

21-73

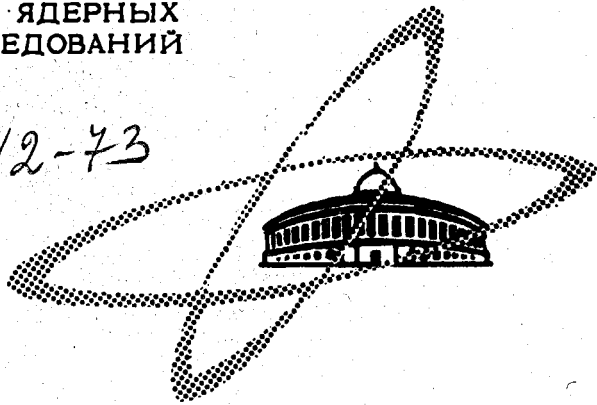
П-58

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна.

27/2-73

P2 - 6740



Х.Д.Попов, Д.Ц.Стойнов

ТРЕХРЕДЖИОННАЯ ВЕРШИНА В МОДЕЛИ  
С КОНЕЧНЫМ НАБОРОМ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

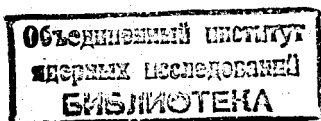
1972

P2 - 6740

Х.Д.Попов, Д.Ц.Стойнов

ТРЕХРЕДЖИОННАЯ ВЕРШИНА В МОДЕЛИ  
С КОНЕЧНЫМ НАБОРОМ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

*Направлено в ТМФ*



В работах /1-3/ была показана возможность факторизации  $N$ -точечной дуальной амплитуды с помощью состояний конечного набора пятимерных осцилляторов. В работе /4/ найдено представление группы  $SL(2, R)$  действительных унимодулярных матриц в пространстве когерентных состояний. Операторы этого представления осуществляют дробно-линейные преобразования над переменными когерентных состояний. Поскольку переход из одной конфигурации древесной диаграммы к другой сводится к таким же преобразованиям над переменными Коба-Нильсена, то разработанный в /4/ аппарат в принципе дает возможность получить операторную реализацию графической теории Киккава, Сакита и Вирасоро /5,6/. В той же самой работе /4/, например, показано, как с помощью этого формализма можно совершить переход от диаграммы мультипериферического типа к полумультипериферической диаграмме.

В настоящей работе проведено дальнейшее применение разработанного аппарата для отыскания трехреджионной вершины. В случае факторизации  $N$ -точечной функции с помощью бесконечного набора четырехмерных осцилляторов выражение для несимметричной трехреджионной вершины было построено Шуто /7/. Позднее в работе /8/ была получена и симметрическая трехреджионная вершина, однако не отвечающая всем требованиям, поскольку в ней интеграционные переменные не связаны дуальными уравнениями с соответствующими переменными мультипери-

ферической диаграммы. Все первоначальные попытки найти выражение вершины сталкивались с алгебраическими трудностями, возникающими из-за иррациональности связи между переменными Чана для мультипериферической диаграммы и соответствующей трехреджонной вершиной /9,10/.

Модифицированная версия симметричной вершины, предложенная Оливом /11/, зависит от переменных трех пропагаторов, связанных в вершине, и поэтому уже отвечает требованиям программы Киккава, Сакигата и Вирасоро.

По своему смыслу результат настоящей работы эквивалентен результату Олива. Вид полученного выражения для диаграммы с трехреджонной вершиной показывает, что основная идея при факторизации амплитуды с помощью конечного набора осцилляторов прослеживается и в этом случае: выражения для различных конфигураций полюсов одной и той же амплитуды получаются путем связывания нескольких когерентных состояний пропагаторами и операторами, вид которых меняется определенным образом при переходе от одной конкретной конфигурации к другой.

Пусть  $a_i^+$ ,  $a_i$  и  $c_j^+$ ,  $c_j$  - операторы рождения и уничтожения двух наборов пятимерных осцилляторов с компонентами  $a_{ik}^+$ ,  $a_{ik}$  и  $c_{jk}^+$ ,  $c_{jk}$  соответственно ( $k = 0, 1, 2, 3, 4$ ), которые удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$[a_{ik}^+, a_{n\ell}] = \delta_{in} G_{k\ell} \quad [c_{jk}^+, c_{m\ell}] = \delta_{jm} G_{k\ell}$$

$$[a_{ik}, a_{n\ell}] = [c_{jk}, c_{m\ell}] = [a_{ik}^+, a_{n\ell}^+] = [c_{jk}^+, c_{m\ell}^+] = [a_{ik}^{\pm}, c_{m\ell}^{\pm}] = 0 \quad (1)$$

$$i, n = 2, 3, \dots, R \quad j, m = 1, 2, \dots, N-1 \quad k, \ell = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$-G_{00} = G_{11} = G_{22} = G_{33} = G_{44} = 1 \quad G_{k\ell} = 0 \quad \text{для} \quad \ell \neq k.$$

