = \left(\frac{P_2^0}{m}\right)^{1/2} i \int d^4x e^{iP \cdot x} \theta(x_0) \langle P_2 | [j_\mu^i(x), \bar{\psi}(x)] | 0 \rangle \gamma_\mu^i(k^2, W) \bar{u}(P_2),$$

где $\bar{\psi}(x) = (-\gamma_\mu^T \partial_\mu - m) \Psi(x)$, $\theta(x_0) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{x_0}{|x_0|}\right)$, $j(x)$ - оператор нуклонного поля. При выводе выражения (7) были опущены одновременные коммутаторы, возникающие в процедуре свертывания, так как они дают только квазилокальные члены. В соотношении (7) зависимость от дисперсионной перемен-

ной W содержится в экспоненте e^{iPx} и проекционных операторах $\hat{v}_M^i(k^2, W)$, что явно видно в лаб. системе $\vec{P}_1 = 0$

$$P_1 = (m, 0); \quad P = (P_0, \vec{z}h); \quad k = (P_0 - m, \vec{z}h),$$

$$\text{где} \quad P_0 = \frac{W^2 + m^2 - k^2}{2m}; \quad h^2 = (P_0 - m)^2 - k^2, \quad (8)$$

\vec{z} - единичный вектор в направлении \vec{P} ; $k^2 \leq 0$ пространственно-подобен, метрика + - - -. В этой системе координат имеем

$$F_i(\pm W) = \int_0^\infty dz \int e^{iP_0 x_0} f_i(\pm W; x_0, z) dx_0; \quad (9)$$

здесь $z \equiv |\vec{x}|$,

$$f_i(\pm W; x_0, z) = i z^2 \int d\Omega_x \theta(x_0) \langle m | [j_\ell(0), \vec{z}(x)] | 0 \rangle \cdot \lambda_i(\pm W, x) \bar{U}(m), \quad (10)$$

причём операторы $\lambda_i(\pm W, x)$ содержат выражения $j_\ell(zh)/zh$, где j_ℓ - сферические функции Бесселя порядка ℓ ($\ell=0,1,2$) (см. приложение I).

Предположение о возможности аналитического продолжения переменной P_0 в верхнюю комплексную полуплоскость приводит к тому, что на основании требования причинности

$$f_i(\pm W; x_0, z) = 0 \quad \text{для} \quad x_0 < 0, \quad x_0 > z$$

и не имеют сингулярностей как функции W , что видно из (10) (см. также приложение B^{3/}).

Предположим, что матричный элемент запаздывающего коммутатора является непрерывным внутри светового конуса; тогда

по лемме Римана-Лебега, асимптотическое поведение функций $f_i(\pm W)$ при $W \rightarrow \infty$ определяется особенностями коммутатора на световом конусе. Если пренебречь возможностью особенностей на бесконечности от опущенных членов с одновременными коммутаторами и возможностью особенностей типа δ^- -функции у запаздывающего коммутатора на световом конусе, то $f_i(\pm W)$ имеют на бесконечности хорошее поведение и для функций

$$F_i^\pm(P_0, z) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 e^{-iP_0 x_0} [f_i(W; x_0, z) \pm f_i(-W; x_0, z)] \quad (II)$$

можно на основании теоремы Коши написать:

$$Re F_i^\pm(P_0, z) = \frac{P}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Im F_i^\pm(P_0', z)}{P_0' - P_0} dP_0' \quad (I2)$$

Чтобы получить д.с. для $F_i(\pm W)$, необходимо проинтегрировать (I2) по z . Здесь возникает нетривиальная в дисперсионной теории проблема изменения порядка интегрирования. Удачным моментом при выводе д.с. Бинцера является то, что для пространственноподобных: $K^2 < 0$ и для $K^2 = 0$ в области $-\infty < W < \infty$ не возникает нефизических областей, аналогично д.с. для рассеяния вперед реального фотона. Операция замены порядка интегрирования в рассматриваемом случае - законна, так как величина h , входящая в функции Бесселя

$$\frac{J_0(zh)}{zh} \sim \frac{\sin zh}{zh}, \text{ действительна.}$$

Проинтегрировав $Re F_i^\pm(P_0, z)$ по z , Бинцер получил д.с. по инвариантной адронной массе для функций $F_i^\pm(P_0)$

$$Re F_i^\pm(P_0) = \frac{P}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Im F_i^\pm(P_0')}{P_0' - P_0} dP_0' \quad (I3)$$

В физических д.с. (I3) разрез в комплексной плоскости P_0 в действительности начинается с точки $P_0^{порог} = m + \mu + (\mu^2 - \kappa^2)/2m$ (соответствующей $W = m + \mu$, где μ - масса π -мезона). Покажем это. Спектральная функция в д.с. (I3) формально та же, что и в д.с. по K^2 :

$$\rho(\kappa^2, W^2) = \pi \left(\frac{P_0}{m}\right)^{1/2} \sum_n 2P_0 \theta(-P_0) \delta(W^2 - M_n^2) \cdot \langle P_1 | j_\mu | P, n \rangle \langle P, n | \bar{j}(0) | 0 \rangle + \sum_{n'} 2\kappa_0 \cdot \theta(\kappa_0) \delta(M_{n'} - \kappa^2) \langle P_2 | \bar{j}(0) | n', \kappa \rangle \langle n', \kappa | j_\mu | 0 \rangle. \quad (I4)$$

Так как в (I3) дисперсионной переменной является инвариантная масса адрона, промежуточные состояния n и n' должны иметь барионные числа соответственно равными 1 и 0. Тогда низшим промежуточным состоянием, дающим вклад в сумму по n , есть π -N состояние с $W = m + \mu$, а сумма по n' в силу $\delta(M_{n'} - \kappa^2)$ с $\kappa^2 \leq 0$ исчезает для любых n' . Здесь существует отличие от доказательства д.с. по K^2 , где из-за того, что промежуточные состояния n и n' должны иметь барионное число, равное нулю, исчезает сумма по n , а низшим промежуточным состоянием в сумме по n' является двухкваронное состояние. В итоге д.с. для изовекторных и изоскалярных электромагнитных ф.ф. "нуклонной" вершины имеет вид:

$$\left\{ \begin{aligned} F_1^{v,s}(k^2, W) &= \frac{1}{2} - k^2 \frac{P}{\pi} \int_{m+\mu}^{\infty} dW' \left[\frac{\text{Im} F_3^{v,s}(k^2, W')}{(W' - W)^2} + \frac{\text{Im} F_3^{v,s}(k^2, -W')}{(W' + W)^2} \right] \\ F_2^{v,s}(k^2, W) &= \frac{P}{\pi} \int_{m+\mu}^{\infty} dW' \left[\frac{\text{Im} F_2^{v,s}(k^2, W')}{W' - W} + \frac{\text{Im} F_2^{v,s}(k^2, -W')}{W' + W} \right], \end{aligned} \right. \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{aligned} F_1^{v,s}(k^2, W) &= \frac{k^2}{M_R - m} \frac{P}{\pi} \int_{m+\mu}^{\infty} dW' \left[\frac{\text{Im} F_3^{v,s}(k^2, W')}{W' - W} + \frac{\text{Im} F_3^{v,s}(k^2, -W')}{W' + W} \right] \\ F_2^{v,s}(k^2, W) &= \frac{P}{\pi} \int_{m+\mu}^{\infty} dW' \left[\frac{\text{Im} F_2^{v,s}(k^2, W')}{W' - W} + \frac{\text{Im} F_2^{v,s}(k^2, -W')}{W' + W} \right], \end{aligned} \right. \quad (16)$$

$W = M_R$.

Число вычитаний в данных д.с. постулируется. Бинцер предположил, что магнитный ф.ф. $F_2^{v,s}(k^2, W)$ подчиняется безвычитательным д.с., а для $F_1^{v,s}(k^2, W)$ в (15) необходимо произвести одно вычитание. Отсутствие константы вычитания в д.с. для $F_1^{v,s}(k^2, W)$ в (16) связано с соотношением (6').

Как уже обсуждалось в предыдущем разделе, д.с. по адронной массе позволяют связать электромагнитные ф.ф. всевозможных вершин.

Существует значительное число работ^{/II-19/}, непосредственно использующих д.с. Бинцера. Условно их можно разбить на две группы: феноменологические и теоретико-полевые. В первых^{/II-18/} вычисляются в различных моделях аномальные магнитные моменты нуклона, резонанса Ропера N_{1470}^* и среднеквадратичный радиус нуклона. Вторая группа работ^{/19/} посвящена интерпретации результатов по (глубоко) неупругому рассеянию. В них из общих требований унитарности, причинности и спектральности,

с помощью д.с. (15) установлена абсолютная граница на величину ф.ф. нуклона и получена оценка на величину константы перенормировки волновой функции протона $Z_2 \approx 0$, что, видимо, говорит о составной природе протона.

Критическим моментом в феноменологических работах^{/II-18/} является вопрос о насыщении д.с. Бинцера промежуточными n -частичными состояниями и резонансами. Собственно в работе Бинцера^{/3/} сделано предположение о пороговой доминантности, т.е. о том, что основной вклад в $\text{Im} F_i^{v,s}(k^2, W)$ вносит промежуточное $T-N$ состояние (рис. 4), и показано, что абсорбирующая часть д.с. связана с мультипольными амплитудами электро(фото) рождения и сильным ф.ф. нуклона. В этой связи Ройер^{/20/} доказал теорему о том, что, если в сумме $\sum_n (N+n\pi)$ промежуточных состояний пионы мягкие ($\mu \rightarrow 0$), то пороговая диаграмма (рис. 4) действительно доминирует. В общем же случае ($\mu \rightarrow 0$) пороговая доминантность суть только предположение, хотя и традиционное.

Используя двухчастичную $T-N$ унитарность и различные модели фоторождения, в работах^{/II-14/} вычислены аномальный магнитный момент и среднеквадратичный радиус нуклона. При этом использовались самые простые модели (учёт только борновских членов в^{/14/} и борновские члены + Δ_{33} резонанс в перекрёстном канале в^{/II,13/}), полученные результаты находятся только в качественном согласии с экспериментом:

$$\begin{aligned} \mu_{\text{аном}}^p &= 1,2 \quad /13/; & \mu_{\text{аном}}^p (\text{эксперим.}) &= 1,85. \quad (17) \\ \langle r_p^2 \rangle &= 0,49 f^2; & \langle r_p^2 \rangle^{\text{эксперим.}} &= 0,66 f^2. \quad /14/ \end{aligned}$$

В работах /15-17/ применён иной подход к вопросу о насыщении д.с. Бинцера. Вслед за Корнволом и Патилом /21/ предполагается, что в абсорбтивной части нуклонного ф.ф. $\text{Im } F_{2,3}^{\prime}(\kappa^2, W)$ в (I5)-(I6) доминирует вклад от резонанса Ропера N_{1470}^* (рис. 5). Тогда в (I5)-(I6) возникает связь между ф.ф. нуклона $F_{1,2}^{\prime}(\kappa^2)$ и ф.ф. резонанса N_{1470}^* :

$$F_1^{\prime}(\kappa^2) = -\kappa^2 g_{NN^*} F_{1N^*N}^{\prime}(\kappa^2) \quad /I5/ \quad (I8)$$

$$F_2^{\prime}(\kappa^2) = \frac{g_{\pi NN}}{g_{\pi N^*N}} F_{2N^*N}^{\prime}(\kappa^2) \quad /I5, I6/ \quad (I9)$$

здесь и ниже g_{NN^*} , g_{N^*N} - константы связи в диаграммах рис. 5; $g_{\pi NN}$, $g_{\pi N^*N}$ - константы связи соответствующих вершин. Соотношение (I8) не имеет смысла в пределе $\kappa^2 \rightarrow 0$ ($F_1^{\prime}(0) = 0$ вместо $F_1^{\prime}(0) = 1$), а соотношение (I9) приводит к результатам, вдвое отличающимся от экспериментальных /I6/. Оба результата получены с помощью безвычитательных д.с. по W .

С другой стороны, как видно из общей структуры системы (I) /I8/, насыщение безвычитательных д.с. Бинцера резонансами без учёта ширин, приводит к однородной системе линейных относительно ф.ф. уравнений с отличным от нуля детерминантом $(\Psi_{\rho}(\kappa^2, m_i, m_j) = 0; \det f_{ij\rho}(\kappa^2, m_i, m_j) \neq 0)$. Такой способ насыщения приводит только к тривиальным решениям. Поясним это на примере. Соотношения (I8)-(I9), дающие нетривиальные, но неточные результаты, получены с помощью неполной системы уравнений типа (I) за счёт учёта только диаграммы 5а; если же учесть полный набор диаграмм (для ф.ф. двух частиц: нуклона и N_{1470}^*)-

Ба,б,в,г, то полученная система соотношений для магнитных моментов

$$M_N = g_{NN^*} M_{N^*N}$$

$$M_{N^*N} = -g_{N^*N} M_N$$

$$M_{N^*N^*} = -g_{N^*N} M_{NN^*}$$

$$M_{NN^*} = g_{NN^*} M_{N^*N^*}$$

имеет только тривиальные решения для произвольных значений

g_{N^*N} и g_{NN^*} (здесь $M_{N^*N} = M_{NN^*}^\dagger$, что следует из эрмитовости переходного электромагнитного тока и T - инвариантности; \dagger - здесь знак комплексного сопряжения.)

Таким образом, процедура насыщения безвычитательных д.с. Бинцера резонансами без учёта ширины может давать даже в случае полной системы только соотношения между $\phi.\phi.$, так как возникающая при этом система

$$F_{ij}(k^2, m_i^2, m_j^2) = \sum_n F_{in}(k^2, m_i^2, m_j^2) g_{nj} \quad (20)$$

имеет тривиальные решения (g_{nj} - всевозможные константы связи).

В д.с. с вычитаниями такой трудности не возникает.

При насыщении д.с. Бинцера (I5)-(I6)-безвычитательных для $F_2(k^2, W)$ и с одним вычитанием для $F_1(k^2, W)$ - π - N -промежуточным состоянием, получаемая система из-за наличия вычитаний будет неоднородной, а зависимость абсорбтивной части

$Im F_{2,3}(k^2, W)$ от $\phi.\phi.$ определится амплитудой электро(фото) рождения (см. рис. 4). Поэтому в силу обязательного учёта при вычислении амплитуды, обмена π -мезонами и возможного (см. таблицу 5-6) - векторными мезонами в t канале, а также учёта других особенностей амплитуды, получаемая система линейных по $\phi.\phi.$

уравнений будет иметь прямоугольную. (а не квадратную) матрицу коэффициентов, и проблемы совместимости этой системы не возникает. В такой системе всегда будет конечное число ф.ф., через которые выражаются все остальные. Отметим, что проблема разрешимости системы (т.е. выражения ф.ф. только через кинематические члены и всевозможные константы связи) возникнет, если будет построена полная система уравнений (I).

