ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 6639

Б.М.Зупник, Е.А.Иванов

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В SU(3)×SU(3) СИММЕТРИИ И РАСПАДЫ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1972

P2 - 6639

Б.М.Зупник, Е.А.Иванов

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В $SU(3)\times SU(3)$ СИММЕТРИИ И РАСПАДЫ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ

Направлено в ЯФ

S u m m a r y

The electromagnetic interaction in the dynamical chiral $SU_3 \times SU_3$ symmetry is investigated by the effective Lagrangian method.

We assume that the hadron e.m. vertices are desribed by the effective Lagrangian $\mathcal{L}_{em}$ with transformation properties of conventional e.m. interaction. These properties are manifested as the invariance of $\mathcal{L}_{em}$ under the group $[U_2 \times U_2]_N$ whose algebra consists of neutral $SU_3 \times SU_3$ generators (2.7).

The conventional $SU_3 \times SU_3$ - current algebra is usually believed to fail to describe the processes of the second order in e with pseudoscalar mesons /2,3/. We argue that the difficulties of this kind do not originate from the requirement of the $[U_2 \times U_2]_N$ - invariance and can be removed in the reasonable way.

The experimentally wrong mass formula (3.3) by Dashen /3/ arises from using the nonderivative Lagrangian $\Delta\mathcal{L}^{0}_{em}$ to describe the e.m. mass-shift of pseudoscalar mesons. We suggest the model of $\Delta\mathcal{L}_{em}$ with two derivatives, in which there are no contradictions. This model corresponds to the "current-mixing" model for the e.m. violation of SU_3 and gives the reasonable estimate (3.4) for the $\pi^0 - \eta$ transition parameter.

In application to the $\eta \to 3\pi$ decay, the assumption about the $[U_2 \times U_2]_N$ -symmetry of e.m. $\pi^0 \to \eta$ and $\eta \to 3\pi$ transitions leads to the satisfactory results provided the appreciable derivative $\pi\eta\pi\eta$ -interaction (4.1) exists (with the coupling constant $|q_1| \sim 4 \div 5$ /8/). The simplest possibilities to obtain this $\pi\eta\pi\eta$ -coupling are to include the triple $\eta(549) - X^0(960) - E(1420)$ mixing (if the X^0 and E are pseudoscalars) or to insert the derivative symmetry breaking term in the effective Lagrangian of strong interaction.

The assumption of the $[U_2 \times U_2]_N$ -symmetry in the $\pi^0 \to \gamma\gamma$ and $\eta \to \gamma\gamma$ decays does not contradict the experiment if the $\eta - \eta'$ mixing is taken into account consistently (see eqs. (4.2), (5.5), (5.7) (5.8)).

The conclusion is that, at the present time, there are no sufficient reasons for giving up the construotive requirement of the $[U_2 \times U_2]_N$ -symmetry of the hadron e.m. interaction at low energies.

1. Введение

Представления о приближенной динамической $SU(3)\times SU(3)$ -симметрии сильных взаимодействий используются при исследовании электромагнитных и слабых взаимодействий адронов. При описании электромагнитных процессов второго порядка по e, таких как электромагнитный сдвиг масс в октете псевдоскалярных мезонов, распады $\eta\to 3\pi$, $\pi^0\to\gamma\gamma$, $\eta\to\gamma\gamma$, в $SU(3)\times SU(3)$ - алгебре токов возникает ряд трудностей, которые широко обсуждаются в литературе /1-3/. В настоящей работе проводится критический анализ этих трудностей с помощью метода эффективных лагранжианов. Использование простого языка лагранжева подхода позволяет объяснить причины возникновения различных противоречий алгебры токов и найти в некоторых случаях приемлемое решение.

