СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 6739

А.А.Хелашвили

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ (1.8) + (8.1) В ГАМИЛЬТОНИАНЕ СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1972

P2 - 6739

А.А.Хелашвили*

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ (1.8) + (8.1) В ГАМИЛЬТОНИАНЕ СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

* Тбилисский государственный университет

В рамках киральной $SU_3 \times SU_3$ -симметрии с нарушением из представления $(3.\bar{3})+(\bar{3}.3)$ в последнее время вырисовываются некоторые трудности. Мы хотим выделить среди них следующие факты, которые не нашли пока удовлетворительного описания в модели ГМОРГВ [1,2]: формфакторы $K\ell_3$ -распада [3], параметр с [4] и так называемый сигма-член [5] в πN -рассеянии.

1. Формфакторы $K\ell_3$ -распада определяются следующим образом:

$$<\pi^\circ(p)\,|\,V^{\mu}_{4-i5}(0)\,|K^{+}(k)> = -\frac{1}{\sqrt{2}}[(k^{\mu}+p^{\mu})f_{+}(t)+(k^{\mu}-p^{\mu})f_{-}(t)] \quad /1/$$

и

$$<\pi^\circ(p)\,|\,\partial_\mu V^{\mu}_{4-i5}(0)\,|\,K^{+}(k)> = \frac{i}{\sqrt{2}}(m_k^2-m_\pi^2)f(t)\,, \qquad /2/$$

где

$$f(t) = f_{+}(t) + \frac{t}{m_k^2-m_\pi^2}f_{-}(t)\,, \qquad t=(k-p)^2. \qquad /3/$$

Для них применяется линейная параметризация

$$f_{\pm}(t) = f_{\pm}(0)(1+\lambda_{\pm}\frac{t}{m_\pi^2})\,, \qquad f(t) = f_{+}(0)(1+\lambda_0\frac{t}{m_\pi^2})\,, \qquad /4/$$

С помощью /2/ и /3/ нетрудно получить соотношения для вакуумных средних /13/.

$$S_\kappa \equiv i<0\,|\,[\,F_\kappa\;,\partial_\mu\;V^\mu_\kappa\,]\,|\,0> \;=\; \frac{3}{4}(\epsilon_8<u_8> \;+\delta_8<g_8>_0),\; \kappa=4,5,6,7$$

$$S_\pi \equiv i<0\,|\,[\,F^5_\pi,\,\partial_\mu\;A^\mu_\pi\;]\,|\,0> = \frac{1}{3}(\sqrt{2}\,\epsilon_0 + \epsilon_8)(\sqrt{2}<u_0>_0 + <u_8>_0),\quad \pi = 1,2,3$$

$$S_k \equiv i<0\,|\,[\,F^5_k\,,\partial_\mu\,A^\mu_k\,]\,|\,0> = \frac{1}{3}(\sqrt{2}\,\epsilon_0 - \frac{1}{2}\epsilon_8)\times \qquad /12/$$

$$\times(\sqrt{2}<u_0>_0 - \frac{1}{2}<u_8>_0) + \frac{3}{4}\delta_8<g_8>_0\,,$$

$$k = 4,5,6,7\,,$$

где $<\quad>_0$ означает вакуумное среднее.

Вводим

$$a = \frac{\epsilon_8}{\sqrt{2}\,\epsilon_0}\,,\quad b = \frac{<u_8>_0}{\sqrt{2}<u_0>_0}\,,\;\omega = \frac{\delta_8<g_8>_0}{\epsilon_8<u_8>_0},\;\beta = 1+\sqrt{2}\frac{\epsilon_0}{\epsilon_8}\,. \qquad /13/$$

Значения $a=-1\,(\beta=0)$ и $a=0\,(\beta=\pm\infty)$ отвечают известным пределам симметрий $SU_2\times SU_2$ и SU_3, соответственно. Параметр b характеризует нарушение SU_3-симметрии вакуума, а параметр ω - относительный вклад октетного представления $(1.8)+(8.1)$.