В настоящей работе с помощью д.с. Бинцера (I5)-(I6) и гипотезы пороговой $\bar{\pi}-N$ доминантности получены две системы ^{из} четырех уравнений, связывающие ф.ф. нуклона $F_{1,2}^{u,s}(\kappa^2)$, π -мезона $F_{\pi}(\kappa^2)$, а также переходные ф.ф. векторных мезонов $F_{\rho, \omega, \pi, \sigma}(\kappa^2)$ и нуклонной изобары Ропера $N_{1470}^* F_{N_{1470}^* N \sigma}(\kappa^2)$.

При этом, для вычисления амплитуды электро-рождения, выбиралось такое приближение, чтобы с помощью полученных систем ф.ф. $F_{\pi}(\kappa^2)$, $F_{\rho(\omega)\pi\sigma}(\kappa^2)$ и $F_{N_{1470}^* N \sigma}(\kappa^2)$ выражались только через нуклонные ф.ф. и всевозможные кинематические члены. Далее, путем привлечения экспериментальных данных о нуклонных ф.ф. $F_{1,2}(\kappa^2)$, было исследовано в рамках данной модели поведение ф.ф. пиона, векторных мезонов и изобары.

Рассмотрим подробно эти результаты.

III. Связь между факторами различных электромагнитных вершин

Применим к д.с. (I5)-(I6) гипотезу пороговой доминантности. Тогда абсорбтивная часть $Im F_{2,3}(\kappa^2, W)$ вычисляется с помощью графика рис. 4 и зависит от амплитуды электро-рождения и сильного ф.ф. нуклона $K_{\pi NN}(W)$. Исходя из правил отбора по спин-чётности и соотношений Мак-Дауэлла для мультипольных амплитуд /22, 23/

$$\begin{cases} -(\ell+1) M_{\ell+}(-W) = E_{(\ell+1)-}(W) + (\ell+2) M_{(\ell+)-}(W), \\ -(\ell+1) E_{\ell+}(-W) = M_{(\ell+)-}(W) - \ell E_{(\ell+)-}(W), \\ L_{\ell+}(-W) = -L_{(\ell+)-}(W) \end{cases}$$

находим для рассматриваемой "нуклонной" вершины, что в $Im F_{2,3}(W)$ дадут вклад магнитная $M_{1-}^{(1/2)}(\kappa^2, W)$ и продольная $L_{1-}^{(3/2)}(\kappa^2, W)$, а в $Im F_{2,3}(-W)$ - электрическая $E_{0+}^{(1/2)}(\kappa^2, W)$ и продольная $L_{0+}^{(1/2)}(\kappa^2, W)$ мультипольные амплитуды электро-рождения^{x)}. В с.п.м. конечного $\bar{\pi}-N$ состояния, $Im F_{2,3}^{u,s}(\kappa^2, \pm W)$ имеет следующий вид³⁾:

$$Im \begin{pmatrix} F_2^{u,s}(\kappa^2, W) \\ F_3^{u,s}(\kappa^2, W) \end{pmatrix} = -\frac{g_{\pi NN}}{W} \frac{|\vec{P}_2|}{|\vec{P}_1|} \left[\frac{E_2 - m}{E_1 + m} \right]^{1/2} K_{\pi NN}^{\dagger}(W).$$

$$\cdot \left[\begin{pmatrix} W+m \\ W-m \end{pmatrix} M_{1-}^{u,s}(\kappa^2, W) + \left(\frac{E_1 - W}{(W-E_1)(W^2 - m^2)} \right) L_{1-}^{u,s}(\kappa^2, W) \right]; \quad (21)$$

$$Im \begin{pmatrix} F_2^{u,s}(\kappa^2, -W) \\ F_3^{u,s}(\kappa^2, -W) \end{pmatrix} = -\frac{g_{\pi NN}}{W} \frac{|\vec{P}_2|}{|\vec{P}_1|} \left[\frac{E_2 + m}{E_1 - m} \right]^{1/2} K_{\pi NN}^{\dagger}(-W).$$

$$\left[\begin{pmatrix} W-m \\ W+m \end{pmatrix} E_{0+}^{u,s}(\kappa^2, W) + \left(\frac{E_1 - W}{(W-E_1)(W^2 - m^2)} \right) L_{0+}^{u,s}(\kappa^2, W) \right]. \quad (22)$$

x) Верхний индекс (I/2) указывает значение изотопического спина конечного $\bar{\pi}-N$ состояния; в дальнейшем для упрощения записи опускается.

здесь $g_{\pi NN}^2/4\pi = 14,72 \pm 0,83$,¹³²¹

$$P_1 = (\vec{P}_1, E_1); \quad P_2 = (\vec{P}_2, E_2);$$

$$E_1 = \frac{W^2 + m^2 - \kappa^2}{2W}; \quad E_2 = \frac{W^2 + m^2 - m^2}{2W}; \quad (23)$$

кинематические обозначения введены на рис. 4 (см. также приложение 2 настоящей работы).

Из (15), (16) и (21), (22) видно, что, используя д.с. Бинцера, можно связать в систему уравнений электромагнитные ф.ф. нуклона $F_{1,2}(\kappa^2)$ - д.с. (15) - или ф.ф. изобары P_{11}

$F_{1,2} N^* N \gamma(\kappa^2)$ - д.с. (16) - со всевозможными электромагнитными ф.ф. $F_{ij}(\kappa^2, m_i^2, m_j^2)$, входящими в мультипольные амплитуды электророжения

$$F_{\ell}^{\nu, s}(\kappa^2, m^2, M_R^2) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \delta_{\ell 1} \\ 0 \end{pmatrix} + \sum_{i,j} h_{ij\ell}^{\nu, s}(\kappa^2, m_i, m_j) F_{ij}^{\nu, s}(\kappa^2, m_i^2, m_j^2) \quad (24)$$

$\ell = 1, 2$; под знак $\sum_{i,j}$ среди $F_{ij}(\kappa^2, m_i^2, m_j^2)$ могут входить также и $F_{\ell}(\kappa^2, m^2, M_R^2)$.

Размерность системы (24) и вид функций $h_{ij\ell}(\kappa^2, m_i, m_j)$

определяется приближением, учитывающим взаимодействие в конечном состоянии процесса электророжения. Известно^{124/}, что существует два приближения: дисперсионное^{23-26/} и модель одночастичного обмена^{24, 27/}. При использовании любого из этих методов число уравнений ℓ в (24) оказывается меньшим $n \equiv \max(i, j)$ - числа неизвестных (формфакторов). Результаты, полученные нами^{6, 7/}, связаны с дисперсионным подходом в задаче электророжения. Вид системы (24), возникающий при исполь-

зовании модели одночастичного обмена, будет рассмотрен в заключении. Кроме того, вид функций $h_{ijl}(k^2, m_l^2, m_j^2)$ определяется также сильным ф.ф. нуклона $K_{F_{Nw}}(z, w)$, который может быть вычислен в какой-нибудь модели, либо взят непосредственно из эксперимента. Остановимся кратко на вычислении мультипольных амплитуд электророжения $M_{1-}(k^2, w)$, $E_{0+}(k^2, w)$, $L(k^2, w)$ и сильного ф.ф. нуклона $K_{F_{Nw}}(z, w)$. Подробно эти вопросы \rightarrow рассматриваются в приложении 2 к настоящей работе, и в 3, 13/.

II. Мультипольные амплитуды электророжения

Для вычисления указанных мультипольных амплитуд электророжения была использована следующая система д.с. /23-36/:

$$\begin{aligned}
 m_e(s) &= m_e^{(Born)}(s) + \begin{pmatrix} m_e^w \\ m_e^p \end{pmatrix} + \\
 &+ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\pi} \int_{m+\mu}^{\infty} dw' \begin{pmatrix} K_{m_e M_{1+}^{3/2}}(k^2, w, w') \\ K_{m_e E_{1+}^{3/2}}(k^2, w, w') \end{pmatrix} \text{Im} \begin{pmatrix} M_{1+}^{3/2} \\ E_{1+}^{3/2} \end{pmatrix} \\
 &+ \frac{P}{\pi} \int_{m+\mu}^{\infty} \frac{\text{Im} m_e(s')}{w' - w} dw'.
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

Здесь $m_e(k^2, w)(s)$ - любая из вышеуказанных мультипольных амплитуд (векторные и скалярные компоненты);

$K_{m_e M_{1+}^{3/2}}(E_{1+}^{3/2})(k^2, w, w')$ - регулярные ядра.

Тот факт, что полная система д.с. аппроксимирована системой (25), определяется тем, что в дисперсионном подходе мы ограничились следующим приближением:

I) кроме борновских членов (рис. 6), за счёт которых в \sum_{ij} в (24) войдут ф.ф. нуклона $F_{1,2}(k^2)$ и π -мезона $F_{\pi}(k^2)$,

был учтен в полюсном приближении обмен в t -канале векторными

мезонами ρ и ω (рис. 7), что ввело в (24) ф.ф.

$$F_{\omega(\rho)\pi\pi}(k^2) \text{ *}$$

2) был учтён обмен 3-3 резонансом в перекрёстном канале (см. рис. 9), важный даже при низкой энергии, причем не только за счёт магнитного дипольного перехода $M_{1+}^{3/2}$, но и за счёт электрического квадруполь $E_{1+}^{3/2}$ /26/.

3) следуя численным оценкам работы /26/, мы пренебрегли вкладом регулярных интегралов

$$\int_{m+\mu}^{\infty} \mathcal{K}_{m_e m_e}(k^2, w, w') \text{Im } \mathcal{M}_e(k^2, w') dw'$$

где $m_e : M_{1-}, E_{0+}, L_{1-}, L_{0+}$.

Учёт обмена в t -канале векторными мезонами означает, что мы учитываем не только ближайшие к физическому разрезу, но и более отдалённые левосторонние сингулярности борновских амплитуд /23, 42/. Действительно, как следует из работы /42/, левее физического разреза $\text{Re } w \geq (m+\mu)$ на действительной оси находятся не только полюса $w = m, \mu$, но и физический разрез от $-\infty$ до $w_0 = \frac{m}{m+\mu}(m^2 - m\mu - \mu^2)$ (см. рис. 13). Достаточно близко к точке ветвления этого разреза находятся полюса обмена ω - и ρ - мезонами. Учёт полюсной диаграммы (рис. 7)

* Смешивания φ - и ω -мезонов не производилось, так как

$$g_{\omega\pi\pi} \gg g_{\varphi\pi\pi} \approx 0 \text{ /1/}$$

означает, что мы аппроксимировали разрез $-\infty < W \leq w_0$ полюсами $W = m_\omega(m_\rho)$. Непосредственный учёт обмена векторными мезонами был необходим /23/, так как при вычислении мультипольных амплитуд \mathcal{M}_e мы ограничились для обеспечения сходимости дисперсионного интеграла верхний предел интегрирования значением $W = m_{\Delta_{33}}$, потеряв тем самым вклад векторных мезонов. Проведённая процедура исключает возможность двойного учёта t -канальных особенностей.

Что касается необходимости учёта в u -канале не только $M_{1+}^{3/2}$, но и $E_{1+}^{3/2}$, то это приближение основано на численном анализе работы /26/. Авторы показали, что хотя электрический квадруполь $E_{1+}^{3/2}$ на порядок ниже магнитного диполя $M_{1+}^{3/2}$, но регулярное ядро $\mathcal{K}_{m_e E_{1+}^{3/2}}$ на порядок выше ядра $\mathcal{K}_{m_e M_{1+}^{3/2}}$. Качественный анализ поведения ядер $\mathcal{K}_{L_{1-}(0^+)M_{1+}^{3/2}}$ и $\mathcal{K}_{L_{1-}(0^+)E_{1+}^{3/2}}$ проведённый нами, показал, что эти результаты можно распространить и на продольные амплитуды.

Мультипольные амплитуды 3-3 резонанса — магнитный диполь $M_{1+}^{3/2}(k^2, W)$ и электрический квадруполь $E_{1+}^{3/2}(k^2, W)$ использовались нами в форме, полученной Адлером /23/, который для вычисления магнитной, пионной и электрической компонент амплитуд $M_{1+}^{3/2}$ и $E_{1+}^{3/2}$ использовал д.с. и, учитывая только ближайшие сингулярности борновских амплитуд

$$M_{1+}^{3/2}(\text{Born}) \sim \frac{\text{const}}{W-m}; \quad M_{1+}^{3/2}(\text{Born}) \sim \frac{\text{const}}{(W-m)^2},$$

получил решение дисперсионного уравнения. Мультипольные амплитуды 3-3 резонанса $M_{1+}^{3/2}(k^2, W)$ и $E_{1+}^{3/2}(k^2, W)$ в модели Адлера имеют вид /23/:

$$M_{1^+(\mu)}^{3/2}(k^2, W) = M_{1^+(\mu)}^{3/2}(\text{Bozn}) \frac{f_{1^+}^{3/2}(W)}{f_{1^+}^{3/2}(\text{Bozn})} \left[1 + \frac{a(k^2)}{2,2\mu(W-m)} \right]^{-1};$$

$$\begin{pmatrix} M_{1^+(\pi)}^{3/2}(k^2, W) \\ E_{1^+(\pi)}^{3/2}(k^2, W) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{1^+(\pi)}^{3/2}(\text{Bozn}) \\ E_{1^+(\pi)}^{3/2}(\text{Bozn}) \end{pmatrix} e^{i\delta_{33}} \cos \delta_{33},$$

(26)

$$M_{1^+(e)}^{3/2} \approx E_{1^+(\mu)}^{3/2} \approx E_{1^+(e)}^{3/2} \approx 0.$$

Здесь $f_{1^+}^{3/2}(W)$ — парциальная амплитуда рассеяния^{/23,28/};

$$a(k^2) = 8,4 \cdot 10^{-3} k^2 \left[1 + 4,5 \cdot 10^{-3} \frac{k^2}{\mu^2} \right]^{-1} \quad - \text{ функция,}$$

дающая существенный вклад только при $k^2 \geq 2,5 \text{ ГэВ}^2$;