В главе 2 исследуются трансформационные свойства эффективных лагранжианов электромагнитных взаимодействий $\mathfrak{L}_{em}$ в $SU(3)\times SU(3)$ -симметрии. Показано, что минимальный электромагнитный лагранжиан $\mathfrak{L}_{em}^{min}$, полученный с помощью замены $\partial_\mu\to\partial_\mu\pm ie\mathfrak{A}_\mu$ из лагранжиана сильных взаимодействий, инвариантен относительно преобразований, порождаемых нейтральными генераторами группы $SU(3)\times SU(3)$. Наше замечание состоит в том, что эти генераторы образуют алгебру подгруппы $[U(2)\times U(2)]_N$ группы $SU(3)\times SU(3)$. Обычные предположения о свойствах электромагнитных взаимодействий адронов /1-3/ можно сформулировать в простой и точной форме как требование $[U(2)\times U(2)]_N$– инвариантности эффективных лагранжианов $\mathfrak{L}_{em}$. При линеаризации преобразований группы $SU(3)\times SU(3)$ на подгруппе $SU(3)$ $[U(2)\times U(2)]_N$ –симметрия включает в себя обычную классификацию по U – спину. Для случая линеаризации на подгруппе изоспина и гиперзаряда $SU(2)\times Y$ требование $[U(2)\times U(2)]_N$ – инвариантности $\mathfrak{L}_{em}$ приводит лишь к динамическим соотношениям между электромагнитными процессами с разным числом частиц, например, $\pi^0-\eta$ и $\eta\to 3\pi$ переходами.

В главе 3 исследуется электромагнитный сдвиг масс псевдоскалярных мезонов в $SU(3)\times SU(3)$ – симметрии, описываемый эффективным лагранжианом $\Delta\mathfrak{L}_{em}$. В алгебре токов Дашеном /2/ получены противоречащие эксперименту соотношения между электромагнитными разностями масс π – и K – мезонов. Мы показываем, что эти трудности имеют место лишь в модели $\Delta\mathfrak{L}_{em}$ без производных полей. В работе предлагается модель лагранжиана $\Delta\mathfrak{L}_{em}$ с двумя производными, в которой противоречия не возникают. Использование связей с производными соответствует схеме "смешивания токов" для электромагнитного нарушения $SU(3)$ – симметрии и дает разумную оценку параметра $\pi^0-\eta$ перехода:

$$g_{\pi\eta}=\frac{1}{\sqrt{3}}m_\pi^2\,(m_{\pi^+}^{-2}-m_{\pi^0}^{-2})+\frac{1}{\sqrt{3}}\,m_K^2\,(m_{K^0}^{-2}-m_{K^+}^{-2})\simeq -0{,}05\quad,$$

где $g_{\pi\eta}$ – коэффициент при члене $\sim\partial_\mu\pi^0\partial_\mu\eta$ в $\Delta\mathfrak{L}_{em}$.

Глава 4 посвящена проблеме распада $\eta\to 3\pi$ /4-7/. В нашей предыдущей работе /8/ было показано, что в рамках $SU(2)\times SU(2)$ – симметрии учет в амплитуде $\eta\to 3\pi$ – графика, включающего $\pi\eta$ –рассеяние с производными, дает возможность получить удовлетворительное описание как распределения на диаграмме Далица, так и парциальной ширины этого распада. Однако в $SU(3)\times SU(3)$ подобный анализ встречается с существенными трудностями, которые связаны с тем, что в точной $SU(3)\times SU(3)$ –

симметрии взаимодействие $\pi\eta_8\pi\eta_8$ запрещено, а при учете смешивания η_8 с девятым псевдоскалярным мезоном возникают строгие ограничения на параметры $\pi\eta$ - рассеяния. Возможно, что объяснение этих противоречий связано с необходимостью учета смешивания η - мезона одновременно с $X^0(960)$- и $E(1420)$ - мезонами. Мы отмечаем также, что другой возможный выход заключается во введении нарушения с производными в лагранжиан сильных взаимодействий.

В главе 5 рассматриваются радиационные распады π^0 - и η -мезонов. Показано, что требование $[U(2)\times U(2)]_N$- инвариантности этих процессов не приводит к противоречию с экспериментом, если последовательно учесть смешивание η_8 с девятым псевдоскалярным мезоном.

В приложении описан простой метод построения линейно преобразующихся величин с заданными трансформационными свойствами в нелинейных реализациях группы $SU(3)\times SU(3)$.

2. Трансформационные свойства эффективных электромагнитных лагранжианов в киральной $SU(3)\times SU(3)$-симметрии

При анализе свойств электромагнитного взаимодействия в динамической $SU(3)\times SU(3)$ - симметрии мы будем использовать методы общей теории нелинейных реализаций /9,10/.