В работе /1/ было показано, что дуальная  $R + N$ -точечная амплитуда  $B_{R+N}$ , соответствующая диаграмме мультипериферического типа (рис.1), может быть факторизована с помощью когерентных состояний  $R + N - 2$  пятимерных осцилляторов и записана в виде:

$$B_{R+N} = \langle \Psi_N | \frac{D_{NR}}{H - a(K^2)} | \Psi_R \rangle, \quad (2)$$

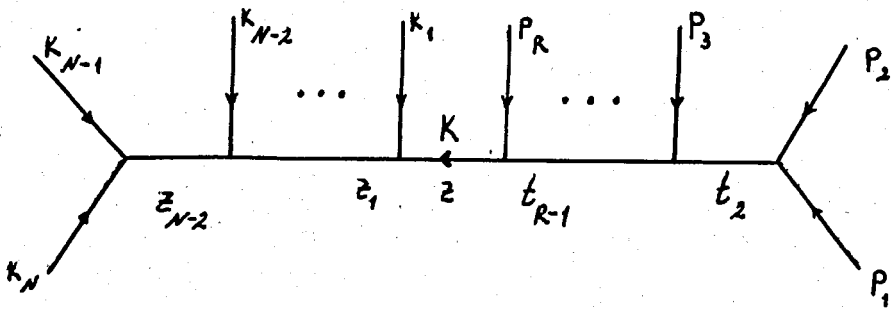


Рис. 1.

где когерентные состояния  $\langle \Psi_N |$  и  $| \Psi_R \rangle$  определяются формулами

$$\langle \Psi_N | = \int_0^1 d\phi_{N+1} (z_i, k_i) \langle 0 | e^{\sum_{i=1}^{N-1} K_i c_i \prod_{k=1}^{i-1} z_k} \quad (3)$$

$$| \Psi_R \rangle = \int_0^1 d\phi_{R+1} (t_i, p_i) e^{\sum_{i=2}^R P_i a_i^+ \prod_{k=i}^{R-1} t_k} | 0 \rangle_a \quad (4)$$

оператор  $D_{NR}$  равен

$$D_{NR} = \prod_{i=2}^R \prod_{n=1}^{N-1} (1 - a_{i4} c_{n4}^+) \cdot 2 \frac{a_i c_n^+}{a_{i4} c_{n4}^+} - \rho_{i, R+n}$$

$$\rho_{in} = (1 + a(0) + a' p_i^2 + a' p_n^2) \delta_{i+1, n}, \quad (5)$$

а гамильтониан системы осцилляторов -

$$H = \sum_{i=2}^R a_i^+ a_i + \sum_{i=1}^{N-1} c_i^+ c_i. \quad (6)$$

В формуле (2) через  $d\phi_{N+1}(z_i, k_i)$  и  $d\phi_{R+1}(t_i, p_i)$  обозначены подынтегральные выражения для  $B_{N+1}$  и  $B_{R+1}$  соответственно, записанные в форме Бардакчи-Рюега, а в формулах (3), (4)  $K_i$  и  $P_i$  - пятимерные векторы с компонентами  $(-i\sqrt{a}'k_{i\mu}, 1)$  и  $(-i\sqrt{a}'p_{i\mu}, 1)$ . Скалярное произведение  $P_i a_i^+$  пятимерных векторов  $P_i$  и  $a_i$  определяется равенством:

$$P_i a_i^+ = \sum_{k, \ell=0}^4 G^{k\ell} P_{ik} a_{i\ell}^+, \quad (7)$$

а  $a_i \cdot c_n^+$  обозначает обычное лоренцовское скалярное произведение, образованное с помощью четырех компонент пятимерных векторов, т.е.

$$a_i \cdot c_n^+ = \sum_{\mu, \nu=0}^3 g^{\mu\nu} a_{i\mu} c_{n\nu}^+ \quad (8)$$

$$g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1 \quad g_{\mu\nu} = 0 \quad \text{для} \quad \mu \neq \nu.$$