δ_{33} — фаза 3-3 резонанса, выбранная в форме^{/23,29/}

$$\frac{e^{2i\delta_{33}} - 1}{2i} = \frac{1/2 \Gamma}{q_0 - \varepsilon + 1/2 i \Gamma}, \quad 1271$$

где

$$\Gamma = 1,262 |\vec{q}|^3 \left[\mu(q_0 + \varepsilon) \left(1 + 0,504 \frac{|\vec{q}|^2}{\mu^2} \right) \right]^{-1};$$

$$q_0 = \frac{W^2 - m^2 + \mu^2}{2W}; \quad \varepsilon = 1,921 \mu;$$

$$|\vec{q}| = \frac{[(W-m)^2 - \mu^2]^{1/2} [(W+m)^2 - \mu^2]^{1/2}}{2W}.$$

Условие двухчастичной унитарности (теорема Ферми-Ватсона)

$$\text{Im } M_e(W) = e^{-i\delta_e(W)} \sin \delta_e(W) M_e(W) \quad (28)$$

превращает (25) в линейные сингулярные интегральные уравнения — "характеристические" уравнения Омнеса^{/30/}

$$\mathcal{M}_e(\kappa^2, W) = \mathcal{M}_e^{inhom.}(\kappa^2, W) + \frac{1}{\pi} \int_{m+\mu}^{\infty} \frac{e^{-i\delta_e(W')} \sin \delta_e(W') \mathcal{M}_e(\kappa^2, W')}{W' - W - i\varepsilon} dW', \quad (29)$$

в которых роль неоднородных членов $\mathcal{M}_e^{inhom.}(\kappa^2, W)$ играют борновские амплитуды, амплитуды обмена векторными мезонами, а также (только для изовекторных компонент) регулярные интегралы, учитывающие вклад 3-3 резонанса, (т.е. три первых члена правой части уравнений (25)). Точное решение уравнений (25), (29) имеет вид:

$$\mathcal{M}_e(\kappa^2, W) = \mathcal{M}_e^{inhom.}(\kappa^2, W) + \mathcal{D}^{-1}(W) \frac{P}{\pi} \int_{m+\mu}^{\infty} dW' \mathcal{D}(W') \cdot e^{i\delta_e(W')} \sin \delta_e(W') \frac{\mathcal{M}_e^{inhom.}(\kappa^2, W')}{W' - W} + P(W) \mathcal{D}^{-1}(W) \quad (30),$$

где $\mathcal{D}(W) = \exp \left[-\frac{W}{\pi} \int_{m+\mu}^{\infty} \frac{\delta'(W')}{W'(W' - W - i\varepsilon)} dW' \right]$ — функция Юста; $P(W)$ — полином степени $n-1$, где величина n определяется асимптотическим поведением фазы на бесконечности $(n-1)\pi < \delta(\infty) \leq (n+1)\pi$. Точное решение (30) достаточно хорошо аппроксимируется приближенным решением /31, 13, 23/:

$$\mathcal{M}_e(\kappa^2, W) = \mathcal{M}_e^{inhom.}(\kappa^2, W) \mathcal{D}^{-1}(W). \quad (31)$$

Отметим, что из формы решений (30)–(31) видно, что зависимость от ф.ф. как точного (30), так и приближенного (31) решений уравнений (25) определяется исключительно видом неоднородных членов $\mathcal{M}_e^{inhom.}(\kappa^2, W)$.

Поэтому в любой модели, определяющей вид $\mathcal{M}_p^{inhom.}(\kappa^2, W)$, работа с точным или приближённым (31) решением приведёт к системе (24) для одних и тех же электромагнитных ф.ф., но с несколько различным видом коэффициентов $h_{ij}(\kappa^2, m, m_j)$.

Для получения системы уравнений (24) используем приближенное решение (31) с функцией $\mathcal{D}(W)$, взятой в статическом пределе^{/23/}. Мультипольные амплитуды электроорождения в этом случае имеют вид (см. приложение 2):

$$\begin{pmatrix} M_{1-}^{\nu, S}(\kappa^2, W, \delta_{33}) \\ L_{1-}^{\nu, S}(\kappa^2, W, \delta_{33}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{1-}^{\nu, S(inhom)}(\kappa^2, W, \delta_{33}) \\ L_{1-}^{\nu, S(inhom)}(\kappa^2, W, \delta_{33}) \end{pmatrix} e^{i\delta_p(W)} \cos \delta_p(W), \quad (32)$$

$$\begin{pmatrix} E_{0+}^{\nu, S}(\kappa^2, W, \delta_{33}) \\ L_{0+}^{\nu, S}(\kappa^2, W, \delta_{33}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0+}^{\nu, S(inhom)}(\kappa^2, W, \delta_{33}) \\ L_{0+}^{\nu, S(inhom)}(\kappa^2, W, \delta_{33}) \end{pmatrix} e^{i\delta_s(W)} \cos \delta_s(W), \quad (33)$$

где $\delta_p(W) \equiv \delta(W)$, $\delta_s(W) \equiv \delta(-W)$ соответственно, фазы π -N рассеяния P_{11} и S_{11} волны; здесь использовано соотношение Мак-Дауэлла для фаз^{/22/} $\delta_{p+}(-W) = \delta_{(p+)-}(W)$.

2. Сильный формфактор нуклона

Сильный (мезонный) ф.ф. нуклона $K_{\pi NN}(\pm W)$ (см. рис. 4) определяется матричным элементом тока вершины πNN , в которой один нуклон находится вне массовой поверхности

$$\bar{U}(P_2) V_{\pi}^{\alpha}(P_2, W) = g_{\pi NN} \bar{U}(P_2) i \gamma_5 \tau^{\alpha} \sum_{\pm} \frac{W - i\epsilon P}{2W} K_{\pi NN}(\pm W), \quad (34)$$

где τ^{α} - спиновая матрица Паули, а $K_{\pi NN}(\pm W)$ равняется

$$K_{\pi NN}(\pm W) \equiv K_{\pi NN}(m^2, m^2, \pm W).$$

Работая в лаб. сист. $\vec{P}_2 = 0$, $q = (\vec{\xi} h_q, q_0)$, $P = (\vec{\xi} h_q, m + q_0)$,
 $h_q^2 = q_0^2 - m^2$; $q_0 = \frac{W^2 - m^2 - M^2}{2m}$, Бинцер показал, что для $K(W)$ справедливо безвычитательное д.с. по W

$$\text{Re} K(\pm W) = \frac{P}{\pi} \int_{m+\mu}^{\infty} dw' \left[\frac{\text{Im} K(w)}{W' \mp W} + \frac{\text{Im} K(-w)}{W' \pm W} \right]. \quad (35)$$

Доказательство (35) аналогично доказательству д.с. (15)-(16) за исключением того, что h_q (в отличие от h в (8)) может стать мнимым, для $-\mu < q_0 < \mu$. Однако д.с. (35) может быть доказано, так как в нефизической области абсорбтивная часть

$\text{Im} K(\pm W)$ равна нулю. В приближении двухчастичной унитарности (см. рис. 9) решение д.с. (35) зависит от фаз π - N рассеяния $\delta_p(w)$ и $\delta_s(w)$. Как показано в работе /13/, в приближении длин рассеяния для S_{11} волны, справедливом вплоть до $W = 1548$ Мэв, и резонансом приближении, соответствующем резонансу Ропера N_{1470}^* (как и в некоторых других моделях), асимптотическое поведение фаз $\delta(\pm W)$ при $W \rightarrow \infty$ таково, что в (35) необходимо производить вычитание. Тогда решение д.с. (35) имеет вид: /13/

$$K_{\pi NN}(w) = \exp Q(w),$$

$$Q(\pm W) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} Q(\pm W \pm i\epsilon), \quad (36)$$

$$Q(z) = \frac{z - m}{\pi} \int_{m+\mu}^{\infty} dw' \left[\frac{\delta(w')}{(w' - z)(w' - m)} - \frac{\delta(-w')}{(w' + z)(w' - m)} \right],$$

и в указанном приближении ф.ф. $K_{TNW}(\pm W)$ и фазы $\delta_p(w)$, $\delta_s(w)$ имеют вид:

$$K_{TNW}(w) = c_1 \frac{x^3}{z_1}; \quad K_{TNW}(-w) = c_4 \frac{x}{z_2} \quad (37)$$

$$e^{i\delta_p(w)} \cos \delta_p(w) = \frac{x^3(1-c_2x)}{z_1}; \quad e^{i\delta_s(w)} \cos \delta_s(w) = \frac{x}{z_2},$$

где

$$z_1 = x^3(1-c_2x) - ic_3 [(x-1)^2 - \lambda^2]^{3/2} [(x+1)^2 - \lambda^2]^{3/2},$$

$$z_2 = x - ic_5 [(x-1)^2 - \lambda^2]^{1/2} [(x+1)^2 - \lambda^2]^{1/2},$$

$$x = W/m; \quad \lambda = \mu/m. \quad (38)$$

Константы $c_{1...5}$ выписаны в приложении 3.

Для того, чтобы получить систему уравнений (24), необходимо подставить (32)-(33) и (37)-(38) в (21)-(22) и произвести интегрирование в (I5)-(I6). В итоге для изовекторных и изоскалярных компонент получаем системы 4-х уравнений, содержащих соответственно ф.ф.

$$F_{1,2}^{*v}(k^2); \quad F_{\pi}(k^2); \quad F_{\omega\pi\gamma}(k^2); \quad F_{1,2}^{*v}(k^2); \quad (39)$$

$$F_{1,2}^{*s}(k^2); \quad F_{\rho\pi\gamma}(k^2); \quad F_{1,2}^{*s}(k^2).$$

где для простоты записи введено обозначение:

$$F_{1,2}^{*v,s}(k^2) \equiv F_{1,2}^{v,s}(k^2, m^2, M_R^2).$$

Полученные системы имеют вид:

$$\begin{cases} A^{\nu}(\kappa^2, m, \mu, m_{\omega}) \mathcal{Y}_A^{\nu}(\kappa^2) = \frac{1}{2} \\ B^{\nu}(\kappa^2, m, \mu, m_{\omega}, M_R) \mathcal{Y}_B^{\nu}(\kappa^2) = 0, \end{cases} \quad (40)$$

$$\begin{cases} A^S(\kappa^2, m, m_p) \mathcal{Y}_A^S(\kappa^2) = \frac{1}{2} \\ B^S(\kappa^2, m, m_p, M_R) \mathcal{Y}_B^S(\kappa^2) = 0. \end{cases} \quad (41)$$

Здесь $\mathcal{Y}_{A,B}^{\nu,S}(\kappa^2)$ - столбцы, содержащие $\Phi, \tilde{\Phi}$.

$$\mathcal{Y}_A^{\nu}(\kappa^2) = \begin{pmatrix} F_1^{\nu}(\kappa^2) \\ F_2^{\nu}(\kappa^2) \\ F_{\pi}(\kappa^2) \\ F_{\omega\pi\gamma}(\kappa^2) \end{pmatrix}; \quad (42)$$

$$\mathcal{Y}_A^S(\kappa^2) = \begin{pmatrix} F_1^S(\kappa^2) \\ F_2^S(\kappa^2) \\ 0 \\ F_{\rho\pi\gamma}(\kappa^2) \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{Y}_B^{\nu}(\kappa^2) = \begin{pmatrix} F_1^{\nu}(\kappa^2) \\ F_2^{\nu}(\kappa^2) \\ F_{\pi}^{\nu}(\kappa^2) \\ F_{\omega\rho\gamma}^{\nu}(\kappa^2) \\ \bar{F}_1^{\nu}(\kappa^2) \\ \bar{F}_2^{\nu}(\kappa^2) \end{pmatrix}; \quad \mathcal{Y}_B^S(\kappa^2) = \begin{pmatrix} F_1^S(\kappa^2) \\ F_2^S(\kappa^2) \\ 0 \\ F_{\rho\pi\gamma}^S(\kappa^2) \\ \bar{F}_1^S(\kappa^2) \\ \bar{F}_2^S(\kappa^2) \end{pmatrix} \quad (43)$$

$A^{\nu, S}(\kappa^2, m, \dots)$, $B^{\nu, S}(\kappa^2, m, \dots)$ — прямоугольные матрицы размерности (2×4) и (2×6) , соответственно.

Таким образом, предполагая аналитичность по инвариантной массе формфакторов адронов (в данном случае с квантовыми числами нуклона), мы связали, с помощью д.с. Бинцера, гипотезы пороговой доминантности и определенной модели электророжения ряд мезонных и барионных ф.ф., т.е. получили систему типа (I). Благодаря специфике выбранной модели электророжения, системы (40)-(4I) таковы, что ф.ф. пиона $F_{\pi}(\kappa^2)$, векторных мезонов $F_{\omega(\rho)\gamma}(\kappa^2)$ и изобары N_{1470}^* $\bar{F}_{1,2}^*(\kappa^2)$ можно выразить только через нуклонные ф.ф. Отметим ещё раз, что использованная модель электророжения является достаточно общей. Основываясь на численных оценках Швеллы и др. ^{126/} ^{133/} мы несколько расширили традиционную модель Фубини-Намбу-Ватагина, учитывая дополнительно обмен векторными мезонами в t -канале и вклад 3-3 резонанса в перекрестном канале не только за счёт магнитного диполя $M_{1+}^{3/2}$, но и за счёт электрического квадруполья $E_1^{3/2}$.