Алгебра группы $SU(3)\times SU(3)$ содержит 16 генераторов: F_i и F_{5_i} $(i=1,...,8)$. Обозначим генераторы подгруппы $\mathcal{H}$, на которой происходит линеаризация групповых преобразований, через V_a, а остальные генераторы - через A_ℓ. Нелинейное преобразование группы $SU(3)\times SU(3)$ для голдстоуновских полей ξ_ℓ определяется следующим образом /9/:

$$g\, exp(i\xi A) = exp[i\xi'(\xi,g)A]\, exp[iU(\xi,g)V], \tag{2.1}$$

где $\xi A \equiv \sum_{\ell} \xi_{\ell} A_{\ell}$, $UV \equiv \sum_{a} U_a V_a$, g – произвольный элемент группы. При этом любое другое поле Ψ преобразуется по закону [9]

$$\Psi' = \exp[iU_a(\xi, g)\bar{V}_a]\Psi , \tag{2.2}$$

где $\bar{V}_a$ – матрица линейного представления подгруппы $\mathfrak{H}$ для поля Ψ .

Инварианты нелинейных реализаций $SU(3) \times SU(3)$ строятся из ковариантных производных голдстоуновских полей [9,10] x/ :

$$D_{\mu} \xi_{\ell} = -i\, Sp[A_{\ell} \exp(-i\xi A)\partial_{\mu} \exp(i\xi A)], \tag{2.3}$$

а также из полей Ψ и их ковариантных производных [9,10]

$$D_{\mu}\Psi = \{\partial_{\mu} + \bar{V}_a Sp[V_a \exp(-i\xi A)\partial_{\mu} \exp(i\xi A)]\}\Psi. \tag{2.4}$$

Предполагается, что эффективный лагранжиан сильных взаимодействий:

$$\mathfrak{L}_{st} = \mathfrak{L}_{inv}(D\xi, \Psi, D\Psi) + \mathfrak{L}_{s.b.}(\xi, \Psi) \tag{2.5}$$

состоит из $SU(3) \times SU(3)$ – инвариантной части $\mathfrak{L}_{inv}$ и нарушающего симметрию члена $\mathfrak{L}_{s.b.}$. В схеме Гелл-Манна, Оакса и Реннера [11] нарушение принадлежит представлению $(3,\bar{3}) \oplus (\bar{3},3)$ группы $SU(3)\times SU(3)$.

Минимальное электромагнитное взаимодействие адронов определяется по лагранжиану $\mathfrak{L}_{st}$ с помощью стандартной замены:

$$\partial_{\mu}\begin{pmatrix} \xi A \\ \Psi \end{pmatrix} \to \partial_{\mu}\begin{pmatrix} \xi A \\ \Psi \end{pmatrix} + i e \mathfrak{A}_{\mu}\begin{pmatrix} [Q, \xi A] \\ \bar{Q}\Psi \end{pmatrix} . \tag{2.6}$$

где $\mathfrak{A}_{\mu}(x)$ – электромагнитное поле, а Q и $\bar{Q}$ – операторы заряда для полей ξ и Ψ . По определению, оператор заряда коммутирует со всеми нейтральными генераторами $SU(3) \times SU(3)$.

---

x/ Генераторы $SU(3)\times SU(3)$ выбраны ортонормированными:

$$Sp(A_{\ell} A_k) = \delta_{\ell k} , \quad Sp(V_a V_{\beta}) = \delta_{a\beta} , \quad Sp(A_{\ell} V_a) = 0.$$

Следует обратить внимание на то, что нейтральные генераторы

$$U_1 = F_6 \qquad U_1^5 = F_{5_6}$$

$$U_2 = F_7 \qquad U_2^5 = F_{5_7}$$

$$U_3 = \frac{1}{2}(\sqrt{3}\,F_8 - F_3) \qquad U_3^5 = \frac{1}{2}(\sqrt{3}\,F_{5_8} - F_{5_3}) \tag{2.7}$$

$$Q = F_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} F_8 \qquad Q^5 = F_{5_3} + \frac{1}{\sqrt{3}} F_{5_8}$$

образуют алгебру подгруппы $U(2)\times U(2)$ группы $SU(3)\times SU(3)$. Мы обозначим эту подгруппу символом $[U(2)\times U(2)]_N$. Генераторы U_1, U_2, U_3 определяют алгебру подгруппы U – спина, а U_1^5, U_2^5, U_3^5 расширяют эту алгебру до $SU(2)\times SU(2)$. Операторы Q и Q^5 коммутируют со всеми остальными генераторами $[U(2)\times U(2)]_N$.