Для облегчения дальнейших выкладок мы сначала дадим несколько иной вид этих результатов. Вместо переменных Чана  $z_i$  и  $t_i$  введем для каждого из состояний  $|\Psi_R\rangle$  и  $\langle\Psi_N|$  соответствующие переменные Коба-Нильсена:

$$\omega_i = \prod_{k=2}^{i-1} t_k \quad 0 \equiv \omega_{R+1} < \omega_R < \dots < \omega_2 \equiv 1 < \omega_1 \equiv \infty \quad (9)$$

$$\nu_i = \prod_{k=1}^{i-1} z_k \quad 0 \equiv \nu_N < \nu_{N-1} < \dots < \nu_2 < \nu_1 \equiv 1, \quad (10)$$

тогда  $d\phi_{R+1}$  и  $d\phi_{N+1}$  примут вид:

$$d\phi_{R+1}(\omega, p) = \prod_{i=3}^R d\omega_i \prod_{2 \leq i < n \leq R+1} (\omega_i - \omega_n)^{-2\alpha' p_i \cdot p_n - \rho_{in}} \quad (11)$$

$$P_{R+1} \equiv -K$$

$$d\phi_{N+1}(\nu, k) = \prod_{i=2}^{N-1} d\nu_i \prod_{1 \leq i < n \leq N} (\nu_i - \nu_n)^{-2\alpha' p_i \cdot p_n - \rho_{in}} \quad (12)$$

Введение новых переменных  $\omega_i$  и  $\nu_i$  дает возможность записать когерентные состояния (3) и (4) в виде:

$$|\Psi_R\rangle = \int d\phi_{R+1}(\omega, p) e^{\sum_{i=1}^R p_i a_i \frac{\omega_R}{\omega_i}} |0\rangle_a \quad (13)$$

$$\langle\Psi_N| = \int d\phi_{N+1}(\nu, k) {}_c\langle 0| e^{\sum_{i=1}^N k_i c_i \nu_i}, \quad (14)$$

где операторы  $a_i$ ,  $a_i^+$  и  $c_N$ ,  $c_N^+$  удовлетворяют коммутационным соотношениям, аналогичным (1). Таким образом восстанавливается "равноправие" внешних частиц, так как каждой из них ставится в соответствие пятимерный осциллятор. Факторизационная формула окончательно принимает вид:

$$B_{R+N} = \langle \Psi_N | \frac{D_{NR}}{H - a(k^2)} | \Psi_R \rangle = \int_0^1 dz \langle \Psi_N | z^{H - a(K^2) - 1} D_{NR} | \Psi_R \rangle, \quad (15)$$

где

$$H = \sum_{i=1}^R a_i^+ a_i + \sum_{i=1}^N c_i^+ c_i = H_a + H_c \quad (16)$$

и

$$D_{NR} = \prod_{i=1}^R \prod_{n=1}^N (1 - a_i^+ c_n^+) z^{\frac{a_i^+ c_n^+}{a_i^+ c_n^+} - \rho_{i, R+n}} \quad (17)$$

Для получения симметричной трехреджонной вершины удобнее записать формулу (15) в виде, в котором оба состояния находятся с левой стороны, т.е.

$$B_{R+N} = \int_0^1 dz \langle \Psi_N | \langle \Psi_R | z^{H_c - a(k^2) - 1} D_{NR} | 0 \rangle_{a, b}, \quad (18)$$

где

$$\langle \Psi_R | = \int d\phi_{R+1}(\omega, p)_a \langle 0 | e^{\sum_{i=1}^R p_i a_i \frac{\omega_R}{\omega_i}} \quad (19)$$

состояние, соответствующее диаграмме рис. 2:

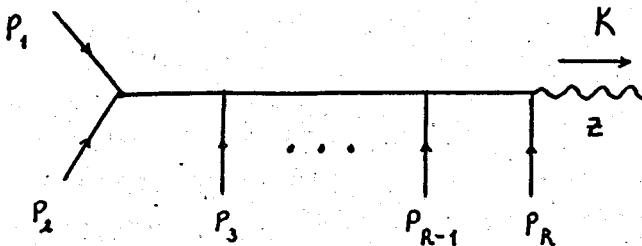


Рис. 2



$$D_{NR} = \prod_{\ell=1}^R \prod_{n=1}^N (1 - a_{i_4}^+ c_{n_4}^+) \cdot 2 \frac{a_{i_4}^+ c_{n_4}^+}{a_{i_4}^+ c_{n_4}^+} - \rho_{i, R+n} \quad (20)$$