В работах [13,14] изучался вопрос описания формфакторов K_{ℓ_3} - распада с учетом представления $(1.8)+(8.1)$ и оказалось, что $\omega \approx -1$. В работе [13] результат $\omega = -1$ интерпретируется как точная симметрия $SU_2 \times SU_2$. Это заключение нам кажется странным, поскольку g_8 коммутирует с генераторами алгебры $SU_2 \times SU_2$ и любые изменения δ_8 не могут повлиять на свойства симметрии $SU_2 \times SU_2$. Автор [13] исходит из соотношения

$$\omega = -1 - \frac{2}{3} \frac{S_K \beta^2}{\frac{3}{2} S_\pi + (S_k - S_K - S_\pi)\beta}, \qquad /14/$$

которое легко выводится из /12/ и считает, что при $\beta = 0$ $(SU_2 \times SU_2)$ отсюда получается $\omega = -1$. Однако это неверно - достаточно взглянуть внимательно на равенства /12/, чтобы обнаружить, что знаменатель в /14/ пропорционален также β^2 и в результате сокращения приходим к тривиальному результату

$$\omega = -1 + \frac{4}{3} \frac{S_K}{\epsilon_8 \langle u_8 \rangle_0}. \qquad /15/$$

В связи с этим в первую очередь возникает вопрос - означает ли $\omega = -1$ какую-либо симметрию? Дело в том, что при $\omega = -1$,

$$S_K = i \langle 0 | [F_K, \partial_\mu V_K^\mu] | 0 \rangle = 0. \qquad /16/$$

При невырожденном вакууме, согласно знакоопределенности этого выражения, отсюда мы могли бы получить заключение лишь в пользу симметрии SU_3, а не $SU_2 \times SU_2$. В общем же случае когда $b \neq 0$, условие /16/ лишь ограничивает нарушение симметрии основного состояния, отклонение которой от SU_3 задается значениями параметров ϵ_8 и δ_8. В работе [16] были исследованы области допустимых значений параметров нарушения симметрии и показано, что при $\omega > 0$ области Окубо [17] никак не ограничиваются, в то время как при $\omega < 0$ возникают дополнительные ограничения. При этом с уменьшением ω области сужаются и стягиваются к началу координат для $\omega \to -\infty$ /доминантность представления $(1.8)+(8.1)$ /.

При $\omega \approx -1$ в допустимые области попадают оба физически интересных случая симметрии $SU_2 \times SU_2$ и SU_3.

Рассмотрим теперь некоторые применения гамильтониана /9/. Согласно версии "слабого ЧСАТ" /6/ к матричному элементу дивергенции тока /2/ можно применить теорему мягких пионов, что дает

$$\frac{1}{\sqrt{2}}[(m_k^2 - m_\pi^2) f_+(m_k^2) + m_k^2 f_-(m_k^2)] =$$
$$= -\frac{\sqrt{2}}{f_\pi} < 0 \mid [F_3^5, \partial_\mu V^\mu_{4-i5}] \mid K^+ > . \qquad /16/$$

Используя здесь выражение для дивергенции векторного тока /11/ и коммутационные соотношения /10/, получаем следующее правило сумм

$$f_-(m_k^2) + (1 - \frac{m_\pi^2}{m_k^2}) f_+(m_k^2) = \frac{f_k}{f_\pi} - \frac{m_\pi^2}{m_k^2} \frac{Z_k}{Z_\pi} , \qquad /17/$$

где величины $Z_k \equiv <0 \mid v_{4-i5} \mid K^+>$ и $Z_\pi \equiv <0 \mid v_{1-i2} \mid \pi^+>$ имеют смысл констант перенормировки волновых функций каона и пиона, соответственно.

Такое же правило сумм по-существу было получено в работе /18/ без учета представления $(1.8) + (8.1)$. Наше утверждение состоит в том, что оно остается в силе и при учете этого представления.

Из уравнения для дивергенций токов /11/ можем получить

$$m_\pi^2 f_\pi = -\frac{\sqrt{2}\,\epsilon_0 + \epsilon_8}{\sqrt{3}} Z_\pi \qquad /18/$$

$$m_k^2 f_k = -\frac{\sqrt{2}\,\epsilon_0 - \frac{1}{2}\epsilon_8}{\sqrt{3}} Z_k - i\frac{\sqrt{3}}{2}\delta_8 <0 \mid h_{4-i5} \mid K^+> . \qquad /19/$$

Откуда

$$\frac{Z_k}{Z_\pi} = x\,\delta\,\frac{m_k^2}{m_\pi^2}\,\frac{f_k}{f_\pi}\,, \qquad /20/$$

где

$$x = \frac{1+a}{1-\frac{1}{2}a}\,, \quad \delta = 1 + i\,\frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{\delta_8 \langle 0\,|\,h_{4-i5}|K^+\rangle}{m_k^2 f_k}\,. \qquad /21/$$

Тогда правило сумм /17/ можно записать в виде

$$f_-(m_k^2) + \left(1 - \frac{m_\pi^2}{m_k^2}\right) f_+(m_k^2) = \frac{f_k}{f_\pi}(1 - x\delta)\,. \qquad /22/$$