Нас интересуют трансформационные свойства минимального электромагнитного взаимодействия в группе $SU(3)\times SU(3)$. При замене (2.6) в выражениях для ковариантных производных (2.3) и (2.4) появляются добавочные члены

$$D_\mu \xi_\ell \to D_\mu \xi_\ell + e\,\mathfrak{A}_\mu(x)\,Sp[A_\ell \exp(-i\xi A)\,Q\exp(i\xi A)], \tag{2.8}$$

$$D_\mu \Psi \to D_\mu \Psi + ie\,\mathfrak{A}_\mu(x)\,Sp[V_a \exp(-i\xi A)\,Q\exp(i\xi A)]\,\bar{V}_a \Psi. \tag{2.9}$$

Используя формулу (2.1), нетрудно проверить, что при действии элемента подгруппы $[U(2)\times U(2)]_N$ эти добавочные члены преобразуются подобно $D_\mu \xi_\ell$ и $D_\mu \Psi$. Следовательно, выражения (2.8) и (2.9) определяют "ковариантные производные" относительно нелинейных преобразований подгруппы $[U(2)\times U(2)]_N$. Таким образом, если в $SU(3)\times SU(3)$ – инвариантном лагранжиане $\mathfrak{L}_{inv}(D\xi, D\Psi, \Psi)$ сделать замену (2.6), то полученное выражение $\mathfrak{L}_{inv} + \mathfrak{L}_{em}^{min}$ с необходимостью будет $[U(2)\times U(2)]_N$ – инвариантом.

Минимальный электромагнитный лагранжиан $\mathfrak{L}_{em}^{min}$ может быть представлен в следующем виде:

$$\mathfrak{L}_{em}^{min} = i\, e\, \mathfrak{A}_\mu(x)(J^3_\mu + \frac{1}{\sqrt{3}} J^8_\mu) - e^2\, \mathfrak{A}_\mu(x)\, \mathfrak{A}_\mu(x) S(\xi, \Psi), \tag{2.10}$$

где J^3_μ и J^8_μ – компоненты октета векторных токов, а функция $S(\xi,\Psi)$ появляется из билинейных по ∂_μ членов в $\mathfrak{L}_{st}$ и обладает трансформационными свойствами прямого произведения $Q \otimes Q$.

Хотя лагранжиан $\mathfrak{L}_{em}^{min}$ является $[U(2)\times U(2)]_N$– инвариантом, $[U(2)\times U(2)]_N$ – симметрия может нарушаться в электромагнитных процессах из-за того, что нарушающий $SU(3)\times SU(3)$ – симметрию член $\mathfrak{L}_{s.b.}(\xi,\Psi)$ лагранжиана сильных взаимодействий (2.5) в общем случае коммутирует только с операторами изоспина $\vec{T}$ и гиперзаряда Y . Последовательно учесть нарушение $[U(2) \times U(2)]_N$–симметрии невозможно без знания динамики сильных взаимодействий. В рамках феноменологического подхода приходится выдвигать дополнительные предположения о свойствах симметрии и способах ее нарушения. Сформулируем основные предположения, которые в различной форме часто используются при анализе электромагнитных взаимодействий в динамической киральной симметрии.

А. Рассматривается феноменологическое представление амплитуд электромагнитных процессов любого порядка по e в виде совокупности древесных графиков. Электромагнитные вершины в этих графиках описываются эффективными лагранжианами $\mathfrak{L}_{em}$. Вершины сильного взаимодействия в амплитудах электромагнитных процессов определяются из эффективного лагранжиана $\mathfrak{L}_{st}$ (2.5).

В. Предполагается, что эффективные электромагнитные лагранжианы $\mathfrak{L}_{em}$ для любых процессов инвариантны относительно подгруппы $[U(2)\times U(2)]_N$ группы $SU(3)\times SU(3)$. Кроме того, лагранжиан $\mathfrak{L}_{em}^{(n)}$ порядка e^n обладает трансформационными свойствами n–кратного произведения

$$\mathfrak{L}^{(n)}_{em} \subset \underbrace{Q \otimes Q \otimes \ldots \otimes Q}_{n \text{ раз}} , \tag{2.11}$$

где Q – оператор заряда, принадлежащий представлению $(1,8) \oplus (8,1)$ группы $SU(3) \times SU(3)$.

Согласно этим предположениям, $[U(2) \times U(2)]_N$ – симметрия электромагнитных процессов может нарушаться только в сильных вершинах, которые определяются взаимодействием $\mathfrak{L}_{s.b.}$ (2.5). Предположение В представляет собой весьма ограничительное требование, позволяющее устанавливать связи между различными процессами. Нас оно привлекает своей простотой и определенностью.