Таким образом, выражение (18) соответствует диаграмме рис. 3:

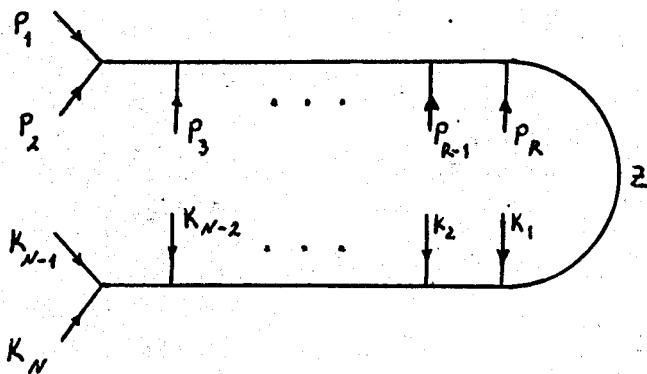


Рис. 3

Запишем выражение, соответствующее диаграмме рис. 4, в виде:

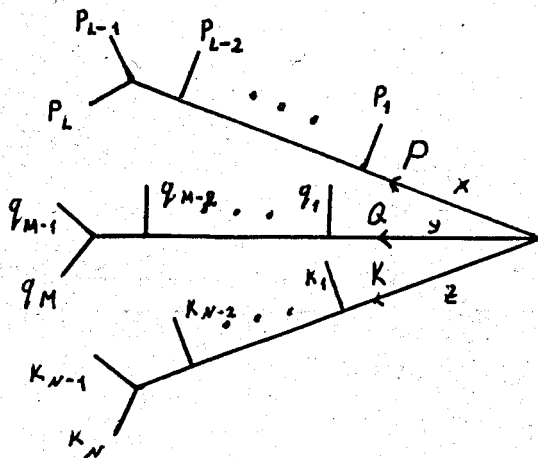


Рис. 4.

$$B_{L+M+N} = \int dx dy dz \langle \Psi_L | \langle \Psi_n | \langle \Psi_N | \prod_{\substack{\text{цикл} \\ x, y, z \\ P, Q, K \\ a, b, c}} x^{H_a - a(P^2) - 1} V | 0 \rangle_{a, b, c} \quad (21)$$

Это выражение принимается в качестве определения трехреджонной вершины, оператор которой обозначили через  $V$ .

Пусть  $R = L + M$  и

$$p_{L+i} = q_i \quad a_{L+i} = b_i \quad a_{L+i}^+ = b_i^+ \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (22)$$

Если  $\lambda_i$  и  $\mu_i$  - переменные Коба-Нильсена для двух состояний  $\langle \Psi_L |$  и  $\langle \Psi_M |$  из рис. 4 соответственно, то связь между ними и старыми переменными  $\omega_i$  задается формулами

$$\omega_i = \frac{1 - \lambda_2}{1 - x \lambda_2} \cdot \frac{1 - x \lambda_i}{1 - \lambda_i} \quad i = 1, 2, \dots, L \quad 0 \equiv \lambda_L \leq \lambda_{L-1} \leq \dots \leq \lambda_1 \equiv 1$$

$$\omega_{L+i} = x \eta \frac{1 - \lambda_2}{1 - x \lambda_2} \cdot \frac{2 - y z \xi \mu_i}{1 - y \xi \mu_i} \quad i = 1, 2, \dots, M \quad 0 \equiv \mu_M \leq \mu_{M-1} \leq \dots \leq \mu_1 \equiv 1 \quad (23)$$

$$\mu_{M+1} = \frac{1}{\xi y z} \quad \xi = \frac{1 - x}{f + y z} \quad \eta = \frac{1 - y}{f + z x} \quad \zeta = \frac{1 - z}{f + x y}$$

Здесь  $f \equiv f(x, y, z)$  - циклично-симметричная функция трех переменных  $x$ ,  $y$  и  $z$ , соответствующих пропагаторам, входящим в вершину.