Обратим внимание на то, что линейность систем (40)–(41) относительно ф.ф. определяется линейностью соотношения Ферми-Ватсона (28) по амплитуде $M_e(k^2, W)$. Матрицы $A^{v,s}(k^2, m, \dots)$ и $B^{v,s}(k^2, m, \dots)$ определяются видом амплитуд $M_e^{inhom}(k^2, W)$ (32)–(33) и сильного ф.ф. нуклона (37). Так как для произвольных k^2 выражения для $M_e^{inhom}(k^2, W)$ очень громоздки, мы вычислили матрицы $A^{v,s}(k^2, m, \dots)$ и $B^{v,s}(k^2, m, \dots)$ в двух физически интересных областях: $k^2 = 0$ и $k^2 \geq 0,5136^2$. Это существенно упростило кинематику и для $k^2 \geq 0,5136^2$ позволило разложить кинематические члены по степеням $\bar{z} = \frac{m^2}{4k^2}$. Тогда для $k^2 \geq 0,5136^2$, матрицы примут вид:

$$A_{\mu\nu}^{v,s}(k^2, m, \dots) = \sum_{n=0}^{\Lambda_{\mu\nu}^{v,s}} \alpha_{\mu\nu n}^{v,s} \left(\begin{array}{l} \text{от масс и} \\ \text{констант связи} \end{array} \right) \left(\frac{m^2}{4k^2} \right)^n, \quad (44)$$

$$B_{\mu\bar{c}}^{v,s}(k^2, m, \dots) = \sum_{n=0}^{T_{\mu\bar{c}}^{v,s}} \beta_{\mu\bar{c} n}^{v,s} \left(\begin{array}{l} \text{от масс и} \\ \text{констант связи} \end{array} \right) \left(\frac{m^2}{4k^2} \right)^n,$$

$n=0,1,2,3$; $\mu=1,2$; $\nu=1, \dots, 4$; $\bar{c}=1, \dots, 6$; $\max(\Lambda_{\mu\nu}^{v,s}, T_{\mu\bar{c}}^{v,s})=3$
 Коэффициенты $\alpha^{v,s}$ и $\beta^{v,s}$ зависят от масс частиц и констант связи:

$$\alpha^v \equiv \alpha^v(\mathcal{G}_{\pi NN}, \mathcal{G}_{\omega NN}, m, \mu, m_\omega),$$

$$\alpha^s \equiv \alpha^s(\mathcal{G}_{\pi NN}, \mathcal{G}_{\rho NN}, m, m_\rho),$$

(45)

$$\beta^v \equiv \beta^v(\mathcal{G}_{\pi NN}, \mathcal{G}_{\pi NN}^*_{1470}, \mathcal{G}_{\omega NN}, m, \mu, m_\omega, M_{R_{1470}}^*),$$

$$\beta^s \equiv \beta^s(\mathcal{G}_{\pi NN}, \mathcal{G}_{\pi NN}^*_{1470}, \mathcal{G}_{\rho NN}, m, m_\rho, M_R),$$

Значения $\alpha^{v,s}$ и $\beta^{v,s}$ были вычислены на ЭВМ. Они приведены вместе со значениями использованных констант связи в табл. I-4. Отметим, что значения констант $g_{\rho\pi\pi}, g_{\omega\pi\pi}, g_{\omega\eta\eta}, g_{\omega\eta\pi}$, приводимых в литературе, сильно расходятся [32]. Чувствительность коэффициентов $\alpha^{v,s}$ и $\beta^{v,s}$ к изменению $g_{\rho\pi\pi}$ достигает 40%.

Из таблиц I-4 видно, что с ростом n коэффициенты $\alpha_{ijn}^{v,s}$ и $\beta_{ijn}^{v,s}$ убывают медленно, а в некоторых случаях даже растут. Это, видимо, связано со слабой сходимостью дисперсионных интегралов в д.с. Бинцера. Выбор верхней границы интегрирования в области второго резонанса N_{1470}^* позволил не исследовать вопрос сходимости этих интегралов.

При $k^2 = 0$ системы (40)-(41) дают соотношения между магнитными моментами мезонов и барионов

$$M^v = a^v + b^v M_{\rho\pi\pi}^v, \quad (46a)$$

$$M_{N_{1470}^*}^v = c^v + d^v M^v + f^v M_{\rho\pi\pi}^v; \quad (46b)$$

$$M^s = a^s + b^s M_{\rho\pi\pi}^s, \quad (47a)$$

$$M_{N_{1470}^*}^s = c^s + d^s M^s + f^s M_{\rho\pi\pi}^s; \quad (47b)$$

Коэффициенты $a^{v,s}, \dots, f^{v,s}$ являются функциями констант связи и интегралов от мультипольных амплитуд $M_{\rho\pi\pi}^{v,s}$ (электрической и магнитной частей и $M_{\omega\pi\pi}^{v,s}$). Значения всех коэффициентов $a^{v,s}, \dots, f^{v,s}$ приведены в табл. 5-6. Из этих данных видно, в какой

степени коэффициенты чувствительны к изменению констант связи.

Так как системы (40)-(41) и (46)-(47) имеют прямоугольные матрицы коэффициентов, они не имеют однозначного решения, но позволяют с помощью экспериментальных данных о ф.ф. нуклона исследовать поведение ф.ф. π -мезона, векторных мезонов и нуклонной изобары.

Покажем, какие результаты можно получить из систем (40)-(41), (46)-(47) и сравним их с экспериментом.

IV. Формфакторы пиона и векторных мезонов

I. Формфактор π -мезона

Из системы (40) ф.ф. π -мезона выражается через нуклонные ф.ф. следующим образом:

$$F_{\pi}^v(k^2) = F_1^v(k^2) \Phi_1^v(k^2) + 2m \cdot \frac{k^2}{4m^2} F_2^v(k^2) \Phi_2^v(k^2). \quad (48)$$

Функции $\Phi_n(k^2)$ здесь и далее являются линейными комбинациями матричных элементов $A_{\mu\pi}^{v,s}$ и $B_{\mu\pi}^{v,s}$. Если ограничиться третьим порядком разложения, то функции $\Phi_n^{v,s}(k^2)$ будут иметь вид:

$$\Phi_n^{v,s}(k^2) = \frac{\sum_{l=0}^3 U_{nl}^{v,s} \left(\frac{m^2}{4k^2}\right)^l}{\sum_{i=0}^3 \zeta_{ni}^{v,s} \left(\frac{m^2}{4k^2}\right)^i}, \quad (49)$$

где коэффициенты $U_{nl}^{v,s}$ и $\zeta_{ni}^{v,s}$ есть линейные комбинации коэффициентов $\alpha_{\mu\pi n}^{v,s}$ и $\beta_{\mu\pi n}^{v,s}$. Соотношение (48) даёт более сложную связь между ф.ф. π -мезона и нуклона, чем это следует из различных моделей [34]

$F_{\pi}^{\sigma}(k^2) = F_1^{\sigma}(k^2)$ — градиентная инвариантность борновской амплитуды электро-рождения, (50a)

$$F_{\pi}^{\sigma}(k^2) = G_E^{1P}(k^2), \quad (50b)$$

где $G_E^{1P}(k^2)$ — саксовский ф.ф. нуклона.

$$F_{\pi}^{\sigma}(k^2) = \frac{m_p^2}{m_p^2 - k^2} \quad \text{— модель векторной доминантности (МВД).} \quad (50b)$$

Из работ^{/35/} следует, что однополюсная подгонка ф.ф. π -мезона

$$F_{\pi}^{\sigma}(k^2) = \left[1 - \frac{k^2}{a^2 \Gamma_{36}^2} \right]^{-1}, \quad (51)$$

где $0,3 < a^2 < 0,55$ (экстраполяция Чу-Лоу^{/35/}),

$a^2 = 0,5$ (метод д.с.^{/35/}),

хорошо согласуется с экспериментальными данными DESY, NINA и CEA по электророждению π -мезонов.

Выражение (51) близко к тому, которое даёт МВД: $a^2 = 0,585$. Сравним наш результат (48) с (50)–(51). Для этого необходимо постулировать определённые свойства нуклонных ф.ф.

Если строго справедлив масштабный закон

$$\frac{G_M^P(k^2)}{2,79} = \frac{G_M^N(k^2)}{-1,91} = G_E^P(k^2), \quad (52)$$

то из (48) следует, что

$$F_{\pi}^{\uparrow}(k^2) = \frac{G_E^{\uparrow P}(k^2)}{1 - \tau} \left[\Phi_1^{\uparrow}(k^2) \left[1 - (1 + 2M^{\uparrow})\tau \right] + M^{\uparrow} \frac{k^2}{4m^2} \Phi_2^{\uparrow}(k^2) \right],$$

где $\tau = \frac{k^2}{4m^2}$, $M^{\uparrow} = 1,85$ - аномальный изовекторный магнитный момент нуклона.

Ф.ф. π -мезона в нашей модели можно представить в виде:

$$F_{\pi}^{\uparrow}(k^2) = \frac{G_E^{\uparrow P}(k^2)}{1 - k^2/4m^2} \frac{(5,85 - k^2)(5,6 - k^2)(1,2 - k^2)}{(39,6 - k^2)} \quad (54)$$

Из (54) видно, что при больших k^2 $F_{\pi}^{\uparrow}(k^2) \propto \frac{1}{k^2}$. На рис. 10, в предположении, что для $G_E^{\uparrow P}(k^2)$ справедлива дипольная формула, построен ф.ф. π -мезона как функция k^2 в различных моделях (50а,б), экспериментальная подгонка (51), и в нашей модели. Найденная зависимость $F_{\pi}^{\uparrow}(k^2)$ согласуется с предыдущими моделями и экспериментом. Для $k^2 > 0,9136^2$ выражение (54) даёт значения, более близкие к эксперименту, чем другие модели. Если отказаться от строгого масштабного закона и дипольной формулы для $G_E^{\uparrow P}(k^2)$ и воспользоваться подгонкой экспериментальных данных Биленькой и др. /36/, то

$$G_E^{\uparrow P} \text{ (no dip. fit)} = G_E^{\uparrow P} \text{ (dip. fit)} \left[1 - a_1 k^2 + a_2 (k^2)^2 \right], \quad (55)$$

а из (53) следует, что

$$F_{\pi}^{\uparrow} \text{ (no scaling)}(k^2) = F_{\pi}^{\uparrow} \text{ (scaling)}(k^2) \frac{1 - a_1 k^2 + a_2 (k^2)^2}{1 + a_4 k^2} \quad (56)$$

Коэффициенты a_1, \dots, a_4 для $k^2 \leq 1,2 \Gamma_{\text{эв}}^2$ равны /36/:

$$a_1 = (4,995 \pm 2,574) \cdot 10^{-2},$$

$$a_2 = (4,621 \pm 1,697) \cdot 10^{-2},$$

$$a_4 = (-4,049 \pm 2,074) \cdot 10^{-2}.$$

Тогда значения $F_{\pi}^{\prime}(k^2)$, найденные с помощью (56), будут лежать в полосе, сужающейся с уменьшением k^2 , ширина которой при $k^2 = 1,5 \Gamma_{\text{эв}}^2$ равна 0,05.

В следующем разделе будет показано, что связь между саксовскими ф.ф. нуклона $G_M^{\nu,S}(k^2)$ и $G_E^{\nu,S}(k^2)$ носит в данной модели следующий характер:

$$G_M^{\nu,S}(k^2) = \int_1^{\nu,S}(k^2) G_E^{\nu,S}(k^2) + \int_2^{\nu,S}(k^2), \quad (35)$$

причём функции $\int_{1,2}^{\nu,S}(k^2)$ имеют ту же структуру, что и $\Phi_{\pi}^{\nu,S}(k^2)$ в (49). Тогда из (48) и (57) следует, что

$$F_{\pi}^{\prime}(k^2) = \frac{1}{1-\varepsilon} G_E^{\nu,S}(k^2) R_1(k^2) + R_2(k^2), \quad (58)$$

где рациональные функции $R_{1,2}(k^2)$ имеют вид отношения двух полиномов по k^2 одинаковой степени. Из (58) следует, что в такой модели при достаточно больших k^2 , $F_{\pi}^{\prime}(k^2)$ будет стремиться к постоянной, убывающей при учёте высших членов разложения по $1/k^2$. Используя систему (40), можно сравнить наклон ф.ф. π -мезона и нуклона при $k^2 = 0$. Дифференцируя $A^{\nu}(k^2, m, \dots)$

и $B(\kappa^2, m, \dots)$ по κ^2 в точке $\kappa^2 = 0$, получаем

$$F_{\pi^+}'(0) = G_E'(0) + 0,265 \text{ Гэв}^{-2}, \quad (59)$$

что даёт следующее соотношение между радиусами π^+ -мезона и протона

$$\langle r_{\pi^+} \rangle = \langle r_p \rangle - 0,13 \rho = 0,68 \rho. \quad (60)$$

Полученное значение близко к экспериментальному результату Серпухова - УСА :

$$\langle r_p \rangle^{\text{экспер.}} = 0,897 \pm 0,115 \rho. \quad /37/$$

Таким образом, результаты, извлекаемые из системы уравнений (40), для π - мезонного ф.ф., дают качественно верную картину поведения $F_T(\kappa^2)$, а численные данные хорошо согласуются с экспериментом.

2. Переходные формфакторы векторных мезонов

Системы (40)-(41) и (46)-(47) позволяют исследовать переходные ф.ф. векторных мезонов $F_{\omega\pi\gamma}(\kappa^2)$ и $F_{\rho\pi\gamma}(\kappa^2)$, которые в данной модели связаны с нуклонными ф.ф. следующим образом

$$F_{\omega\pi\gamma}(\kappa^2) = g_{\pi NN} \frac{\kappa^2}{4m^2} \left[F_1^\omega(\kappa^2) \Phi_3^\omega(\kappa^2) + 2m F_2^\omega(\kappa^2) \Phi_4^\omega(\kappa^2) \right], \quad (61)$$

$$F_{\rho\pi\gamma}(\kappa^2) = g_{\pi NN} \frac{\kappa^2}{4m^2} \cdot 2m F_2^s(\kappa^2) \Phi_1^s(\kappa^2) \quad (62)$$

Учитывая поведение ф.ф. нуклона и функций $\Phi_{\pi}^{\sigma, S}(k^2)$, находим, что ф.ф. $F_{\omega(p)\pi\pi}^{\sigma}(k^2)$ спадает медленнее, чем ф.ф. нуклона, и для больших передаваемых импульсов имеем $F_{\omega(p)\pi\pi}^{\sigma} \propto k^{\frac{1}{2}}$. Тот факт, что ф.ф. переходов ω и ρ мезонов ведут себя аналогично, согласуется с теорией симметрий ^I, в которой $\omega \approx \rho$.

