ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 6654

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Б.М. Барбашов, В.В. Нестеренко

ОБМЕН "ЖЕСТКИМИ" И "МЯГКИМИ" КВАНТАМИ ПРИ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ РАССЕЯНИИ ЧАСТИЦ

1972

P2 - 6654

Б.М. Барбашов, В.В. Нестеренко

ОБМЕН "ЖЕСТКИМИ" И "МЯГКИМИ" КВАНТАМИ ПРИ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ РАССЕЯНИИ ЧАСТИЦ

Направлено в ТМФ

Барбашов Б.М., Нестеренко В.В.

P2 - 6654

Обмен "жесткими" и "мягкими" квантами при высокоэнергетическом рассеянии частиц

В рамках функционального метода в теории поля предлагается способ получения выражения для амплитуды рассеяния двух частиц при обмене конечным числом "жестких" и бесконечным числом "мягких" квантов. Этот подход при расчете амплитуды рассеяния на большие углы приводит к появлению формфакторов взаимодействующих частиц, что согласуется с предположениями Янга-Ву о роли упругих формфакторов в высокоэнергетическом рассеянии.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1972

Barbashov B.M., Nesterenko V.V.

P2 - 6654

Hard and Soft Quanta Exchange at High-Energy Particle Scattering

See the Summary on the reverse side of the title-page.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1972

S u m m a r y

In order to take into account the contribution from the exchange of both finite number of hard quanta and infinite number of soft virtual particles to the scattering amplitude, the closed form of the scattering amplitude in terms of functional integrals/1/ is used (1). The contribution of the finite number of the exchange quanta ("hard mesons") to the amplitude is singled out by means of the identity (3). By a subsequent approximate calculation of the functional integrals (straight-line path approximation/1/) the contribution of the selected quanta is exactly conserved (eq. (5)). Neglecting the correlation between the hard and soft exchange in eq. (5) the elastic form factors of the scattering particles may be picked out. In so doing the contribution of the hard quanta is described by the exact perturbation series (eq. 8). It is reasonable to suppose that the amplitude in the form (8) describes the high energy scattering to wide angles/9/. This is in agreement with the Wu-Yang conjecture/7/ about the role of the elastic form factors in high energy scattering.

Высокоэнергетические процессы, в которых взаимодействие осуществляется за счет обмена "мягкими" виртуальными частицами [x], могут быть проанализированы в квантовополевом подходе довольно детально. Как хорошо известно, такой механизм взаимодействия приводит к эйкональному представлению амплитуды рассеяния при высоких энергиях /1/, которое хорошо согласуется с экспериментальными данными /2/.

Несомненный интерес представляет исследование роли "жестких" обменов [x] в таких взаимодействиях, их влияние на эйкональную форму амплитуды и возможность описания рассеяния на большие углы. Если предположить, что существенный вклад в амплитуду вносят процессы с участием только конечного числа жестких квантов, то естественно попытаться развить теорию возмущений по числу таких квантов с полным учетом вклада от всех мягких виртуальных частиц. Большинство попыток решения данной задачи предпринималось в рамках функционального метода /3/. Это объясняется тем, что именно в таком подходе процессы с участием лишь мягких обменных квантов могут быть рассмотрены наиболее последовательно и просто.

Как известно /4/, при построении амплитуды того или иного процесса функциональным методом предварительно необходимо получить функции Грина рассеивающихся частиц во внешнем классическом поле. При нахождении такой функции Грина это поле разбивается на мягкую и жесткую компоненты, и при решении соответствующего уравнения строится теория возмущений по жесткой компоненте. Однако нельзя релятивистски-инвариантным способом определить понятия мягкости и жесткости внешнего поля, а также последовательно развить теорию возмущений по жесткой составляющей.

---

[x] Строгое определение "мягких" и "жестких" виртуальных квантов будет дано в последующем изложении.

В нашем подходе к данной задаче используется точное замкнутое выражение в форме функционального интеграла для функции Грина во внешнем классическом поле /5/ . Путем простых математических преобразований из полученного таким же образом выражения для амплитуды рассеяния выделяется вклад, обусловленный обменом конечным числом квантов. Далее, при последующем приближенном вычислении функциональных интегралов /что соответствует переходу к мягким квантам/ вклад выделенного числа виртуальных частиц будет учитываться точно. Эти точно учитываемые обменные кванты и будем называть жесткими.