Эта функция является решением уравнения

$$(f + xy)(f + yz)(f + zx) = (f + xyz)^2 \quad (24)$$

и задается формулой

$$f = \frac{1}{2} [1 - xy - yz - zx + \Psi(x, y, z)], \quad (25)$$

где /9/

$$\Psi(x, y, z) = \sqrt{(1 - xy - yz - zx)^2 + 4xyz(2 - x - y - z)}. \quad (26)$$

Якобиан преобразования (23) имеет вид:

$$\frac{D(\omega_3, \omega_4, \dots, \omega_{L+M})}{D(\lambda_2, \dots, \lambda_{L-1}, \mu_2, \dots, \mu_{M-1}, x, y)} = x \omega_L^{L+1} \omega_{L+M}^{M-2} \frac{(1-x)^{L-1} (1-z)^{M-1}}{\Psi(x, y, z) (f + zx)} \quad (27)$$

$$(\xi y)^{M-2} \prod_{i=2}^{L-1} \frac{1}{(1-\lambda_i)^2} \prod_{i=2}^{M-1} \frac{1}{(1-\xi y \mu_i)^2}.$$

Дуальное преобразование (23) переводит выражение  $d\phi_{L+M+1}(\omega, p)$  в форму

$$d\phi_{L+M+1}(\omega(\lambda_i, \mu_i, x, y, z), p, q) = d\phi_{L+1}(\lambda, p) d\phi_{M+1}(\mu, q) \frac{dx dy}{\Psi(x, y, z)} \cdot$$

$$\left( \frac{f+yz}{f+xyz} \right)^{-2\alpha' q_1 K} \left( x \frac{f+yz}{f+xyz} \right)^{-\alpha(p^2)-1} \left( y \frac{f+zx}{f+xyz} \right)^{-\alpha(Q)^2-1} \left( z \frac{f+xy}{f+xyz} \right)^{-\alpha(K^2)-1}$$

$$(1-x)^{-\alpha((p_1-K)^2)-1} (1-y)^{-\alpha((q_1-p)^2)-1} (1-z)^{-\alpha' Q^2 + \alpha' m^2} \prod_{i=2}^{L-1} (1-x\lambda_i)^{2\alpha' p_i K} \quad (28)$$

$$\prod_{i=2}^{M-1} (1-y\mu_i)^{2\alpha' q_i P} \prod_{i=2}^{M-1} (1-\xi y z \mu_i)^{2\alpha' q_i R} \prod_{i=1}^L \prod_{n=1}^M (1-\xi y \lambda_i \frac{1-\mu_n}{1-y\mu_n})^{-2\alpha' p_i q_n}$$

С другой стороны, преобразование (23) переводит операторную часть

$$\langle \Psi_{L+M} | \Psi \rangle_{\text{в}} = \langle 0 | e^{\sum_{i=1}^L P_i a_i^\dagger x \eta} \frac{1-\lambda_i}{1-x\lambda_i} \langle 0 | e^{\sum_{i=1}^M Q_i b_i} \frac{1-\xi y \mu_i}{1-x\xi y \mu_i} . \quad (29)$$

Отсюда непосредственно видно, что коэффициенты перед  $a_{i4}$  и  $b_{i4}$  являются дробно-линейными комбинациями переменных  $\lambda_i$  и  $\mu_i$  соответственно. Это дает нам возможность воспользоваться разработанным в /4/ аппаратом представлений группы  $SL(2, R)$  в пространстве когерентных состояний пятимерных осцилляторов. В той же работе было показано, что если матрица

$$g = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \in SL(2, R), \quad \text{т.е.} \quad \text{Det } g = 1 \quad (30)$$

и если  $gA$  обозначает дробно-линейное преобразование величины  $A$  с помощью матрицы  $g$ , т.е.

$$gA = \frac{a_{11}A + a_{12}}{a_{21}A + a_{22}}, \quad (31)$$

то каждому элементу  $g \in SL(2, R)$  можно поставить в соответствие оператор  $\theta(g)$ , который действует на когерентные состояния пятимерных осцилляторов по закону

$$\theta(g) e^{\sum_{i=1}^L P_i a_i^\dagger \lambda_i} |0\rangle_a = e^{\sum_{i=1}^L P_i a_i^\dagger (g\lambda_i)} |0\rangle_a . \quad (32)$$

Пусть  $g_a$  и  $g_b$ —следующие матрицы

$$g_a = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{x\eta}{1-x}} & -\sqrt{\frac{x\eta}{1-x}} \\ -\sqrt{\frac{x}{\eta(1-x)}} & \sqrt{\frac{1}{x\eta(1-x)}} \end{pmatrix}, \quad g_b = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\xi y}{1-z}} & \frac{-1}{\sqrt{\xi y(1-z)}} \\ -z\sqrt{\frac{\xi y}{1-z}} & \frac{1}{\sqrt{\xi y(1-z)}} \end{pmatrix} \quad (33)$$