Если для $G_{E, M}^{\sigma, S}(k^2)$ справедлив масштабный закон, то из (61)–(62) следует

$$F_{\omega(p)\pi\pi}^{\sigma}(k^2) = g_{\pi NN} \frac{G_E^{\rho}(k^2)}{1 - \frac{k^2}{4m^2}} \left(\frac{k^2}{4m^2} \right)^2 \chi^{\sigma, S}(k^2) \quad (63)$$

Функции $\chi^{\sigma, S}(k^2)$ равны

$$\chi^{\sigma}(k^2) = \frac{1,08 - 2,01k^2 + 0,4k^4}{1,44 - 0,4k^2 + 0,1k^4},$$

$k^2 < 0$

$$\chi^S(k^2) = \frac{1,92 - 0,08k^2 + 0,64k^4}{0,48 - 0,24k^2 + 0,1k^4}.$$

Напомним, что соотношения (61)–(63), полученные с помощью (40)–(41) и (44), справедливы для $-k^2 \geq 0,5$ Гэв². Функции $\chi^{\sigma, S}(k^2)$ в области пространственноподобных k^2 не имеют ни нулей, ни полюсов. На рис. II показан характер роста функций

$$\frac{F_{\omega\pi\gamma}(k^2)}{M_{\omega\pi\gamma}} \frac{1 + \mu^p}{G_E^p(k^2)}, \quad \frac{F_{\rho\pi\gamma}(k^2)}{M_{\rho\pi\gamma}} \frac{1 + \mu^p}{G_E^p(k^2)}. \quad (64)$$

Для $k^2 \sim 0,5 \text{ Гэв}^2$ значения функций (64) совпадают с хорошей степенью точности, а в области $0,5 \text{ Гэв}^2 < -k^2 < 1,5 \text{ Гэв}^2$ величина

$$\frac{F'_{\omega\pi\gamma}(k^2)/M_{\omega\pi\gamma} - F'_{\rho\pi\gamma}(k^2)/M_{\rho\pi\gamma}}{F'_{\omega\pi\gamma}(k^2)/M_{\omega\pi\gamma} + F'_{\rho\pi\gamma}(k^2)/M_{\rho\pi\gamma}}$$

составляет не более 10%. Отметим, что если модель векторной доминантности экстраполировать в область пространственноподобных k^2 , то совпадение ф.ф. $F'_{\omega\pi\gamma}(k^2)$ и $F'_{\rho\pi\gamma}(k^2)$ получает разумное объяснение.

V. Собственные и переходные формфакторы нуклона

I. Нарушение масштабного закона

До недавнего времени считалось, что большая часть экспериментальных данных о нуклонных ф.ф. согласуется с масштабным законом (52). Однако в последнее время есть указания на возможное отклонение от этого закона при больших передаваемых импульсах /38/. Эксперименты по проверке масштабного закона /38/ приводят к нарушению соотношения (52) в области $k^2 \approx 3 \text{ Гэв}^2$ (см. рис. 12)

$$\left[\frac{(1 + \mu^p) G_E^p(k^2 \approx 3 \text{ Гэв}^2)}{G_M^p(k^2 \approx 3 \text{ Гэв}^2)} \right]^2 = 0,45 \pm 0,3, \quad (65)$$

где μ^p - аномальный магнитный момент протона.

$$\frac{(1+M^P)G_M^N(k^2 \approx 3 \text{GeV}^2)}{M^N G_M^P(k^2 \approx 3 \text{GeV}^2)} = 0,1. \quad (66)$$

В нашей модели системы (40)-(41) приводят к следующей связи между электрическим и магнитным ф.ф. нуклона

$$G_M^{\nu, S}(k^2) = \rho_1^{\nu, S}(k^2) G_E^{\nu, S}(k^2) + \rho_2^{\nu, S}(k^2), \quad (67)$$

где дробно-рациональные функции $\rho_{1,2}^{\nu, S}(k^2)$ равны ($k^2 \leq 0$):

$$\rho_1^{\nu}(k^2) = \frac{5,39 + 0,25k^2 + 0,0737(k^2)^2}{0,97 + 0,001k^2 + 0,017(k^2)^2},$$

$$\rho_2^{\nu}(k^2) = \frac{0,07 - 0,02k^2 + 0,015(k^2)^2}{5,8 + 1,43k^2 + 0,07(k^2)^2}, \quad (68)$$

$$\rho_1^S(k^2) = \frac{1,05 - 0,1k^2 + 0,025(k^2)^2}{1,02 - 0,06k^2 + 0,03(k^2)^2},$$

$$\rho_2^S(k^2) = \frac{0,021 - 0,008k^2 + 0,0054(k^2)^2}{0,85 - 0,35k^2 + 0,06(k^2)^2}.$$

При $k^2=0$ и достаточно больших $k^2 \gg 2 \text{ ГэВ}^2$ соотношения (67), (68) дают следующие результаты:

$$\begin{cases} G_M^{\nu}(0) = 5,6 G_E^{\nu}(0) + 0,012, \\ G_M^S(0) = 1,02 G_E^S(0) + 0,025. \end{cases} \quad (69)$$

$$\begin{cases} G'_M{}^\sigma(k^2 \gg 2136^2) = 4,5 G'_E{}^\sigma(k^2 \gg 2136^2) + 0,23, \\ G'_M{}^s(k^2 \gg 2136^2) = 0,83 G'_E{}^s(k^2 \gg 2136^2) + 0,1, \end{cases} \quad (70)$$

в то время как точный масштабный закон даёт:

$$\begin{aligned} G'_M{}^\sigma(0) &= 4,7 G'_E{}^\sigma(0), \\ G'_M{}^s(0) &= 0,88 G'_E{}^s(0). \end{aligned} \quad (71)$$

Таким образом, для предельных областей функции $\rho_1^{\sigma,s}(k^2)$ приводят к значениям, близким к точному скейлингу, а вклад функций $\rho_2^{\sigma,s}$ относительно мал. Функция $\rho_1^\sigma(k^2)$ имеет максимум, равный 5,7 при $k^2 \approx 4,2 \text{ ГэВ}^2$, функция $\rho_1^s(k^2)$ имеет максимум, равный 1,06 при $k^2 = 1,2 \text{ ГэВ}^2$. Максимальное нарушение точного скейлинга (52), (71) в нашей модели происходит при $k^2 \approx 4,2 \text{ ГэВ}^2$, где функция

$$\Delta(k^2) = \left[\frac{(M^P+1)G_E^P(k^2)}{G_M^P(k^2)} \right]^2 = \left[\frac{2(M^P+1)}{\rho_1^\sigma(k^2) + \rho_1^s(k^2)} \right]^2$$

$(G_E^P(k^2) \approx 0)$ имеет минимум, равный :

$$\Delta_{\min}(k^2 \approx 4,2 \text{ ГэВ}^2) = 0,68 \pm 0,2. \quad (73)$$

График функции $\Delta(k^2)$ вместе с экспериментальными точками^{/38/} показан на рис. 12. В нашей модели при $k^2 \gg 2136^2$ скейлинг восстанавливается. Заметим, что подобное поведение ф.ф. нуклона определяется характером связи (67) с функциями $\rho_{1,2}^{\sigma,s}(k^2)$, являющимися отношением полиномов одного порядка.

2. Электромагнитные ф.ф. вершины $N_{1470}^* N \gamma$.

Вершина $N_{1470}^* N \gamma$, где N_{1470}^* - резонанс Ропера с кванто-

ВЫМИ числами нуклона, имеет три ф.ф.: зарядовый $F_2^*(k^2)$, магнитный $F_2^*(k^2)$ и продольный $F_3^*(k^2)$ (см. (4), (6), (6)).

Из систем (40) , (4I) и соотношения (43) следует, что они связаны с ф.ф. нуклона достаточно простыми соотношениями:

$$G_M^*(k^2) = \frac{g_{NN} g_{NN}^*}{4} \left[1 + \frac{k^2}{(M_R+m)^2} \right]^{-1} \left\{ \frac{k^2}{4m^2} G_E^*(k^2) \cdot \Phi_5^*(k^2, m, M_R) + G_M^*(k^2) \Phi_6^*(k^2, m, M_R) \right\} \quad (74)$$

$$G_E^*(k^2) = g_{NN} g_{NN}^* \left[1 + \frac{k^2}{(M_R+m)^2} \right]^{-1} \frac{k^2}{(M_R+m)^2} \left\{ G_E^*(k^2) \Phi_7^*(k^2, m, M_R) + \frac{k^2}{4m^2} G_M^*(k^2) \Phi_8^*(k^2, m, M_R) \right\} \quad (75)$$

Соотношения для изоскалярных ф.ф. имеют еще более простую форму:

$$G_M^S(k^2) = \frac{g_{NN} g_{NN}^*}{4} \left[1 + \frac{k^2}{(M_R+m)^2} \right]^{-1} F_2^S(k^2) \Phi_2^S(k^2, m, M_R),$$

$$G_E^S(k^2) = \frac{g_{NN} g_{NN}^*}{4} \left[1 + \frac{k^2}{(M_R+m)^2} \right]^{-1} \frac{k^2}{(M_R+m)^2} \cdot F_1^S(k^2) \Phi_3^S(k^2, m, M_R). \quad (76)$$

Здесь

$$G_{E,M}^{* \text{ or } S}(k^2) = G_{E,M}^{\text{ or } S}(k^2, m^2, M_R^2) \quad -$$

аналог саксовских ф.ф. для переходной вершины $N^*N\gamma$

$$G_M^{*\sigma,S}(k^2) = F_1^{*\sigma,S}(k^2) + (M_R + m) F_2^{*\sigma,S}(k^2),$$

$$G_E^{*\sigma,S}(k^2) = F_1^{*\sigma,S}(k^2) - (M_R + m) \frac{k^2}{(M_R + m)^2} F_2^{*\sigma,S}(k^2).$$

Из соотношений (74)-(75) видно, что в соответствии с экспериментальными данными по неупругому рассеянию электронов на нуклонах, при больших k^2 неупругие ф.ф. $G^*(k^2)$ убывают существенно медленнее, чем нуклонные ф.ф. Действительно, функция $Q(k^2)$, равная

$$Q(k^2, m, M_R) = \frac{G_{N^*N\gamma}(k^2, m, M_R)}{G_{NN\gamma}(k^2, m, m)}, \quad (77)$$

ведёт себя следующим образом:

$$Q(k^2, m, M_R) \sim \frac{k^2}{(M_R + m)^2} \left[1 + \text{const} \frac{k^2}{4m^2} \right], \quad (78)$$

т.е. представляет из себя растущую по k^2 функцию.

Рассмотрим парциальное сечение электророждения состояния с инвариантной массой W , спином $J = \frac{1}{2}^+$ и изоспином $I = \frac{1}{2}$:

$$\frac{d^2\sigma^{(1/2)}}{d\Omega dE'} = \sigma_{\text{Мотт}} \left[W_2^{(1/2)}(k^2, \nu) + 2 \text{tg}^2 \frac{\theta}{2} W_1^{(1/2)}(k^2, \nu) \right] \quad (79)$$

Структурные функции $W_{1,2}^{(1/2)}$, вообще говоря, зависят от двух независимых переменных k^2 и ν , где ν определяется соотношением $W^2 = m^2 + k^2 + 2m\nu$. Запишем¹³⁹ для случая $J = I = \frac{1}{2}$ связь функций $W_{1,2}^{1/2}(k^2, \nu)$ с неупругими ф.ф. $G_{E,M}^{inelast.}(k^2, \nu)$

$$\left(\text{при } W = M_R, \quad G_{E,M}^{inelast.}(k^2, \nu) = G_{E,M}^*(k^2) \right)$$

а при $W = m$ совпадают с саксовскими ф.ф. нуклона).

$$W_1^{(1/2)}(\kappa^2, \nu) = \alpha_1(\kappa^2, \nu) G_M^{(1/2)}(\kappa^2, \nu) \delta(0);$$

$$W_2^{(1/2)}(\kappa^2, \nu) = \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + \nu^2} \alpha_1(\kappa^2, \nu) \left\{ G_M^{(1/2)}(\kappa^2, \nu) + \frac{\kappa^2}{\nu^2} \left[\alpha_2(\kappa^2, \nu) G_E^{(1/2)}(\kappa^2, \nu) - \alpha_3 G_M^{(1/2)}(\kappa^2, \nu) \right]^2 \right\} \quad (80)$$

Здесь $\alpha_1 = \frac{W(\kappa^2 + \nu^2)}{2(\nu + m)(\nu + m + W)}$,

$$\alpha_2 = \frac{(W+m)(W+m+\nu)}{(W+m)^2 + \kappa^2} \left[1 + \frac{W^2 - m^2}{\kappa^2} \right],$$

$$\alpha_3 = \alpha_2(\kappa^2, \nu) - \left[1 - \frac{(W-m)(W+m+\nu)}{\kappa^2} \right],$$

при $W = m$: $\alpha_1 \rightarrow \frac{m\kappa^2}{4m^2(1 + \kappa^2/2m^2)}$, $\alpha_2 = 1$, $\alpha_3 = 0$,

а сечение (80) переходит в сечение Розенблюта.

Теперь, рассматривая W в $G_{E,M}^{(1/2)}(\kappa^2, \nu)$ как инвариантную массу многочастичного парциального состояния с $J = \frac{1}{2}$; $I = \frac{1}{2}$, можно перейти в выражениях (74) - (76) к пределу Бьёркена:

$\kappa^2, \nu \rightarrow \infty$ при $\kappa^2/2m\nu$ фиксированном. Это приведет к следующим асимптотическим условиям на неупругие ф.ф.

$$\frac{G_E^{(1/2)}(\kappa^2, \nu)}{W} \rightarrow 0, \quad \frac{G_M^{(1/2)}(\kappa^2, \nu)}{W} \rightarrow 0, \quad (81)$$

или

$$\frac{F_1^{(1/2)}(\kappa^2, \nu)}{W} \rightarrow 0, \quad \frac{F_2^{(1/2)}(\kappa^2, \nu)}{W} \rightarrow 0.$$

Пользуясь соотношениями (80), получаем, что парциальные структурные функции $W_{1,2}^{(1/2)}(k^2; \nu)$ в асимптотической области глубоконеупругого рассеяния будут вести себя следующим образом:^{*)}

$$\frac{\nu W_2^{(1/2)}(k^2; \nu)}{W_1^{(1/2)}(k^2; \nu)} \propto \frac{4m^2}{\nu} \frac{(k^2/2m\nu)^2}{1 + \frac{2m}{\nu} \frac{k^2}{2m\nu}} \rightarrow 0$$

при $k^2, \nu \rightarrow \infty$, $k^2/2m\nu$ — фиксированном.

Известно, что функции $W_1(k^2; \nu)$ и $W_2(k^2; \nu)$ связаны с сечениями виртуального фотопоглощения продольно и поперечно поляризованного фотона σ_S и σ_T соотношениями:

$$W_1(k^2; \nu) = \frac{K}{4\pi^2 \alpha} \sigma_T; \quad W_2(k^2; \nu) = \frac{K}{4\pi^2 \alpha} \frac{k^2}{k^2 + \nu^2} (\sigma_S + \sigma_T),$$

где
$$K = \frac{W^2 - m^2}{2m}.$$

В экспериментах по глубоконеупругому рассеянию отношение σ_S/σ_T

близко к нулю.

С этим фактом согласуется отношение наших парциальных функций в асимптотическом пределе, несмотря на низкоэнергетические приближения, использованные при их получении.