Продемонстрируем изложенный выше подход на примере рассеяния двух частиц в скалярной модели $\mathcal{L}_{int} = g\psi^*\psi\ \phi$. Пренебрегая вкладом от поляризации вакуума, амплитуду рассеяния двух частиц поля ψ можно представить в следующем виде /1,6/:

$$f(q_1, q_2; p_1, p_2) = g^2 \int d^4 b\, e^{i(p_1 - q_1)b} \cdot D^c(b) \cdot \tag{1}$$

$$\cdot \prod_{k=1}^{2} \left(\int [\delta^4 \nu_k]_{-\infty}^{+\infty} \exp\{ i \frac{g^2}{2} j_k \times D^c \times j_k \} \right) \int_0^1 d\lambda \exp\{ i\lambda g^2 j_1 \times D^c \times j_2 \},$$

где

$$j_i \times D^c \times j_k \equiv \iint d^4 z_1 d^4 z_2\, j_i(z_1) D^c(z_1 - z_2) j_k(z_2),$$

$$j_k(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi\, \delta^{(4)}[z + \frac{(-1)^k}{2} b - 2\int_0^{\xi} \nu_k(\eta) d\eta - 2\xi(q_k \theta(\xi) + p_k \theta(-\xi))],$$

$i,k = 1,2$.

Такая запись амплитуды рассеяния соответствует учету всех диаграмм типа представленной на рис. 1.

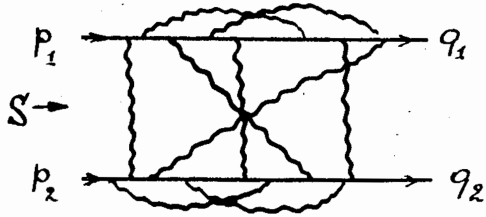

Рис 1

Последняя экспонента в формуле /1/ учитывает обмен квантами поля ϕ между рассеивающимися частицами, в то время как выражения $exp\{i\frac{g^2}{2}j_k\times D^c\times j_k\}$ $(k=1,2)$ представляют собой вклад в амплитуду за счет радиационных поправок к рассеивающимся частицам.

Как известно, учет только мягких мезонов /поле ϕ / осуществляется путем приближенного вычисления функциональных интегралов по $\delta^4 \nu_j$/приближение прямолинейных путей [1] /. В диаграммной технике это соответствует следующей аппроксимации пропагаторов ров поля ψ :

$$[(p+\sum_i k_i)^2 - m^2]^{-1} \to [2p\sum_i k_i + \sum_i k_i^2]^{-1}, \qquad /2/$$

где k_i - импульсы виртуальных мезонов.

Таким образом, в этом приближении произведения pk_i считаются эффективно более важными, чем $k_i k_j$ $(i \neq j)$. Только в таком смысле и истолковывается в дальнейшем понятие "мягких" мезонов.

Как следует из формулы /2/, такую аппроксимацию более корректно рассматривать не как приближение мягких виртуальных квантов, а как предположение об отсутствин корреляции между отдельными обменами вирутальными частицами, так как корреляционный член $k_i k_j$ в пропагаторах опускается.

Чтобы выделить точный вклад конечного числа квантов, которые мы условились называть "жесткими", достаточно сделать следующее преобразование. Экспоненту, стоящую под знаком интеграла по $d\lambda$ в /1/, запишем с помощью тождества

$$e^R = \sum_{n=0}^{N} \frac{R^n}{n!} + \frac{R^{N+1}}{N!} \int_0^1 da\, a^N e^{(1-a)R} . \qquad /3/$$

Для простоты расчетов ограничимся в формуле /3/ случаем $N=0$, что будет соответствовать учету обменов одним и двумя жесткими квантами /соответственно первое и второе слагаемое в круглых скобках в /4//.

$$f(q_1, q_2; p_1, p_2) = g^2 \int d^4 b\, e^{i(p_1-q_1)b}\, D^c(b)$$
$$\prod_{k=1}^{2} \left(\int [\delta^4 \nu_k]_{-\infty}^{+\infty} \exp\{ i \frac{g^2}{2} j_k \times D^c \times j_k \} \right) \left(1 + i g^2 \int_0^1 \lambda\, d\lambda\, da\, j_1 \times D^c \times j_2\, e^{ia\lambda g^2 j_1 \times D^c \times j_2} \right). \qquad /4/$$

Сдвиг функциональных переменных во втором слагаемом в формуле /4/ позволяет перенести зависимость от $\nu_i(\eta)$ в показатели экспонент, и поэтому выделенный обмен не будет уже зависеть от способа взятия функциональных интегралов.