Здесь мы хотим высказать одно критическое замечание в адрес работы Брандта и Препараты /6/. Они считают, будто "слабое ЧСАТ" по своему духу не согласуется с редукцией симметрии по способу

$$SU_3 \times SU_3 \longrightarrow SU_2 \times SU_2 \longrightarrow SU_2\,. \qquad /a/$$

Их аргументы основаны только на том, что при отсутствии представления $(1{\cdot}8)+(8.1)$ в пределе $SU_2 \times SU_2$ $(x=0)$ мы получаем соотношение Каллана и Траймана /19/, которое не должно иметь места в рамках "слабого ЧСАТ", в то время как в пределе SU_3 $(x=1)$, пренебрегая членами порядка m_π^2/m_k^2, они приходят к соотношению $f_+(m_k^2) + f_-(m_k^2) \approx 0$, которое можно хорошо согласовать с экспериментом. Отсюда они делают заключение о предпочтительности "старой" схемы редукции /20/

$$SU_3 \times SU_3 \longrightarrow SU_3 \longrightarrow SU_2\,. \qquad /в/$$

Однако нетрудно уловить простую логическую ошибку в этих рассуждениях. Во-первых, соотношение Каллана и Траймана совсем не зависит от конкретной модели нарушения симметрии, поскольку оно получено в рамках алгебры токов и предположения о ЧСАТ для пионов. Во-вторых, для рассмотрения SU_3 -предела не оправдано пренебрежение членами порядка m_π^2/m_k^2.

Из уравнения /7/ соотношение Каллана и Траймана получается как в пределе $SU_2 \times SU_2\,(m_\pi^2 = 0)$, так и при выполнении условий, например,

$$f_+(m_k^2) = \frac{Z_k}{Z_\pi}, \quad f_-(m_k^2) = \frac{f_k}{f_\pi} - \frac{Z_k}{Z_\pi}.$$

Они согласуются со всеми требованиями симметрии SU_3. Поэтому нет никаких оснований считать, будто "слабое ЧСАТ" утверждает ту или иную схему редукции симметрии.

Если линейную параметризацию считать для $f_\pm(t)$ справедливой вплоть до точки $t = m_k^2$, то описать экспериментальные данные /5/ по формуле /17/ удается при большом отличии Z_k и Z_π $(Z_k/Z_\pi \approx 15)$.

Как можно интерпретировать этот результат? В работе /6/ в качестве возможного механизма предполагается формула типа /20/ при $\delta = 1$. Значениям $Z_k/Z_\pi >> 1$ соответствует $x \approx 1$, т.е. $a \approx 0$. Это говорит в пользу симметрии SU_3, т.е. схемы /в/. Однако это значение для a находится в противоречии с данными по спектру 0^- -мезонов. С другой стороны, если присутствует g_8, данные по $K_{\ell 3}$ -распаду можно согласовать со спектром мезонов и для $a \approx -1$, если только при этом $x\delta \approx 1$.

Тем не менее, $Z_k/Z_\pi >> 1$ указывает на заметное нарушение SU_3 -симметрии вакуума. Это легче всего понять в приближении одночастичного насыщения в коммутаторах /12/, откуда с учетом /10/ можно получить, что

$$\frac{Z_k}{Z_\pi} \approx \frac{f_\pi}{f_k} \cdot \frac{1 - \frac{1}{2} b}{1 + b}. \qquad /23/$$

Из этой формулы видно, что $Z_k/Z_\pi \approx 15$ соответствует $b \approx$ $\approx -$ 0,9, т.е. нарушение симметрии вакуума велико. Поэтому, если реализуется схема /в/, симметрия SU_3 будет достигаться голдстоуновским путем. В случае же схемы /а/ можно получить непротиворечивую картину, если $b \approx O(a)$. Тогда нет нужды введения дополнительных голдстоуновских частиц и в пределе SU_3 будем иметь $Z_k/Z_\pi \approx 1$, а в пределе $SU_2 \times SU_2$, $Z_k/Z_\pi >> 1$.

Автору известны две работы /13,14/, в которых g_8 учитывался в описании $K_{\ell 3}$-распада. Результаты работы /13/ получаются из наших формул //17/или/22//, если входящие сюда параметры вычислить в одночастичном приближении из соотношений /12/. В работе

М.Элиашвили и др. [14] использована конкретная модель лагранжиана. Если взять численные значения, использованные в этой работе для величин f_K, m_K^2, /и $a \approx -0{,}95$/, и из /12/ в одночастичном приближении вычислить b, получается $b \approx -1$.