Следует подчеркнуть, что содержание требования $[U(2) \times U(2)]_N$ – инвариантности и его следствия зависят от выбора типа нелинейной реализации $SU(3) \times SU(3)$ симметрии. Если алгебраической подгруппой $\mathcal{H}$ группы $SU(3) \times SU(3)$ считать $SU(3)$ (голдстоуновскими мезонами являются π , K , η) /12/, то $[U(2) \times U(2)]_N$ – симметрия включает в себя обычную классификацию электромагнитных взаимодействий по U – спину /13/, а также инвариантность $\mathfrak{L}_{em}$ относительно нелинейных преобразований с генераторами U^5_1 , U^5_2 , U^5_3 , Q^5 (2.7), которая имеет чисто динамический смысл. При нелинейной реализации с $\mathcal{H} = SU(2) \times Y$ (голдстоуновские мезоны – π , K , η и гипотетические κ – мезоны) /12, 14/ в подгруппе $[U(2) \times U(2)]_N$ линейным преобразованиям соответствуют генераторы Q и U_3 (2.7). Поэтому в этом случае требование $[U(2) \times U(2)]_N$– инвариантности дает только динамические соотношения между электромагнитными процессами с разным числом частиц, например, между $\pi^0 - \eta$ и $\eta \to 3\pi$ переходами.

Обсудим более подробно свойства эффективных электромагнитных лагранжианов второго порядка по e $\mathfrak{L}^{(2)}_{em}$. Согласно предположению В, лагранжиан $\mathfrak{L}_{em}^{(2)}$ может быть представлен в виде суммы $[U(2)\times U(2)]_N$-инвариантных компонент представлений группы $SU(3)\times SU(3)$, которые содержатся в разложении прямого произведения $[(1,8)+(8,1)]\otimes[(1,8)+(8,1)]$. Производя редукцию, получаем:

$$\mathfrak{L}_{em}^{(2)} \subset Q \otimes Q \subset (1,1)\oplus(1,8)\oplus(8,1)\oplus(8,8)\oplus(1,27)\oplus(27,1). \qquad (2.12)$$

Метод построения эффективных лагранжианов с заданными трансформационными свойствами в группе $SU(3)\times SU(3)$ рассмотрен в Приложении.

3. Электромагнитный сдвиг масс псевдоскалярных мезонов

Метод эффективных лагранжианов позволяет понять причину возникновения противоречий при описании электромагнитных сдвигов масс псевдоскалярных мезонов в $SU(3)\times SU(3)$ - алгебре токов /2/ и найти приемлемую модель, в которой таких противоречий не возникает.

Электромагнитный лагранжиан $\Delta\mathfrak{L}_{em}(\xi)$, описывающий сдвиг масс голдстоуновских мезонов ξ во втором порядке по e, должен обладать трансформационными свойствами прямого произведения $Q\otimes Q$ (2.12). Естественно вначале исследовать взаимодействие $\Delta\mathfrak{L}^{0}_{em}(\xi)$ без производных полей. Как известно, инвариант группы $SU(3)\times SU(3)$ из одних полей ξ построить невозможно. Для построения взаимодействия $\Delta\mathfrak{L}^{0}_{em}(\xi)_D$ со свойствами представления D, одного из других представлений (2.12), необходимо выделить из $[U(2)\times U(2)]_N$- инвариантной величины типа (П.8) (см. приложение) билинейную по полям ξ часть:

$$\Delta\mathfrak{L}^{0}_{em}(\xi)_D \sim Sp([h_N^D, \xi A][h_s^D, \xi A]), \qquad (3.1)$$

где матрица h_s^D - синглет по алгебраической подгруппе $\mathcal{H}$ в представлении D, h_N^D - синглет по подгруппе $[U(2)\times U(2)]_N$. Матрица h_N^D коммутирует со всеми нейтральными генераторами $SU(3)\times SU(3)$.

Поэтому в лагранжиан без производных $\Delta\mathfrak{L}^0_{em}(\xi)$ дают вклад только заряженные мезоны.

