СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р2 - 6677

В.Р.Гарсеванишвили , С.В.Голоскоков,
В.А.Матвеев , Л.А.Слепченко

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

К ВОПРОСУ О ПРЕДЕЛЕ $\hbar \to 0$ В КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОМ УРАВНЕНИИ

1972

P2 - 6677

В.Р.Гарсеванишвили, С.В.Голоскоков,
В.А.Матвеев, Л.А.Слепченко

К ВОПРОСУ О ПРЕДЕЛЕ $\hbar \to 0$ В КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОМ УРАВНЕНИИ

Попытки теоретической интерпретации закономерностей рассеяния частиц высоких энергий в рамках квазипотенциального подхода Логунова-Тавхелидзе привели к использованию методов, опирающихся на предположение о квазиклассическом характере высокоэнергетического рассеяния адронов. Основным соображением в пользу такого предположения является короткодействующий характер ядерных сил /1/.

В работах /2,3/, в частности, рассеяние частиц на большие углы объясняется как рассеяние на гладком эффективном потенциале в область классически запрещенных углов. Исследованию квазиклассического приближения в уравнении Логунова-Тавхелидзе с гладким комплексным квазипотенциалом посвящены работы /4,5/*/.

Подчеркнем, что проблема квазиклассического приближения в квазипотенциальном подходе существенным образом отличается от соответствующей проблемы в квантовой механике.

Локальный квазипотенциал, описывающий упругое рассеяние адронов, содержит информацию о неупругих каналах и, таким образом, имеет сложную квантовую природу. Поэтому вопрос о существовании и характере классического предела $\hbar \to 0$ в физике адронов является весьма нетривиальным.

Ниже мы изложим некоторые соображения, касающиеся постановки задачи о квазиклассическом пределе $\hbar \to 0$ в квазипотенциальном уравнении:

$$(E^2 - m^2 + \hbar^2 \vec{\nabla}^2)\,\psi(\vec{r}) = -\frac{1}{\sqrt{m^2 - \hbar^2 \vec{\nabla}^2}}\, V(E, r)\,\psi(\vec{r}), \qquad /1/$$

*/ Рассмотрение связанных вопросов в рамках квантовой механики содержится, например, в работах /6/.

описывающем две бесспиновые частицы с полной энергией E /7,8/ в системе центра масс. Очевидно, что в общем случае локальный квазипотенциал является функцией не только определяющих параметров задачи, но также содержит в качестве параметра постоянную Планка $\hbar$. Имея в виду в дальнейшем наиболее интересный с физической точки зрения случай, когда полное сечение взаимодействия стремится при высоких энергиях к постоянному пределу, положим:

$$V(E;r) = E^2 f(E;r,\hbar,\dots), \qquad /2/$$

где

$$f(E;\ r,\hbar,\dots) \to f_0(r,\hbar,\dots). \qquad /3/$$

$$\text{при } E \to \infty$$

Отметим при этом, что в соответствии с уравнением /1/ величина f имеет размерность энергии /в системе единиц измерения, где $c = 1$/.

В зависимости от того, какие из размерных параметров задачи, определяющих квазипотенциал, имеют нетривиальный классический предел, будем в дальнейшем различать случаи:

А. /"полевые модели"/

Имеется отличный от нуля в классическом пределе параметр с размерностью массы μ. Исходя из размерных соображений, величину f, определяющую квазипотенциал, запишем в следующем виде:

$$f(E;r,\hbar,\mu) = \mu\,\phi\left(\frac{\mu r}{\hbar}, \frac{\mu}{E}\right). \qquad /4/$$

Здесь $\phi(x,y)$ - есть безразмерная функция двух аргументов, обращающаяся в нуль в асимптотическом пределе $x \to \infty$, причем $\phi(x,0) = \phi_0(x)$ и отлична от нуля.

Типичным примером является потенциал Юкавы

$$f = \frac{g^2\hbar}{4\pi r} e^{-\frac{\mu r}{\hbar}} = \mu\phi_0\left(\frac{\mu r}{\hbar}\right); \quad \phi_0(\sigma) = \frac{g^2}{4\pi}\frac{e^{-\sigma}}{\sigma}, \qquad /5/$$

где μ - масса кванта, переносящего взаимодействие. Очевидно, что величина /5/ не имеет классического предела в обычном смысле при $\hbar \to 0$ *. Для случая А характерна следующая оценка асимптотического значения полного сечения взаимодействия:

$$\sigma_{tot} \approx \frac{\hbar^2}{\mu^2}.$$

В. /"оптические модели"/

Имеется отличный от нуля в классическом пределе параметр R с размерностью длины, определяющий эффективные размеры области взаимодействия. Используя размерные соображения, найдем:

$$f(E; r, \hbar, R) = \frac{\hbar}{R}\phi\left(\frac{r}{R}, \frac{\hbar}{RE}\right), \qquad /6/$$

где безразмерная функция $\phi(x,y)$ удовлетворяет тем же условиям, что и в случае А.

Поведение локального квазипотенциала в пределе $\hbar \to 0$ определяется характером поведения функции $\phi(x,y)$ в окрестности точки $y = 0$. Сделав достаточно общее предположение, что функция $\phi(x,y)$ разлагается в асимптотический ряд по степеням y в окрестности точки $y = 0$, получим:

$$V(E;r) \approx \frac{\hbar E^2}{R}\left[\phi_0\left(\frac{r}{R}\right) + \frac{\hbar}{RE}\phi_1\left(\frac{r}{R}\right) + \frac{\hbar^2}{R^2E^2}\phi_2\left(\frac{r}{R}\right) + \dots\right]. \qquad /7/$$

---

* Можно считать, однако, что предел величины $\frac{1}{\hbar^3}f$ при $\hbar \to 0$ определяет обобщенную функцию $\frac{g^2}{\mu^2}\delta(\vec{r})$.