Тогда, если операторы рассматриваемого представления, действующие на когерентные состояния осцилляторов  $a_i$  и  $b_i$ , обозначим через  $\theta_L(g_a)$  и  $\theta_M(g_b)$  соответственно, то выражение (29) принимает вид:

$$\langle 0 | e^{\sum_{i=1}^L p_i a_i \lambda_i} \theta_L(g_a) \langle 0 | e^{\sum_{i=1}^M a_i b_i \mu_i} \theta_M(g_b). \quad (34)$$

Учитывая этот результат и равенство (28), мы можем представить выражение для диаграммы  $B_{L+M+N}$  из рис. 4 в виде:

$$B_{L+M+N} = \int_0^1 \frac{dx dy dz}{\Psi(x, y, z)} \langle \Psi_L | \langle \Psi_M | \langle \Psi_N |.$$

$$\prod_{\substack{\text{цикл} \\ x, y, z \\ a, b, c \\ \lambda, \mu, \nu \\ L, M, N \\ P, Q, K}} \left\{ x^{H_a - a(P^2 - 1)} \frac{f + yz^{-a(P^2 - 1)}}{(f + xyz)^L} \prod_{i=1}^L (1 - a_{i4}^+) \prod_{i=1}^M (1 - a_{i4}^+) \prod_{i=1}^N (1 - a_{i4}^+) \right. \\ \left. \times \prod_{i=1}^L \prod_{n=1}^M (1 - \zeta a_{i4}^+ \frac{y - b_{n4}^+}{1 - b_{n4}^+}) \right\} \cdot \frac{-2i\sqrt{a'} p_0}{a_{i4}^+ - \rho_0 i} \cdot \frac{a_i^+}{a_{i4}^+} \cdot \rho_0 i \times \quad (35)$$

$$\text{где } p_0 = -K, \quad q_0 = -P, \quad k_0 = -Q. \quad (36)$$

Из формулы (35) видно, что оператор

$$D'_{LM} = \prod_{i=1}^L \prod_{n=1}^M (1 - \zeta a_{i4}^+ \frac{y - b_{n4}^+}{1 - b_{n4}^+}) \cdot \frac{a_i^+ b_n^+}{a_{i4}^+ b_{n4}^+}$$

(а также и остальные два оператора, получающиеся из  $D'_{LM}$  путем циклической замены переменных и осцилляторов) является по своему смыслу оператором типа  $D_{NR}$  (формула (20)). Если ввести матрицу

$$g_x = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\eta}{1-x}} & -x \sqrt{\frac{\eta}{1-x}} \\ \frac{-1}{\sqrt{(1-x)\eta}} & \frac{1}{\sqrt{\eta(1-x)}} \end{pmatrix} \quad (37)$$

и матрицы  $g_y, g_z$ , получающиеся из  $g_x$  путем циклической замены переменных  $x, y, z$ , то рассматриваемый оператор может быть представлен в виде:

$$D'_{LM} = \theta_b^+ (g_y) (-1)^{H_b} \prod_{i=1}^L \prod_{n=1}^M (1 - a_{i4}^+ b_{n4}^+) \cdot 2^{\frac{a_{i4}^+ \cdot b_{n4}^+}{a_{i4} b_{n4}}} (-1)^{H_b} \theta_b (g_y^{-1}) = \quad (38)$$

$$= \theta_b^+ (g_y) (-1)^{H_b} D_{LM} (-1)^{H_b} \theta_b^+ (g_y^{-1})$$

и аналогично для  $D'_{MN}$  и  $D'_{NL}$ . Здесь  $D_{LM}$ -оператор, определяемый формулой (20).

Таким образом, с учетом равенства (38) выражение для  $B_{L+M+N}$  окончательно принимает вид:

$$B_{L+M+N} = \int_0^1 \frac{dx dy dz}{\Psi(x, y, z)} \langle \Psi_L | \langle \Psi_M | \langle \Psi_N | \quad (39)$$

$$\prod_{\substack{\text{цикл} \\ x, y, z \\ a, b, c \\ L, M, N}} \left\{ x^{H_a - a(P^2) - 1} \left( \frac{f+yz}{f+xyz} \right)^{-a(P^2) - 1} \prod_{i=1}^L (1 - a_{i4}^+) \right\}^{-2i\sqrt{a} P_0 \cdot \frac{a_i^+}{a_{i4}^+} - \rho_{0i}} D'_{LM} | | 0 \rangle_{a, b, c}$$