*) Так как W есть произвольная переменная в исходном выражении (2), то переход к пределу Бьёркена возможен.

3. Аномальные магнитные моменты нуклона и резонанса

Ролера

Как указывалось выше, при $k^2=0$ системы (40)-(41) дают соотношения (46)-(47) между аномальными магнитными моментами различных вершин.

Коэффициенты $a^{v,s}$ отражают вклад, который дают в аномальный магнитный момент нуклона $M^{v,s}$ борновские амплитуды и (только для M^v) диаграмма обмена 3-3 резонансом. Вклады диаграмм рис. 6,8 в переходный аномальный магнитный момент изобары N_{1470}^* $M^{v,s}$ учитываются коэффициентами $c^{v,s}$ и $d^{v,s}$. Можно оценить относительный вклад в $M^{v,s}$ и $M_{N^*N}^{v,s}$ t -канальной диаграммы обмена векторными мезонами (рис. 7), введя величины

$$\theta^v = \frac{b^v M_{v\pi\pi}}{a^v}, \quad \theta^s = \frac{b^s M_{p\pi\pi}}{a^s},$$

$$\theta^{*v} = \frac{(f^v + d^v b^v) M_{v\pi\pi}}{c^v + a^v d^v}, \quad \theta^{*s} = \frac{(f^s + d^s b^s) M_{p\pi\pi}}{c^s + a^s d^s}.$$

Коэффициенты $a^{v,s} \dots f^{v,s}$ содержат в качестве параметров константы $g_{\pi NN}$ и $g_{\pi N^*N}$, при определении которых в литературе существует большой разброс^[32]. В табл. 5-6 приведены значения коэффициентов $a^{v,s} \dots f^{v,s}$ и величин $\theta^{v,p}$ и $\theta^{*v,p}$ при различных определениях констант $g_{\pi NN}$ и $g_{\pi N^*N}$. Чувствительность всех результатов к изменению констант связи достигает 40%.

Вклад диаграммы обмена векторными мезонами в M^v колеблется от 8% до 40%, в M^s - от 10% до 67%;

Максимальный вклад такой диаграммы в $M_{N^*N}^v$ достигает 19.2%, а в $M_{N^*N}^s$ - 69%.

Задаваясь экспериментальными значениями величин $M_{\rho\pi\pi}$
и $M_{\rho\pi\pi}$ /31,32/:

$$M_{\omega\pi\pi} = 3,2; \quad M_{\rho\pi\pi} = 1,35,$$

можно вычислить аномальные магнитные моменты нуклона и резонанса $N_{\omega\pi\pi}^*$. Наиболее близкими к экспериментальным /32,41/

$$M^{\omega} = 1,85, \quad M^S = -0,06,$$

$$M_{N^*N\pi}^{\omega} = 0,9,$$

оказываются в нашей модели следующие значения $M^{\omega,S}$, $M_{N^*N\pi}^{\omega,S}$:

$$M^{\omega} = 1,42 \pm 0,14 \quad \text{при} \quad \begin{matrix} (1) \\ g_{\omega NN} = 6,06 \pm 0,44 \\ (2) \\ m g_{\omega NN} = 0,29 \pm 0,021 \end{matrix}$$

$$M^S = -0,067 \pm 0,0065 \quad \text{при} \quad \begin{matrix} (1) \\ g_{\rho NN} = 1,25 \pm 0,05 \\ (2) \\ m g_{\rho NN} = 4,62 \pm 0,3 \end{matrix}$$

$$M_{N^*N\pi}^{\omega} = 0,905 \pm 0,06 \quad \text{при} \quad \begin{matrix} (1) \\ g_{\omega NN} = 14,32 \pm 1,28 \\ (2) \\ m g_{\omega NN} = 0,29 \pm 0,021. \end{matrix}$$

При других значениях констант $g_{\omega(\rho)NN}$ величины $M^{\omega,S}$ и $M_{N^*N\pi}^{\omega,S}$ имеют только правильный порядок и знак.

Согласие полученных результатов с экспериментом может служить тестом разумности модели, использованной для получения систем (46)-(47), или при более общем подходе систем (40)-(41), связывающих ф.ф. различных барионных и мезонных электромагнитных вершин.

VI. Замечания

Поскольку конкретные результаты подробно обсуждены в предыдущих разделах, сделаем в заключение лишь несколько общих замечаний.

1. Предполагая аналитичность электромагнитного ф.ф. по инвариантной адронной массе и используя условия унитарности, мы получили линейную относительно ф.ф. систему соотношений типа (I). Линейность полученной системы (40)-(41) связана с тем, что в условии унитарности учитывались только сильно взаимодействующие частицы в соответствии с определением электромагнитного ф.ф. адронов.

Линейность системы по электромагнитным ф.ф. не нарушится при отказе от использованной нами $\pi-N$ доминантности; учёт высших адронных промежуточных состояний приведёт только к росту степеней, с которыми входят сильные ф.ф. в коэффициенты $f_{ij}(\kappa^2, m_i, m_j)$ в (I).

Расширение определения электромагнитного ф.ф. адрона в соответствии с общей идеологией бутстрапа, требующее включения в сумму промежуточных состояний всех частиц, включая γ -кванты (рис.2), привело бы уже к системе, содержащей произведение нечётного числа всевозможных электромагнитных факторов.

2. Полученные системы (40)-(41) справедливы для ф.ф. вершины $\Xi \Xi \gamma$, ввиду её одинаковости с вершиной $N N \gamma$ изотопической и спиновой структуры; это позволяет выразить ф.ф. $F_{\Xi \Xi \gamma}(\kappa^2)$ через ф.ф. $F_{\pi}(\kappa^2)$ и $F_{\omega(\rho)\pi\gamma}$ и соответствующие константы связи.

3. Обсудим кратко результаты, которые можно получить, если находить амплитуды электророждения с помощью модели одночастичного обмена.

В этой модели разрезы амплитуды в физической области заменяются полдсами, соответствующими экспериментально известным $\pi-N$ и $\pi-\pi$ резонансам. Это означает, что амплитуда процесса фото- или электророждения задается суммой борновских членов и амплитуд, соответствующих обмену $\pi-N$ и $\pi-\pi$ изобар, трактуемых с помощью резонансной формулы и рассматриваемых, поэтому, в виде стабильных частиц с заданными Y, P, I, G .

В этой модели любая инвариантная амплитуда записывается в виде:

$$A(s, t) = A^{Born}(s, t) + \sum_R \left[\begin{array}{c} N \quad R_{\pi-N} \quad N \\ \delta \quad \pi \\ \pi \quad R_{\pi-\pi} \quad \pi \end{array} \right]$$

где сумма распространяется на всевозможные $\pi-N$ и $\pi-\pi$ резонансы, т.е. амплитуда имеет вид:

$$A(s, t) = A^{Born}(s, t) + \sum_R \frac{a(s = M_R, t)}{s - M_R^2 + i M_R \Gamma(s)}$$

В амплитуды $A(s, t)$ входят формфакторы различных недиагональных вершин $F_{RN\gamma}(k^2)$, $F_{R\pi\gamma}(k^2)$ и всевозможные константы

связи $g_{RN\pi}$, g_{RNN} .

Работая с д.с. Бинцера и изобарной моделью, можно получить всевозможный набор соотношений между нуклонными $F_{1,2}(k^2)$ и пионными $F_{\pi}(k^2)$ формфакторами с одной стороны и переходными формфакторами $F_{RN\gamma}(k^2)$ и $F_{R\pi\gamma}(k^2)$ с другой. Поэтому система (24) будет содержать как $F(k^2)$, $F_{\pi}(k^2)$,

$F_{\rho(\omega)\gamma\gamma}(k^2)$, так и, например, $F_{\Delta_{33} N\gamma}(k^2)$, $F_{N_{1470}^* N\gamma}(k^2)$, $F_{N_{1510}^* N\gamma}(k^2)$ и т.д. Число переменных в системе (24) будет существенно выше, чем в случае дисперсионного подхода. Даже если использовать результаты, полученные с помощью дисперсионного метода,

система не позволяет выразить все факторы $F_{RN(\pi)\gamma}(\kappa^2)$ только через нуклонные факторы. Тем не менее, совместное применение модели одночастичного обмена и д.с. Бинцера позволило бы получить уравнения, связывающие различные переходные факторы.

4. Обсудим, в какой мере полученные результаты зависят от использованной модели. При выводе системы типа (I) были приняты следующие приближения:

а) гипотеза аналитичности электромагнитных ф.ф. по инвариантной адронной массе была применена только к ф.ф. вершин $NN\bar{\gamma}$ и $N_{1470}^* N\bar{\gamma}$, вершины же $N_{1760}^{**} N\bar{\gamma}$, $N_{1760}^{**} N_{1760}^* \bar{\gamma}$, $N_{1760}^{**} N_{1470}^* \bar{\gamma}$ и $N_{1470}^* N_{1470}^* \bar{\gamma}$ не рассматривались, хотя резонанс N_{1760}^{**} по дискретным квантовым числам также идентичен нуклону;

б) в системе д.с. для мультипольных амплитуд электророждения в приближении упругой унитарности учитывался обмен 3-3 резонансом в U -канале и $\omega(p)$ мезонами в t -канале;

в) сильные вершины $\omega(p)NN$ описывались с помощью констант связи $g_{\omega(p)NN}$, а не сильных ф.ф. $F_{\omega(p)NN}(\kappa^2)$.

Покажем, что использованные приближения налагают на полученные результаты для ф.ф. довольно слабые ограничения:

а) рассмотрение вершин с резонансом N_{1760}^* не может изменить полученных результатов, т.к. его учет приведет только к добавлению в блочно-диагональных матрицах $A(\kappa^2, \dots)$ и $B(\kappa^2, \dots)$ новых блоков. Известные такой системы находятся последовательным разрешением каждого блока.

Пренебрежение вкладом вершин с резонансом N_{1760}^{**} приводит, строго говоря, к некоторому ограничению на величину

κ^2 . Действительно, из условия (в лаб. системе нуклона)

$$W^2 = m^2 + \kappa^2 - 2m\kappa_0 \leq M_R^2 = 2,16 \text{ Гэв}^2$$

следует $-\kappa^2 \leq M_R^2 - m^2 + 2m\kappa_0$, что,

например, при значении $\kappa_{0\text{наб}} \approx 2,4 \text{ Гэв}$, использованном в эксперименте по высокоэнергетическому электроррождению [25], приводит к следующему ограничению: $\kappa^2 \leq 6 \text{ Гэв}^2$.

Однако поведение найденных нами $\Phi, \bar{\Phi}$ в асимптотической области $\kappa^2 \rightarrow \infty$ остается разумным. Что касается вершин

$N_{\mu\alpha}^* N_{\mu\beta}^* \gamma$, то применение к ней д.с. Бидцера может привести лишь к малым поправкам, т.к. электроррождение резонанса Ропера кинематически сильно подавлено.

б. Модель электроррождения, примененная в нашей работе, является, как было показано выше, достаточно общей и основана на строгих численных оценках, полученных Швелой с сотрудниками /26/. Качественное сравнение значений сечения

$d^2\sigma/d\Omega_{\text{наб}} dE_f^{(e)}$, следующих из наших результатов (т.е. с учетом соотношений (54), (61), (62) и дипольной формулы

для $G_E^p(\kappa^2)$, с экспериментальными данными /23/ дает разумное соответствие.

в. Использование констант $G_{\mu p}(\kappa^2)$ вместо $\Phi, \bar{\Phi}, F_{\mu p}(\kappa^2)$ определяется постановкой задачи - связать в системе (I) электромагнитные $\Phi, \bar{\Phi}$ всевозможных адронных вершин с помощью кинематических множителей и непосредственно измеряемых констант связи.

Мы благодарны А.М.Балдину, С.Б.Герасимову, А.Б.Говоркову, П.С.Исаеву, Д.В.Лиркову, Ю.М.Широкову и участникам руководимых ими семинаров за обсуждения работы.

Приложение I.

Операторы проектирования формфакторов

Операторы $\hat{\nu}_\mu^{1,2,3}(\pm W)$ в (7), определенные следующим образом:

$$F_i(\pm W) = Sp \left\{ (2m)^{-1} (m - i\hat{P}_z) \Gamma_\mu \hat{\nu}_\mu^i(\pm W) \right\}, \quad i = 1, 2, 3$$

имеет вид:

$$\hat{\nu}_\mu^{(2)}(\pm W) = - (i\hat{P}_z \mp W) (\delta m h^2)^{-1} \left[(m \pm W)^2 - \kappa^2 \right]^{-1/2} \left\{ 3(m \pm W) \cdot \right. \\ \left. \cdot [-\kappa^2 \hat{\nu}_\mu - (m \mp W)] \kappa_\mu - [2\kappa^2 + (m \pm W)^2] i \sigma_{\mu z} \kappa_z \right\};$$

$$\hat{\nu}_\mu^{(3)}(\pm W) = (i\hat{P}_z \mp W) (\delta m h^2)^{-1} \left[(m \pm W)^2 - \kappa^2 \right]^{-1/2} \left\{ -\delta m^2 h^2 \kappa^{-2} \kappa_\mu + \right. \\ \left. + (m \mp W) [2(m \pm W)^2 + \kappa^2] [i \hat{\nu}_\mu + (m \mp W) \kappa^{-2} \kappa_\mu] + 3(m^2 - W^2) i \sigma_{\mu z} \kappa_z \right\}$$

Операторы $\lambda_{2,3}(\pm W, \vec{x})$ в (10) определяются соотношениями

$$\delta m \lambda_2(\pm W, \vec{x}) = -2(n_0 + \frac{1}{3} i \vec{\sigma} \vec{n}) j_0 - i \vec{\sigma} \vec{x} \left[\frac{(W-m)^2 - \kappa^2}{m} n_0 - \right. \\ \left. - (W+m) i \vec{\sigma} \vec{n} \right] \frac{j_1}{2h} - \frac{W^2 - Wm - 2m^2 - \kappa^2}{m} \left[\vec{n} \vec{x} \frac{j_2}{2h} + \right. \\ \left. + \frac{(W-m)^2 - \kappa^2}{2m} \left(\frac{1}{3} i \vec{\sigma} \vec{n} \vec{x}^2 - i (\vec{\sigma} \vec{x}) (\vec{n} \vec{x}) \frac{j_2}{(2h)^2} \right) \right];$$

$$\delta m \lambda_3(\pm W, \vec{x}) = 2(n_0 + \frac{1}{3} i \vec{\sigma} \vec{n}) j_0 + i \vec{\sigma} \vec{x} \left[\frac{(W-m)^2 - \kappa^2}{m} n_0 - \right. \\ \left. - (W-m) i \vec{\sigma} \vec{n} \right] \frac{j_1}{2h} + \frac{W^2 - Wm + 4m^2 - \kappa^2}{m} \left[\vec{n} \vec{x} \frac{j_2}{2h} + \right. \\ \left. + \frac{(W-m)^2 - \kappa^2}{2m} \left(\frac{1}{3} i \vec{\sigma} \vec{n} \vec{x}^2 - i (\vec{\sigma} \vec{x}) (\vec{n} \vec{x}) \frac{j_2}{(2h)^2} \right) \right];$$

здесь $j_l \equiv j_l(zh)$ ($l=0,1,2$) - сферические функции порядка l ; 4-вектор n_μ имеет направление тока j_μ и определяется соотношением $j_\mu(0) = j(0) n_\mu$.