Используем приближенную оценку для интегралов по $\delta^4 \nu_j$ /приближение прямолинейных путей /1/ /, что соответствует учету лишь мягких мезонов:

$$\int [\delta^4 \nu]_{-\infty}^{+\infty} e^{F[\nu]} \simeq e^{\langle F[\nu] \rangle}, \qquad \langle F[\nu] \rangle = \int [\delta \nu]_{-\infty}^{+\infty} F[\nu].$$

Теперь амплитуда рассеяния представима в следующем виде:

$$f(q_1, q_2; p_1, p_2) = \frac{g^2}{\mu^2 - t} \prod_{j=1}^{2} \{ \exp[i \frac{g^2}{2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{\mu^2 - k^2} \left(\frac{1}{k^2 + 2kq_j} - \frac{1}{k^2 + 2kp_j} \right)^2] \} +$$

$$+ i \frac{g^4}{(2\pi)^4} \int d^4 b \int \frac{d^4 k\, D^c(b)}{\mu^2 - k^2} e^{i(p_1 - q_1 + k)b} \prod_{r=1}^{2} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} dx_r\, e^{ik^2 |x_r| - 2ikx_r a_r(x_r)(-1)^r} \right.$$

$$\left. \exp\{ i \frac{g^2}{2} \int \frac{d^4 \ell}{(2\pi)^4} \frac{1}{\mu^2 - \ell^2} \langle j_r(\ell; \nu_r, k, x_r) j_r(-\ell; \nu_r, k, x_r) \rangle \} \right)$$

$$\cdot \int_0^1 \lambda\, d\lambda \int_0^1 da \exp\{ i a \lambda g^2 \int \frac{d^4 \ell}{(2\pi)^4} \frac{1}{\mu^2 - \ell^2} \langle j_1(\ell; \nu_1, k, x_1) j_2(-\ell; \nu_2, k, x_2) \rangle \}, \qquad /5/$$

где

$$j_r(\ell; \nu_r, k, x_r) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \exp\{ -i\ell [z + \frac{(-1)^r}{2} b - 2 \int_0^{\xi} \nu_r(\eta)\, d\eta +$$

$$+ 2(-1)^r k \int_0^{\xi} (\theta(x_r - \eta) - \theta(-\eta)) d\eta - 2a_r(\xi)\xi \}; \quad a_r(\xi) = q_r \theta(\xi) + p_r \theta(-\xi).$$

Весь эффект, обусловленный обменом мягкими мезонами, содержится в показателях экспонент, в то время как обмен одним и двумя жесткими квантами учтен точно. Аналогично, пользуясь формулой /3/, можно было бы получить амплитуду рассеяния для обмена произвольным, но конечным числом жестких мезонов.

Естественно предположить, исходя из аналогии с потенциальным рассеянием, что такое представление амплитуды, учитывающее жесткие обмены, должно описывать высокоэнергетическое рассеяние на большие углы, то есть такой случай, когда асимптотической переменной является не только энергия $s=(p_1+p_2)^2$, но и передача $t=(p_1-q_1)^2$.

Как следует из формулы /5/, вклады мягких и жестких квантов, если число последних больше одного, скоррелированы за счет интегрирования по d^4k и dx_j.

В дальнейших расчетах пренебрежем этой корреляцией и опустим зависимость от k в показателях экспонент во втором слагаемом в формуле /5/. Это сразу приводит к выделению формфакторов рассеивающихся частиц в выражении для амплитуды [7]:

$$f(s,t)=\left(e^{\frac{g^2}{2}\Phi(t)}\right)^2\left\{\frac{g^2}{\mu^2-t}+ig^4\int\frac{d^4b}{(2\pi)^4}\int\frac{d^4k\,D^c(b)}{\mu^2-k^2}\,e^{i(p_1-q_1+k)b}\right.$$

$$\left.\prod_{r=1}^{2}\left(\int_{-\infty}^{+\infty}dx_r\,e^{ik^2|x_r|-(-1)^r 2ikx_r a_r(x_r)}\right)\int_0^1\lambda\,d\lambda\,d\alpha\,e^{ig^2\lambda\alpha\left[\Phi_1(s)+\Phi_2(u)\right]}\right\}, \qquad /6/$$

где

$$\Phi(t)=i\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{1}{\mu^2-k^2}\left(\frac{1}{k^2+2kq_1}-\frac{1}{k^2+2kp_1}\right)^2\to-\frac{1}{16\pi^2}\frac{\ln^2|t|}{|t|}$$

$$\Phi_1(s)=\int\frac{d^4\ell}{(2\pi)^4}\frac{e^{i\ell b}}{\ell^2-\mu^2}\left(\frac{1}{(\ell^2+2\ell q_1)(\ell^2-2\ell q_2)}+\frac{1}{(\ell^2-2\ell p_1)(\ell^2+2\ell p_2)}\right),$$

$$\Phi_2(u)=\int \frac{d^4\ell}{(2\pi)^4}\,\frac{e^{i\ell b}}{\ell^2-\mu^2}\left(\frac{1}{(\ell^2-2\ell p_1)(\ell^2-2\ell q_2)}+\frac{1}{(\ell^2+2\ell q_1)(\ell^2+2\ell p_2)}\right),$$

$$\Phi_1(s)+\Phi_2(u)\to\frac{1}{s}\,\frac{K_0(\mu\,|b_\perp|)}{4\pi}. \qquad /7/$$

Действительно, выражение $\exp(\frac{g^2}{2}\Phi(t))$ представляет собой упругий формфактор рассеивающейся частицы, вычисленный в приближении мягких мезонов /8/ .