Сравнивая выражения (21) и (39), видим, что оператор вершины равен

$$V(a_i^+, b_i^+, c_i^+, x, y, z) = \frac{1}{\psi(x, y, z)} \prod_{x, y, z} \left\{ \left( \frac{f+yz}{f+xyz} \right)^{-a_i(P^2)-1} \prod_{i=1}^L (1-a_i^+) \right. \\ \left. -2i\sqrt{a_i^+} p_0 \frac{a_i^+}{a_i^+} - \rho_{0i} \right\} \\ a_i, b_i, c_i \\ P, Q, K \\ L, M, N \quad (40)$$

Из формул (39) и (40) непосредственно видна циклическая симметрия трехреджонной вершины по отношению перестановки состояний  $\langle \Psi_L |$ ,  $\langle \Psi_M |$  и  $\langle \Psi_N |$ . Те же самые формулы показывают, что полученная вершина зависит от переменных  $x$ ,  $y$  и  $z$ , которые соответствуют пропагаторам, связывающим эти состояния в вершине. По-видимому, такую зависимость нельзя устранить путем введения новых осцилляторов /11/.

Поскольку оператор вершины  $V$  соответствует диаграмме

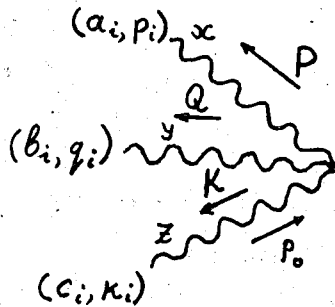


Рис. 5

и зависит от трех наборов пятимерных осцилляторов ( $a_i$ ,  $b_i$  и  $c_i$ ), он может служить не только для построения диаграммы на рис. 4, но также и для проверки самосогласованности нашего подхода, в котором факторизация многоточечной функции проводится конечным набором осцилляторов. На самом деле, если вместо состояний  $\langle \Psi_N |$  в формуле (39) поставим  $\langle 0 |$ , возьмем соответствующий вычет по переменной  $z$  в точке  $z = 0$  и поставим импульс  $K$  на массовой поверхности, т.е.

$$K^2 = p_0^2 = m^2, \quad (41)$$

то выражение (39) должно перейти в ранее полученное в работе <sup>14/</sup> выражение для  $B_{L+M+1}$ , факторизованное по переменной  $y$  и соответствующее диаграмме рис. 6.

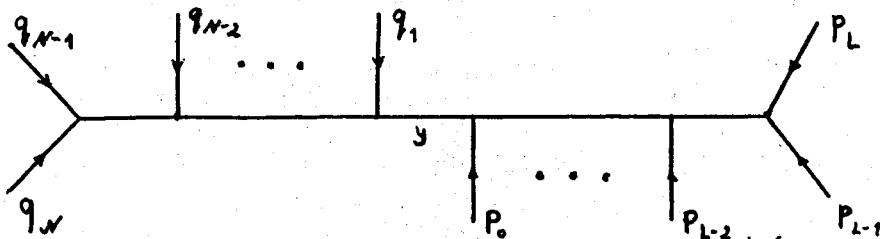


Рис. 6

Действительно, учитывая, что, согласно формулам (23), (25) и (26)

$$\Psi(x, y, 0) = f(x, y, 0) = 1, \quad (42)$$

мы получаем

$$\langle 0 | V(a_i^+, b_i^+, c_i^+, x, y, 0) | 0 \rangle_c = \prod_{i=1}^L (1 - a_{i4}^+)^{-2i\sqrt{a_i^+} b_i^+ \frac{a_i^+}{a_{i4}^+} - \rho_{0i}} \prod_{i=1}^L (1 - y a_{i4}^+)^{\frac{a_i^+}{a_{i4}^+} \sum_{n=1}^M \frac{b_n^+}{b_{n4}^+}}$$



$$\prod_{n=1}^M (1-b_{n4}^+)^{-2i\sqrt{a'_0} \frac{b_n^+}{b_{n4}^+} - \rho_{0n}} \cdot 2^{-2 \frac{b_n^+}{b_{n4}^+} \sum_{i=1}^L \frac{a_i^+}{a_{i4}^+}} \prod_{i=1}^L \prod_{n=1}^M (1-b_{n4}^+ \frac{1-a_{i4}^+}{1-\gamma a_{i4}^+})^2 \frac{a_i^+ b_n^+}{a_{i4}^+ b_{n4}^+} \quad (43)$$