Таким образом, имеющиеся данные о формфакторах $K_{\ell 3}$-распада требуют большого нарушения SU_3-симметрии вакуума, если линейную параметризацию считать справедливой вплоть до точки $t = m_k^2$. Однако в присутствии g_8 интерпретация этого факта облегчается.

Несколько слов о σ-членах в мезон-барионном рассеянии. Поскольку g не нарушает $SU_2 \times SU_2$, очевидно, что для $\sigma_{NN}^{\pi\pi}$ получается одно и то же выражение /8/ с учетом g_8 и без него. Поэтому некоторые авторы [8] считают, будто g_8 не влияет на значение σ-члена. Однако и здесь следует быть осторожным. Дело в том, что значение матричного элемента $\langle N | \epsilon_8 u_8 | N \rangle$, который входит в σ-член, обычно берется из расщепления масс в барионном октете. В присутствии же представления $(1.8) + (8.1)$ расщепление масс контролируется уже совместным действием u_8 и g_8. Поэтому возможно усиление матричного элемента $\langle N | \epsilon_8 u_8 | N \rangle$ за счет нового представления.

Рассмотрим конкретную реализацию этой программы с использованием SU_3-параметризации [15]

$$\langle B_i | u_j | B_k \rangle = a(d_{ijk} + if \cdot f_{ijk}) + b\,\delta_{j0}\delta_{ik},$$

$$\langle B_i | g_j | B_k \rangle = a'(d_{ijk} + if' \cdot f_{ijk}). \qquad /24/$$

Тогда

$$\langle B_i | \epsilon_8 u_8 + \delta_8 g_8 | B_k \rangle = D\, d_{ijk} + iF . f_{ijk}, \qquad /25/$$

где

$$D = \epsilon_8 a + \delta_8 a', \qquad F = \epsilon_8 a f + \delta_8 a' f'. \qquad /26/$$

Мы возьмем [15] $f' = f$. Тогда

$$f = F/D\ , \qquad /27/$$

а F и D можно определить по массам барионов

$$F = \frac{1}{\sqrt{3}}(M_N - M_\Xi) \approx -220\,\text{Мэв}, \qquad D = \frac{\sqrt{3}}{2}(M_\Sigma - M_\Lambda) \approx 70\,\text{Мэв} \qquad /28/$$

Для расчета σ -членов применим идею Гелл-Манна /21/ о том, что нарушение киральной симметрии не влияет на массу нуклона, т.е.

$$\langle N \mid \epsilon_0 u_0 + \epsilon_8 u_8 + \delta_8 g_8 \mid N \rangle \approx 0\ . \qquad /29/$$

Отсюда

$$-I \equiv \langle N \mid \epsilon_0 u_0 \mid N \rangle \approx -\langle N \mid \epsilon_8 u_8 + \delta_8 g_8 \mid N \rangle =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}(F - \frac{1}{3}D) = -\frac{\sqrt{3}}{2}D(f - 1/3) \approx -210\ \text{Мэв}\ . \qquad /30/$$

Учитывая это, а также параметризацию /24/ в соотношении /8/, получаем

$$\sigma^{\pi\pi}_{NN} = \frac{\sqrt{2}+c}{3}\left(\frac{1}{c} - \sqrt{2}\right)I - \frac{\sqrt{2}+c}{3c} \cdot \frac{1}{D}\,\delta_8\, a'\ . \qquad /31/$$

Если взять значение /1/ $c = -1,25$, имеем

$$\sigma^{\pi\pi}_{NN} \approx 25\ \text{Мэв} - 0.13\,\delta_8\, a'\ . \qquad /32/$$

Отсюда видно, как может быть увеличено теоретическое предсказание $\sigma^{\pi\pi}_{NN}$ с учетом g_8.

Чтобы метод обладал предсказательной способностью, рассмотрим, например, σ -член $K^+ p$ -рассеяния. Согласно /7/ и /10/, имеем

$$\sigma^{K^+K^+}_{pp} = \frac{1}{3}(\sqrt{2}\,\epsilon_0 - \frac{1}{2}\epsilon_8) <p\,|\,\sqrt{2}\,u_0 - \frac{1}{2}u_8 + \frac{\sqrt{3}}{2}u_3\,|\,p> + \frac{3}{4}\delta_8 <p\,|\,g_8\,|\,p> . \qquad /33/$$