Приложение 2.

Вид мультипольных амплитуд электророждения

Мультипольные амплитуды электророждения имеют следующий вид:

$$M_{I-\left(\frac{\mu}{e}\right)}^{\nu}(\kappa^2, W) = M_{I-\left(\frac{\mu}{e}\right)}^{\nu(Born)}(\kappa^2, W) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} M_{I-}^{\omega}(\kappa^2, m\omega, W) + \begin{pmatrix} X_1(M_{I+\left(\mu\right)}^{3/2}) \\ Y_1(M_{I+\left(\mu\right)}^{3/2}) + Z_1(E_{I+\left(\mu\right)}^{3/2}) \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$L_{I-\left(\frac{\mu}{e}\right)}^{\nu(\text{inhom})}(\kappa^2, W) = L_{I-\left(\frac{\mu}{e}\right)}^{\nu(Born)}(\kappa^2, W) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} L_{I-}^{\omega}(\kappa^2, m\omega, W) + \frac{2|\vec{\kappa}|(W-m)\varepsilon - \mu^2}{W} \begin{pmatrix} X_3(M_{I+\left(\mu\right)}^{3/2}) \\ Y_3(M_{I+\left(\mu\right)}^{3/2}) + Z_3(E_{I+\left(\mu\right)}^{3/2}) \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$E_{0+\left(\frac{\mu}{e}\right)}^{\nu(\text{inhom})}(\kappa^2, W) = E_{0+\left(\frac{\mu}{e}\right)}^{\nu(Born)}(\kappa^2, W) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} E_{0+}^{\omega}(\kappa^2, m\omega, W) + \frac{2|\vec{\kappa}|(W+m)}{W} \begin{pmatrix} X_2(M_{I+\left(\mu\right)}^{3/2}) \\ Y_2(M_{I+\left(\mu\right)}^{3/2}) + Z_{12}(E_{I+\left(\mu\right)}^{3/2}) \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$L_{0+\left(\frac{\mu}{e}\right)}^{\nu(\text{inhom})}(\kappa^2, W) = L_{0+\left(\frac{\mu}{e}\right)}^{\nu(Born)}(\kappa^2, W) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} L_{0+}^{\omega}(\kappa^2, m\omega, W) + \frac{2|\vec{\kappa}|(W+m)}{W} \begin{pmatrix} X_4(M_{I+\left(\mu\right)}^{3/2}) \\ Y_4(M_{I+\left(\mu\right)}^{3/2}) + Z_4(E_{I+\left(\mu\right)}^{3/2}) \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$M_e^{s(\text{inhom})}(\kappa^2, W) = M_e^{s(Born)}(\kappa^2, W) + M_e^s(\kappa^2, m\omega, W).$$

Здесь столбец $\begin{pmatrix} \mu \\ \pi \\ e \end{pmatrix}$ - является столбцом индексов магнитных, пионных и электрических компонент мультипольных амплитуд, а

$$X_n(M_{1+\mu}^{3/2}) = \frac{1}{\pi} \int_{(m+\mu)^2}^{m_{\Delta 33}^2} \chi_{2n-1}(s, s) \text{Im} M_{1+\mu}^{3/2}(s') ds';$$

функции $Y_n(M_{1+m}^{3/2})$ и $Z_n(E_{1+\mu}^{3/2})$ определяются аналогично.

Приложение В.

Коэффициенты $C_{1..5}$ в (37), (38) имеют следующий вид:

$$C_1 = \frac{M_R - m - \gamma_R q_t^3}{M_R}; \quad C_2 = \frac{m}{M_R}; \quad C_3 = \frac{\gamma_R m^3}{2M_R};$$

$$C_4 = 1 + 0,141 q_t / \mu; \quad C_5 = 0,171 m / \mu,$$

где $q_t = \mu \sqrt{1 - \mu^2 / 4m^2}$; $\gamma_R = \frac{\Gamma_R}{2q_t^3}$,

$$q_R = \frac{[(M_R - m)^2 - \mu^2]^{1/2} [(M_R + m)^2 - \mu^2]^{1/2}}{2M_R},$$

$\Gamma_R = 21 \pm \text{мев}$ - ширина резонанса. N_{1470}^* .

Литература:

1. Нгуен Ван Хьеу. "Унитарная симметрия элементарных частиц". Атомиздат, М., 1968.
2. В.А. Матвеев и др. Препринт P2-3118, Дубна, ОИЯИ, 1967.
3. A. Vinciguerra. Phys.Rev., 118, 855, 1960.
4. Р.Э. Блувштейн, А.А. Чешков. ЯФ, 12, 1025, 1970.
5. H. Suura, L.M. Simon. Phys.Rev., 148, 1579 (1966).
6. A. Love, W. Rankin. Nucl.Phys., 21B, 261, 1970.
7. R. Ochene. Phys.Rev., 100, 1503, 1955.
8. Y. Takahashi, Nuovo Cim. 6, 371 (1957).
9. В.Э. Балуни, препринт ИТФ, Киев, 1969.
10. G.F. Chew, R. Karplus, S. Gasiorowicz, F. Zachariasen, Phys.Rev. 110, 265, 1958.
11. S.D. Drell, H.R. Pagels. Phys.Rev. 140, B397, 1965.
12. S.D. Drell, D.J. Silverman, Phys.Rev.Lett. 20, 1325, 1968.
13. M. Ademollo, R. Gatto, G. Longhi, Phys.Rev. 179, 1601 (1969)
С.В. Голоскоков ЯФ, 13, 1091, 1971.
14. M. Hare, G. Papini. Canad. Journ. Phys. 50, 1163, 1972.
15. T. Muta. Nuovo Cim. 51A, 1154, 1967.
Phys.Rev. 171, 1661, 1968; 182, 1507, 1969.
16. D.H. Luth, Nuovo Cim. 63A, 931, 1969; Phys.Rev. 165, 1786, 1969.
17. A. Love, Ann. of Phys. 55, 322, 1969.
A. Love, R. Moorhouse. Nucl.Phys. 9B, 577, 1969.
18. T. Nagylaki, Lett. Nuovo Cim. 2, 1282, 1971.
F. Csikor, preprint IC/72/36, 1972.
19. A. Komatsuzawa et al. Nuovo Cim., 65, 597, 1970.
G. West, Phys.Rev.Lett. 24, 1206, 1970.

- D. Broadhurst, preprint SLAC-PUB, 1008, 1972.
 G. Segre, preprint MIT CTP-162, 1970.
 F. Cooper, H. Pagels, preprint CLNS-98, 1970.
 M. Hirayama, I. Ishia. Preprint TOYAMA-4, 1972.
20. I. Royer, Phys. Rev. 2D, 3040, 1970.
 21. S. Cornwall, R. Patil, Phys. Rev. Lett. 18, 757, 1967.
 22. S. W. MacDowell, Phys. Rev. 116, 774, 1960.
 23. S. Adler, Ann. of Phys. 50, 189, 1968.
 24. F. Gutbrod, Report on IX Intern. Symposium on e and γ interact. at high energies, Liverpool, 1969.
 25. F. A. Berends, A. Donnachie, D. L. Weaver, Nucl. Phys. B4, 1, 1967.
 26. D. Schwela et al. Zeitschr. für Physik, 202, 452, 1967; 221, 71, 1969.
 27. H. Shimoda, Progress of Theor. Phys. 37, 1167, 1967.
 28. G. F. Chew, M. L. Goldberger, F. Low, Y. Nambu, Phys. Rev. 106, 1345, 1957.
 29. L. D. Roper, Phys. Rev. Lett. 12, 340, 1960.
 30. R. Omnes, Nuovo Cim. 8, 316, 1954.
- Н. И. Мухелишвили, "Сингулярные интегральные уравнения"
 Гос. изд. физ.-мат. лит. Москва, 1962.
31. J. D. Walecka, P. A. Zucker, preprint ITP-285, 1967.
 P. A. Zucker, preprint ITS-1085, 1971.
 32. Springer tracts in mod. phys. 52, 1970.
 33. S. Fubini, Y. Nambu, V. Wataghin, Phys. Rev. 111, 329, 1958.
 34. C. F. Cho, I. I. Sakurai. preprint University of California, 1971.
 35. R. Devenish, D. Lyth, Phys. Rev. 5D, 47, 1972.
 C. Driver et al. Phys. Lett. 35B, 770, 1971.
 P. Kummer et al. Lett. Nuovo Cim. 1, 1026, 1971.
 C. N. Brown et al. Phys. Rev. Lett. 26, 987, 1971.
 36. С. И. Биленькая и др. препринт ОИЯИ PI-5178, 1970.
 Письма ЖЭТФ 15, 420, 1972.

37. D. Levin, S. Okubo, Phys. Rev. 42B, 233, 1972.
38. R. Wilson, ^Proceeding of Int. Conf. on Interactions of the Electrons and the Photons by High Energies, Cornell, Itaka, 1971.
39. N. Crist, T. D. Lee; Phys. Rev. 143, 1310, 1966.
40. A. Komatsuzawa et al. Nuovo Cim., LXY, 597, 1970.
41. A. Proia, F. Sebastiani, Lett. Nuovo Cim. 3, 483, 1970.
42. I. Kennedy, T. D. Spearman, Phys. Rev. 126, 1596, 1962.

Рукопись поступила в издательский отдел
11 декабря 1972 года.

Таблица 1

Коэффициенты $\alpha_{\mu n}$

$\mu \backslash n$	II	I2	I3	I4	2I	22	23	24
0	-9,55	10,56	-0,35	-0,213	-7,6	-7,37	1,443	0,32
I	2,032	-1,22	-0,34	-0,054	1,29	1,169	0,118	0,0753
2	0,4	-0,401	0,029	0	-0,291	-0,291	0,45	0,0517
3	0	0	0	0	-0,005	-0,005	-0,0211	0,0044

56

В таблицах I-4 выбраны следующие значения констант связи / 32 /

$$g_{\text{IIV}}^2 / 4\pi = 14,72 \pm 0,83; \quad g_{\text{IIV}}^2 / 4\pi = 2,5$$

$$g_{\text{IIV}}^{(1)} = 6,06 \pm 0,44; \quad g_{\text{IIV}}^{(1)} = 1,57 \pm 0,28$$

$$m g_{\text{IIV}}^{(2)} = 0,29 \pm 0,021; \quad m g_{\text{IIV}}^{(2)} = 4,62 \pm 0,3$$

Из множества различных значений констант $g_{\text{IIV}}^{(1)}$ выбраны те, которые приводят к значениям магнитных моментов, согласующимся с экспериментом / см. табл. 5,5 /.

Таблица 2

Коэффициенты $\alpha_{\mu n}^s$

$\mu \backslash n$	II	I2	I4	2I	22	24
0	-0,0623	-0,425	1,013	0,0415	0,0071	0,42
I	-0,211	-0,738	0,01	0,0823	-0,0421	0,0082
2	1,245	-1,245	0	0,514	0,574	0,0078
3	0	0	0	0	0	0,0006

$$A_{13}^s = A_{23}^s = 0.$$

57

Таблица 3
Коэффициенты $\beta_{\mu\epsilon}$

$\mu \backslash \epsilon$	II	I2	I3	I4	2I	22	23	24
0	-1,386	-1,021	3,434	0,318	-5,46	-6,04	1,18	-0,717
I	1,784	2,442	-2,053	2,237	1,51	1,182	0,096	0,053
2	0,341	0,341	0,862	0	0,851	0,851	-1,88	0,29
3	0	0	0	0	0,178	0,178	0,58	0,028
	$\beta_{I6}^S = \beta_{25}^S = 0; \beta_{I5}^S = \beta_{26}^S = 1$							

Таблица 4
Коэффициенты $\beta_{\mu\epsilon}^S$

$\mu \backslash \epsilon$	II	I2	I4	2I	22	24
0	-0,065	-0,117	-1,75	0,0208	0,0052	0,243
I	-0,119	0,494	1,545	0,08	-0,0667	-0,166
2	2,614	2,614	0	-1,261	-0,713	-0,053
3	0	0	0	0	0	-0,0041
	$\beta_{I3}^S = \beta_{I6}^S = \beta_{23}^S = \beta_{25}^S = 0; \beta_{I5}^S = \beta_{26}^S = 1$					

Таблица 5

$g_{\pi NN}^{(1)}$	$mg_{\pi NN}^{(1)}$	Метод определения	a^{π}	b^{π}	c^{π}	d^{π}	f^{π}	θ^{π}	η^{π}	δ^{π}	$\int_{\pi NN}^{\pi}$
17.32 ± 1.28		Подсчитана по M^2 -распределению /253/	1.87 ± 0.37	$(-0.131; 0.95)$	(-2.22 ± 0.11)	1.81 ± 0.1	(-0.085 ± 0.0027)	2.68	1.48 ± 0.15	11.3%	0.592 ± 0.061
6.06 ± 0.46	0.53 ± 0.061	Подсчитана по $\pi^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ /254/	1.87 ± 0.37	(-0.047 ± 0.007)	(-2.22 ± 0.11)	1.81 ± 0.1	(-0.04 ± 0.001)	6.15	1.72 ± 0.14	3.9%	1.08 ± 0.087
-0.0 ± 2.43	0.29 ± 0.061	Подсчитана по фотонному каналу /255/	1.87 ± 0.37	0.244 ± 0.06	(-2.22 ± 0.11)	1.81 ± 0.1	0.068 ± 0.0049	4.2%	2.65 ± 0.18	19.2%	1.31 ± 0.08
	$-0.1^{\circ} \pm 0.11$	Подсчитана по фотонному каналу с фотонными ω -мезонами /255/									

Таблица 6

$g_{\pi NN}^{(1)}$	$mg_{\pi NN}^{(1)}$	Метод определения	a^{π}	b^{π}	c^{π}	d^{π}	f^{π}	θ^{π}	η^{π}	δ^{π}	$\int_{\pi NN}^{\pi}$
6.82 ± 0.7		Метод ρ -мезонности /243/	-0.0815 ± 0.0027	0.041 ± 0.001	(-0.0785 ± 0.008)	0.91 ± 0.09	0.072 ± 0.006	67%	-0.0284 ± 0.0013	68%	-0.041 ± 0.005
4.57 ± 6.62	12.8 ± 1.3	Метод ρ -мезонности /243/	-0.0815 ± 0.0027	0.011 ± 0.001	(-0.0785 ± 0.008)	0.91 ± 0.09	0.019 ± 0.001	18%	-0.0071 ± 0.0065	20%	-0.082 ± 0.01
1.47 ± 6.16	4.62 ± 0.3	Метод ρ -мезонности /243/	-0.0815 ± 0.0027	0.0033 ± 0.001	(-0.0785 ± 0.008)	0.91 ± 0.09	0.023 ± 0.002	22%	-0.0032 ± 0.003	21%	-0.085 ± 0.12

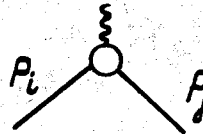


Рис. 1. Электромагнитная вершина, у которой все частицы находятся вне массовой поверхности:

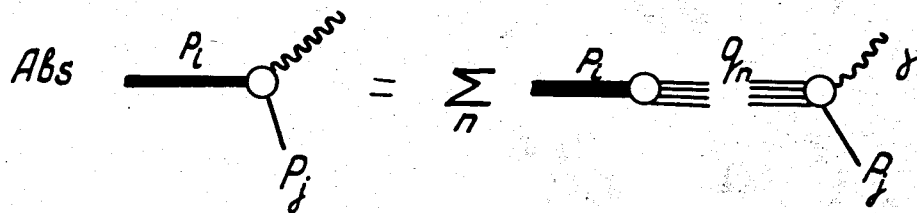


Рис. 2. Абсорбтивная часть д.с. (I); в сумму \sum_n дают вклад всевозможные π - N -частичные состояния и резонансы.