Если ввести переменные Коба-Нильсена для правого состояния (рис. 6):

$$\sigma_i = x \lambda_i, \quad \sigma_0 \equiv 1 \quad i=1, 2, \dots, L \quad (44)$$

и осциллятор  $a_{0k}$  ( $k = 0, 1, 2, 3, 4$ ), соответствующий новой внешней частице, имеющей импульс  $\rho_0$  :

$$[a_{0k}, a_{0\ell}^+] = G_{k\ell}; \quad [a_{0k}, a_{0\ell}] = [a_{0k}^+, a_{0\ell}^+] = 0, \quad (45)$$

то с учетом равенства (44)  $B_{L+M+1}$  принимает вид:

$$B_{L+M+1} = \int_0^1 dy \langle \Psi_{L+1} | \langle \Psi_M | y^{N_b - \alpha(Q^2) - 1} (1-y)^{-\alpha' Q^2 - 1 - \alpha' m^2} \times \\ \times \prod_{i=0}^L \prod_{n=1}^M (1 - \gamma a_{i4}^+ - b_{n4}^+ + a_{i4}^+ b_{n4}^+) \rangle^2 \frac{a_i^+ b_n^+}{a_{i4}^+ b_{n4}^+} |0\rangle_{a,b} \quad (46)$$

Здесь  $\langle \Psi_{L+1} |$  - состояние  $L+1$  внешних частиц типа (14).

Если  $\theta_a^+$  и  $\theta_b^+$  операторы нашего представления, соответствующие матрице

$$h = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (47)$$

действующие на осцилляторы  $a_i$  и  $b_n$  соответственно, то можно показать, что

$$B_{L+M+1} = \int_0^1 \frac{dy}{(1-y)^2} \langle \Psi_{L+1} | \langle \Psi_M | \left( \frac{y}{1-y} \right)^{H_b - \alpha(Q^2) - 1} (-1)^{H_b} D_{L+1, M} | 0 \rangle_{a, b}, \quad (48)$$

где

$$D_{L+1, M} = \prod_{i=0}^L \prod_{n=1}^M (1 - a_{i4}^+ b_{n4}^+) \cdot 2^{\frac{a_i^+ \cdot b_n^+}{a_{i4}^+ b_{n4}^+}}. \quad (49)$$

С введением новой переменной

$$u = \frac{y}{1-y} \quad 0 \leq u \leq \infty$$

$B_{L+M+1}$  принимает окончательный вид:

$$B_{L+M+1} = \int_0^\infty du \langle \Psi_{L+1} | \langle \Psi_M | \theta_a^+ \theta_b^+ u^{H_b - \alpha(Q^2) - 1} (-1)^{H_b} D_{L+1, M} | 0 \rangle_{a, b}. \quad (50)$$

Выражение (50) совпадает с ранее полученным выражением для  $B_{L+M+1}$  в работе /4/.

Авторы выражают свою глубокую благодарность А.Н. Тавхелидзе, В.А. Матвееву, Р.М. Мурадян и А.Н. Квинихидзе за многочисленные и весьма полезные обсуждения этой работы.

#### Литература

1. А.Н. Квинихидзе, Б.Л. Марковски, Д.Ц. Стоянов, А.Н. Тавхелидзе. ТМФ, 6, №2 (1970).
2. А.Н. Квинихидзе, Х.Д. Попов, Д.Ц. Стоянов, А.Н. Тавхелидзе. ТМФ, 9, 190 (1971).
3. A.N.Kvinikhidze, B.L.Markovski, C.D.Popov, D.Ts.Stoyanov, A.N.Tavkhelidze. Proc. of the Int.Sem. on Binary Reactions, Dubna, 1971; D-6004.
4. C.D.Popov, D.Ts.Stoyanov, A.N.Tavkhelidze. JINR Preprint E2-6215 (1972).

5. K.Kikkawa, B.Sakita, M.A.Virasoro. Phys.Rev., 184, 1701 (1969).
6. K.Kikkawa, S.Klein, B.Sakita, M.A.Virasoro. Phys. Rev., D1, 3258 (1970).
7. S.Sciuto. Lett.Nuovo Cimento, 2, 411 (1969).
8. L.Caneschi, A.Schwimmer, G.Veneziano. Phys.Lett., 30B, 351 (1969).
9. Z.Koba. Nucl.Phys., 18B, 253 (1970).
10. H.P.Stapp. Nuovo Cimento., 66A, 497 (1970).
11. D.I.Olive. Nuovo Cimento, 3A, 399 (1971).

Рукопись поступила в издательский отдел  
26 сентября 1972 года.