С учетом формул /24/ - /30/ получаем

$$\sigma^{K^+K^+}_{pp} = -\frac{\sqrt{2} - \frac{1}{2}c}{3}(\sqrt{2}\,I - \frac{D}{\sqrt{3}\,c}) + (\frac{3}{4}\frac{I}{D} - \frac{\sqrt{2} - \frac{1}{2}c}{3\sqrt{3}\,c})\delta_8 a' \approx$$

$$\approx 180\ \text{Мэв} - 2\delta_8 a' . \qquad /34/$$

Сравнивая между собой выражения /31/ и /34/, можно установить соотношение между σ -членами

$$\sigma^{K^+K^+}_{pp} = -\frac{\sqrt{2} - \frac{1}{2}c}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}\,D + \frac{1}{12}(1 - 7c)I -$$

$$- \frac{3c}{\sqrt{2} + c}\,\frac{D}{I}(\frac{3}{4}\frac{I}{D} - \frac{\sqrt{2} - \frac{1}{2}c}{3\sqrt{3}\,c})\sigma^{\pi\pi}_{NN} . \qquad /35/$$

Из этих формул можем получить

$$\sigma_{pp}^{K^+K^+} \approx 15{,}5\,\sigma_{NN}^{\pi\pi} - 210 \text{ Мэв} . \qquad /36/$$

В недавней работе /22/ было получено

$$\sigma_{pp}^{K^+K^+} \approx (120 \pm 600) \text{ Мэв} . \qquad /37/$$

Из ур. /36/ видно, что значению $\sigma_{pp}^{KK} \approx$ 420 Мэв соответствует $\sigma_{NN}^{\pi\pi} \approx$ 40 Мэв, а максимальному значению $\sigma_{pp}^{KK} \approx$ 1020 Мэв соответствует $\sigma_{NN}^{\pi\pi} \approx$ 80 Мэв. Эти значения хорошо согласуются с последними исследованиями /9–12/ по данному вопросу. Кроме того видим, что с учетом g_8 численное значение параметра $c \approx$ -1,25 можно согласовать с барионным спектром.

Нами проверено также /23/, что включение нового представления $(1,8)+(8,1)$ не влияет на оценку величины угла Кабиббо, а также на интерпретацию механизма ненулевого значения этого угла как результата нарушения симметрии $SU_2 \times SU_2$ /24–26/.

Литература

1. M.Gell-Mann, R.J.Oakes, B.Renner. Phys.Rev., 175, 2159 (1968).
2. S.Glashow, S.Weinberg. Phys.Rev.Lett., 20, 224 (1968).
3. M.K.Gailard, L.M.Chounet. CERN-Report, 70-14 (1970).
4. R.Brandt. Ref. TH-1402, CERN (1971).
5. B.Renner. DESY 71/42 (1971).
6. R.Brandt, G.Preparata. Ann. of Phys., 61, 119 (1970).
7. F. von Hippel, J.K.Kim. Phys.Rev., D1, 151 (1970).
8. T.P.Cheng, R.Dashen. Phys.Rev.Lett., 26, 594 (1971).
9. G.Hohler, H.P.Jacob, R.Straus. Phys.Lett., 35B, 445 (1971).
10. M.Ericson, M.Rho. CERN, TH-1350 (1971).
11. E.T.Osypowski. Nucl.Phys., B21, 615 (1970).
12. G.Altarelli, N.Cabibbo, L.M.Maiani. ISS 71/20, Roma (1971).
13. K.Schilcher. Phys.Rev., D4, 237 (1971).
14. *М.Элиашвили, Б.Маградзе, М.Цугулеа. ЯФ 15, 530 /1972/.*
15. V.S.Mathur, J.Subba Rao. Phys.Lett., 31B, 383 (1970).
16. *А.Хелашвили, М.Элиашвили. Сообщения АН Гр.ССР, 68, №3/1972/.*
17. S.Okubo, V.S.Mathur. Phys.Rev.Lett., 23, 1412 (1969).
18. M.Weinstein. Phys.Rev., D3, 481 (1971).
19. C.Callan, S.Treimann. Phys.Rev.Lett., 16, 153 (1966).
20. M.Gell-Mann. Phys.Rev., 125, 1067 (1962).
21. M.Gell-Mann. Hawaii Lectures, 1970.
22. G.Kopp, T.F.Walsh, P.Zerwas. PITHA-56 (1972), Aachen.

23. *А.Хелашвили, Н.Шавлиашвили. Труды ТГУ /1972/.*

24. R.Gatto, G.Sartori, M.Tonin. Phys.Lett., 28B, 128 (1968).
25. N.Cabibbo, L.Maiani. Phys.Lett., 28B, 131 (1968).
26. R.J.Oakes. Phys.Lett., 29B, 683 (1969).

Рукопись поступила в издательский отдел
26 сентября 1972 года.