Разложение данного типа локального квазипотенциала по обратным степеням импульса с гладкими функциями $\phi_i(r/R)$ использовалось в работах /5,9/.

Для асимптотического значения полного сечения взаимодействия случай В дает оценку:

$$\sigma_{tot} \approx 2\pi R^2 \left(1 + c_1 \frac{\hbar}{RE} + c_2 \frac{\hbar^2}{R^2 E^2} + \dots\right). \qquad /8/$$

Исходя из уравнения /1/ с локальным квазипотенциалом, заданным разложением /7/, нетрудно получить квазиклассическое приближение для волновой функции системы двух релятивистских частиц $(E \gg m)$.

Используя тот факт, что разложение квазипотенциала /7/ начинается с первой степени $\hbar$, будем искать решение уравнения /1/ в виде:

$$\psi(\vec{r}) = e^{\frac{i}{\hbar} S(\vec{r})}. \qquad /9/$$

Для величины S получим следующее уравнение:

$$\sqrt{m^2 - \hbar^2 \left(\vec{\nabla} + \frac{i}{\hbar} \vec{\nabla} S\right)^2} \left[\vec{p}^{\,2} + \hbar^2 \left(\vec{\nabla} + \frac{i}{\hbar} \vec{\nabla} S\right)^2\right] = -\frac{\hbar E^2}{R} \phi\left(\frac{r}{R}, \frac{\hbar}{RE}\right). \qquad /10/$$

Отметим, что действие оператора в левой части уравнения /10/ задается по следующим правилам:

$$\left(\vec{\nabla} + \frac{i}{\hbar} \vec{\nabla} S\right)^2 = \frac{i}{\hbar} \vec{\nabla}^2 S - \frac{1}{\hbar^2} \left(\vec{\nabla} S\right)^2. \qquad /11/$$

Разлагая величину S по степеням $\hbar$

$$S = S_0 + \hbar S_1 + \hbar^2 S_2 + \dots,$$

находим:

$$S_0 = \vec{p}\,\vec{r}$$

$$S_1 = \frac{1}{2vR}\int_{-\infty}^{z} dz'\,\phi_0\,(r'/R)\,; \qquad v = \frac{p}{E}; \quad \vec{r}\,' = (z'; \vec{\rho}_\perp\ ),$$

$$S_2 = \frac{1}{2p\,R^2}\int_{-\infty}^{z} dz'\,\phi_1(r'/R) + \frac{i}{2p}\int_{-\infty}^{z} dz'\,[\vec{\nabla}_\perp^{\,2} S_1 + \qquad /12/$$

$$+ 3i\,(\vec{\nabla}_\perp\, S_1\,)^2 + \frac{\partial^2 S_1}{\partial z'^2} + 3i\,(\frac{\partial S_1}{\partial z'})^2\,]$$

и т.д. Здесь $\vec{p} = (0\,,0\,,p\,)$.

Этот результат находится в близкой связи с результатами работы /10/, где изучалось эйкональное разложение амплитуды рассеяния двух частиц для гладких квазипотенциалов, растущих с энергией как E^2. Отмеченная взаимосвязь дает еще один аргумент в пользу того, что предположение о квазиклассическом характере взаимодействия адронов при высоких энергиях не противоречит известным фактам о высокоэнергетическом рассеянии частиц.

В заключение мы хотели бы указать на весьма интересную проблему изучения в рамках различных моделей характера поведения локального квазипотенциала в квазиклассическом пределе $\hbar \to 0$.

Авторы благодарны В.Г.Кадышевскому, Р.М.Мурадяну, А.Н.Тавхелидзе, Д.В.Ширкову за полезные обсуждения.

Литература

1. А.А.Логунов, Нгуен Ван Хьеу, О.А.Хрусталев. В сб. "Проблемы теоретической физики", стр. 90, "Наука", 1969.
V.R.Garsevanishvili, V.A.Matveev, L.A.Slepchenko, A.N.Tavkhelidze. Phys.Rev., D4, 849 (1971).

2. S.P.Alliluyev, S.S.Gershtein, A.A.Logunov. Phys.Lett., 18, 195 (1965).
3. A.A.Logunov, M.A.Mestvirishvili.Phys.Lett.,24B , 620 (1967).
4. М.А.Мествиришвили, Г.Л.Рчеулишвили. ТМФ 8, 206 /1971/. А.А.Архипов. ТМФ, 11, 337 /1972/.
5. С.В.Голоскоков. Препринт ОИЯИ, Р2-6442, Дубна, 1972.
6. Ю.Ф.Пирогов. ЖЭТФ, 55, 854 /1968/. В.Н.Первушин. Препринт ОИЯИ, Р2-5990, Дубна, 1971.
7. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze. Nuovo Cim., 29, 380 (1963).
8. А.Т.Филиппов. Лекции на Международной зимней школе теоретической физики. Препринт ОИЯИ, стр. 80, Дубна, 1964. О.А.Хрусталев. Препринт ИФВЭ, СТФ-69-24, Серпухов, 1969.
9. В.Р.Гарсеванишвили, С.В.Голоскоков, В.А.Матвеев, Л.А.Слепченко. ТМФ, 11, 37, 1972.
10. В.Р.Гарсеванишвили, С.В.Голоскоков, В.А.Матвеев, Л.А.Слепченко, А.Н.Тавхелидзе. ТМФ, 6, 36 /1971/.

Рукопись поступила в издательский отдел 18 августа 1972 года.