Как следует из асимптотических оценок /7/, именно эти множители будут определяющими при s и $|t|\to\infty$. Поэтому последней экспонентой в фигурных скобках в формуле /6/ можно пренебречь. Как отмечалось выше, это выражение было ответственно за обмен мягкими мезонами между рассеивающимися частицами и в случае рассеяния вперед $s\gg|t|\sim m^2$ приводило к эйкональной формуле. В результате этого амплитуда принимает форму точного ряда теории возмущений по жестким квантам, помноженного на упругие формфакторы рассеивающихся частиц

$$f(s,t)=\left(e^{\frac{g^2}{2}\Phi(t)}\right)^2\left\{\frac{g^2}{\mu^2-t}+i\frac{g^4}{2}\int\frac{d^4b}{(2\pi)^4}\int\frac{d^4k\,D^c(b)}{\mu^2-k^2}\,e^{i(p_1-q_1+k)b}\right.$$

$$\left.\prod_{r=1}^{2}\left(\int_{-\infty}^{+\infty}dx_r\,e^{ik^2|x_r|-(-1)^r 2ik\,x_r\,a_r(x_r)}\right)\right\}. \qquad /8/$$

Такая факторизация формфакторов при рассеянии на большие углы согласуется с механизмом высокоэнергетического взаимодействия, предложенным Ву и Янгом /7/ .

Более реалистической с точки зрения зависимости от асимптотических переменных является модель с векторным обменом /роль мезонов поля ϕ играют векторные частицы: $\mathfrak{L}_{int}=-ig\psi^*\overleftrightarrow{\partial_\sigma}\psi A^\sigma+g^2A_\sigma A^\sigma\psi^*\psi$ или $\mathfrak{L}_{int}=g\bar\psi\gamma_\mu\psi A^\mu$ /. В этом случае асимптотические оценки /7/ и члены ряда теории возмущения в фигурных скобках в /6/ были бы не убывающими, а растущими за счет появления дополнительной степени большой переменной.

Исходя из представления амплитуды рассеяния в форме /8/ для случая векторного обмена можно довольно хорошо описать экспериментальные данные по высокоэнергетическому $p-p$-рассеянию на большие углы /9/ .

Предложенный метод учета жестких квантов в принципе дает возможность исследовать влияние таких обменов на эйкональное представление амплитуды рассеяния /1/. Для этого необходимо, не пренебрегая корреляцией мягких и жестких обменов, получить высокоэнергетическую асимптотику выражения /5/, так как уже во втором слагаемом этой формулы содержатся неэйкональные вклады в амплитуду рассеяния /10/. Однако такая задача является технически очень сложной.

В заключение авторы благодарят за интерес к работе и стимулирующие обсуждения Д.И. Блохинцева и В.Н. Первушина.

Литература

1. B.M.Barbashov, S.P.Kuleshov, V.A.Matveev, V.N.Pervushin, A.N.Sissakian and A.N.Tavkhelidze, Phys. Lett., 33B, 484 (1970),
2. J.D.Jackson. Rev. Mod. Phys., 42, 12 (1970); C.B.Chiu. Rev. Mod. Phys., 41, 640 (1969).
3. *Г.А. Милехин, Е.С. Фрадкин. ЖЭТФ, 45, 1926 /1963/.*
4. *Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей, Гостехиздат, 1957.*
5. *Б.М. Барбашов. ЖЭТФ, 48, 607 /1965/.*
6. B.M.Barbashov, S.P.Kuleshov, V.A.Matveev, A.N.Sissakian. JINR Preprint E2-4983, Dubna 1970.
7. T.T.Wu, C.N.Yang. Phys. Rev., 137, B708 (1965). T.T.Chou, C.N.Yang. Phys. Rev.Lett., 20, 1213 (1968).
8. *В.Н. Первушин. Автореферат диссертации. ОИЯИ, 2-5450, Дубна, 1970.* M.Levy, J.Sucher. Phys. Rev., 186, 1656 (1969); L.L.Caedy. Nucl.Phys., B28, 477 (1971); E.Eichten, Phys.Rev., D4, 1225 (1971); E.Eichten, R.Jackiw. Phys.Rev., D4, 439 (1971).
9. H.M.Fried, T.K.Gaisser. Phys.Rev., 179, 1491 (1969); T.K.Gaisser. Phys. Rev., D2, 1337 (1970).
10. G.Tiktopoulos, S.B.Treiman. Phys.Rev., D3, 1037 (1971). *Б.М. Барбашов, В.В. Нестеренко. Сообщение ОИЯИ, Р2-6394, Дубна, 1972.*

Рукопись поступила в издательский отдел
11 августа 1972 года.