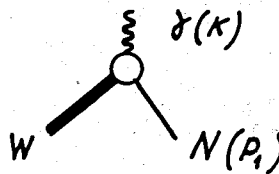


Рис. 3. Электромагнитная нуклонная вершина, у которой только один нуклон находится на массовой поверхности:

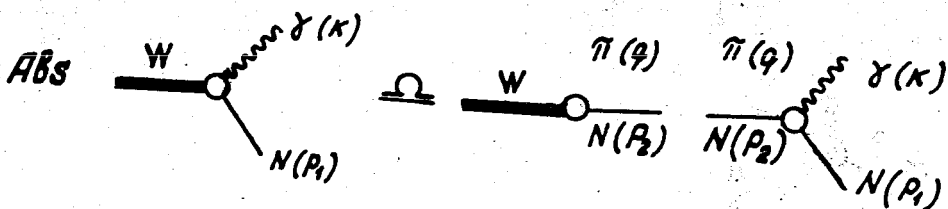
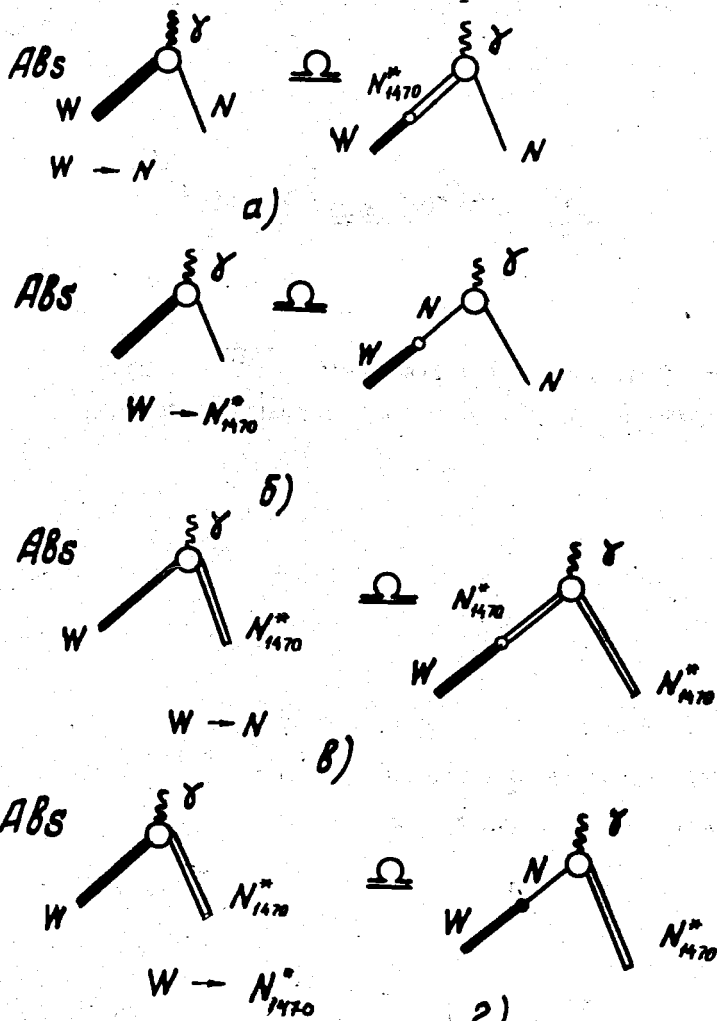


Рис. 4. Пороговая диаграмма с вкладом $T-N$ в промежуточном состоянии (знак $\underline{\Omega}$ означает "доминирует")

Рис. 5. Диаграммы, дающие вклад в д.с. в предположении доминантности резонанса Ропера.



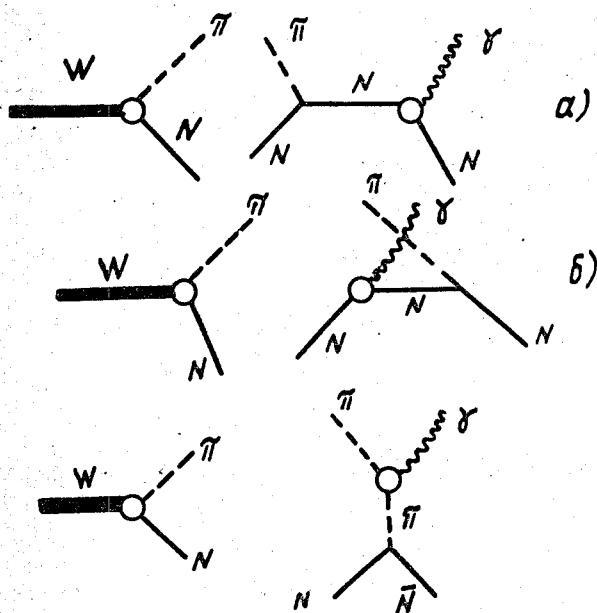


Рис. 6. Борновские диаграммы, дающие вклад в д.с. Бинцера

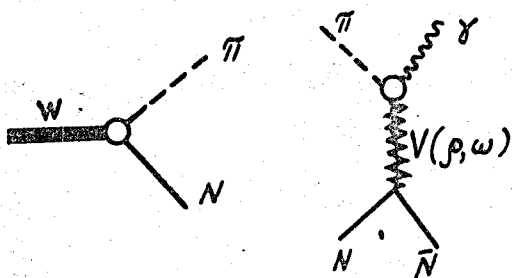


Рис. 7. Диаграмма обмена векторными мезонами в t -канале.

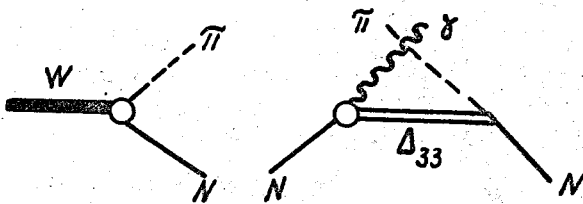


Рис. 8. Диаграмма обмена Δ_{33} -резонансом в перекрестном канале.

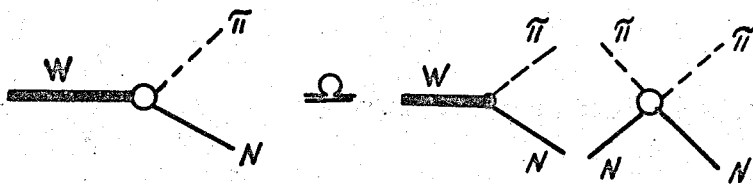


Рис. 9. Пороговая диаграмма для сильного нуклонного фактора.

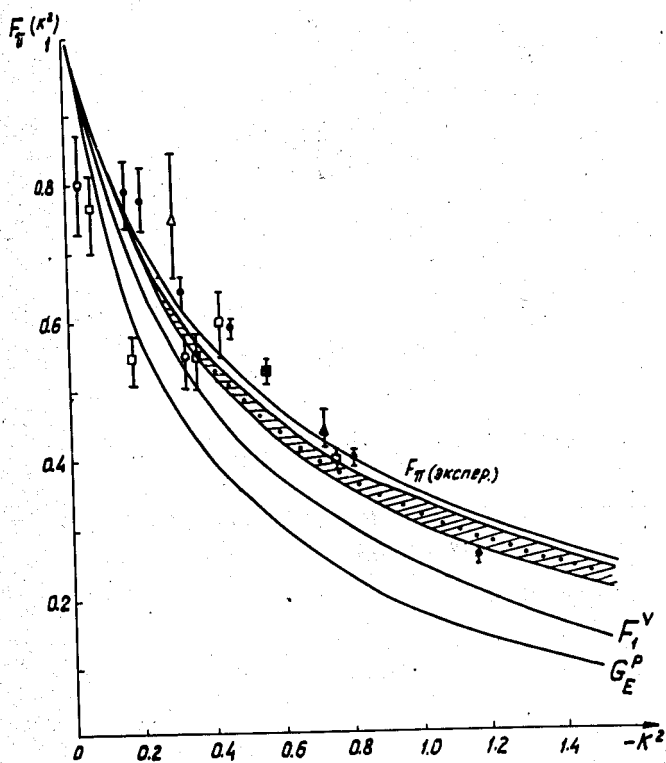


Рис. 10. Поведение формфактора π - мезона в различных моделях и на эксперименте. Пунктиром (....) показаны результаты нашей модели. Затрихована полоса значений $F_{\pi}(k^2)$ при отказе от точного масштабного закона.

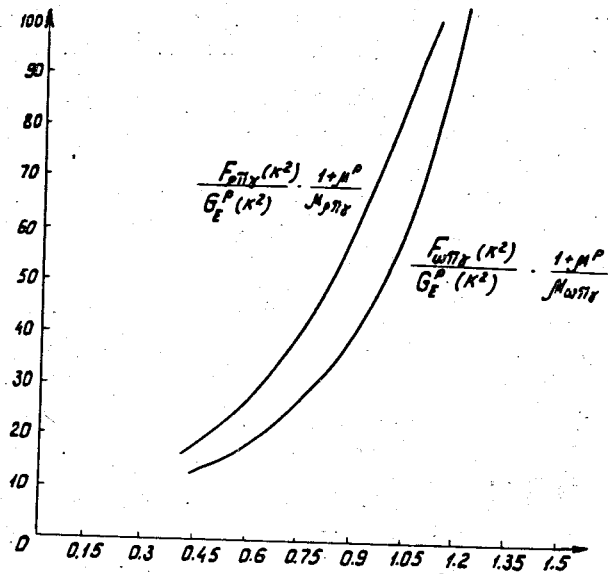


Рис. 11. Поведение переходных формфакторов ω и ρ мезонов в данной модели.

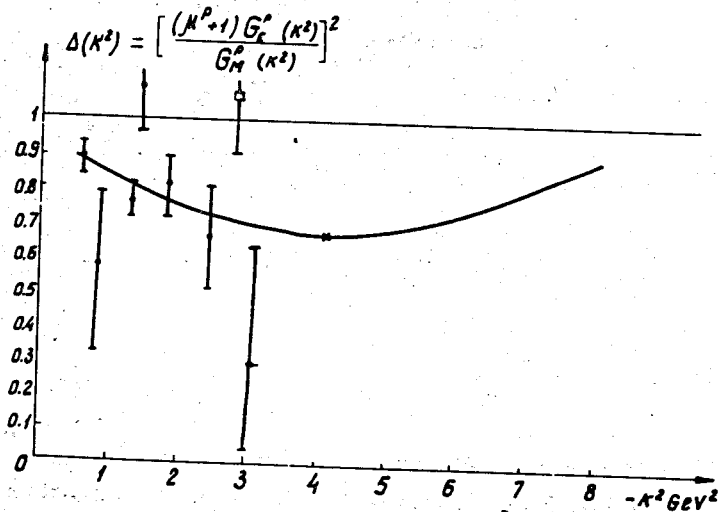


Рис. 12. Нарушение масштабного закона в нашей модели и на эксперименте.

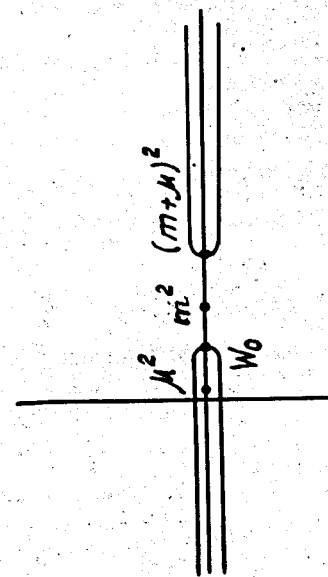


Рис. 13. Сиггулярности борновских амплитуд.

О Г Л А В Л Е Н И Е

	Стр.
I. Постановка задачи	3
II. Дисперсионные соотношения по инвариантной адронной массе	6
III. Связь между формфакторами различных электромагнитных вершин	16
1. Мультипольные амплитуды электророждения	19
2. Сильный формфактор нуклона	24
IV. Формфакторы пиона и векторных мезонов	31
1. Формфактор π -мезона	31
2. Переходные формфакторы векторных мезонов	35
V. Собственные и переходные формфакторы нуклона	37
1. Нарушение масштабного закона	37
2. Электромагнитные ф.ф. вершины N_{1470}^* N_8	39
3. Аномальные магнитные моменты нуклона и резонанса Ропера	44
VI. Замечания	46
Приложение I	50
Приложение II	51
Приложение III	52
Литература	53