Рассмотрим случай нелинейной реализации с $\mathcal{H} = SU(3)$. При помощи октета псевдоскалярных мезонов можно построить лишь взаимодействие $\Delta\mathfrak{L}^0_{em}(\xi)_{(8.8)}$ со свойствами представления (8,8) (представления (1,8)$\oplus$ (8,1) и (1,27) $\oplus$(27,1) не содержат $SU(3)$ - инвариантов). Используя соотношения (П.6) (П.9) для матриц этого представления $H^{(8,8)}_{ik}$, из формулы (3.1) можно получить[x/]

$$\Delta\mathfrak{L}^0_{em}(\xi)_{(8,8)} \sim \pi_1^2 + \pi_2^2 + K_4^2 + K_5^2 , \qquad (3.2)$$

что приводит к противоречащему эксперименту соотношению между электромагнитными разностями масс π - и K - мезонов:

$$m^2_{\pi^+} - m^2_{\pi^0} = m^2_{K^+} - m^2_{K^0} . \qquad (3.3)$$

Правило сумм (3.3) было получено Дашеном[/2/] в алгебре токов. Наш вывод показывает, что результат Дашена связан с требованием отсутствия производных в $\Delta\mathfrak{L}^0_{em}$.

В случае линеаризации групповых преобразований на подгруппе изоспина и гиперзаряда $SU(2)\times Y$ унитарная симметрия имеет динамический смысл, поэтому классификация по U- спину исчезает, и связи между электромагнитными разностями масс π- , K- , κ - мезонов не возникают.

Принципиальным недостатком эффективного лагранжиана без производных $\Delta\mathfrak{L}^0_{em}(\xi)$ является отсутствие электромагнитного $\pi^0-\eta$ - смешивания.

[x/] Поля физических частиц π , K , η связаны с безразмерными величинами ξ_i соотношениями типа $\vec{\pi} = f_\pi \vec{\xi}$ ($f_\pi \approx 95$ Мэв - пионная распадная константа).

Мы предлагаем принять для описания электромагнитного сдвига масс голдстоуновских мезонов модель лагранжиана $\Delta\mathfrak{L}^{1}_{em}(\xi)$ с двумя производными полей. Обсуждаемые выше трудности в такой модели отсутствуют.

Ограничимся наиболее интересным случаем нелинейной реализации с $\mathcal{H} = SU(3)$. Из ковариантных производных $D_\mu \xi_i D_\mu \xi_k$ можно построить все представления группы $SU(3)\times SU(3)$, которые содержатся в произведении $Q \otimes Q$ (2.12). Поэтому динамическая $[U(2)\times U(2)]_N$ -симметрия не дает в модели с $\Delta\mathfrak{L}^{1}_{em}(\xi)$ никаких дополнительных ограничений кроме тех, которые следуют из обычной U- спиновой симметрии. Подчеркнем, что лагражиан $\Delta\mathfrak{L}^{1}_{em}(\xi)$ соответствует модели "смешивания токов" для электромагнитного нарушения $SU(3)$. U - спиновая симметрия приводит в модели "смешивания токов" к следующей оценке для параметра $\pi^0-\eta$ перехода:

$$g_{\pi\eta} = \frac{1}{\sqrt{3}} m^2_\pi (m^{-2}_{\pi^+} - m^{-2}_{\pi^0}) + \frac{1}{\sqrt{3}} m^2_K (m^{-2}_{K^0} - m^{-2}_{K^+}) \simeq -0{,}05 \quad , \qquad (3.4)$$

где $g_{\pi\eta}$ - коэффициент при члене $\sim \partial_\mu \pi^0 \partial_\mu \eta$ в лагранжиане $\Delta\mathfrak{L}^{1}_{em}(\xi)$. Таким образом, модель "смешивания токов" является разумной схемой, позволяющей описывать электромагнитный сдвиг масс псевдоскалярных мезонов в рамках $[U(2)\times U(2)]_N$ - симметрии.

4. Проблема распада $\eta \to 3\pi$ в $SU(3)\times SU(3)$- симметрии

В этой главе мы обсудим, к каким следствиям приводит требование $[U(2)\times U(2)]_N$ - инвариантности в применении к распаду $\eta \to 3\pi$.

В лагражиане $\mathfrak{L}^{0}_{em}(\xi)$ без производных полей взаимодействие $\eta 3\pi$ отсутствует. Подобная трудность не возникает при использовании лагранжиана $\mathfrak{L}^{1}_{em}(\xi, \partial\xi)$ с двумя производными. Структура взаимодействия, ответственного за контактный $\eta \to 3\pi$ – и $\pi^0 - \eta$ – переходы, в $SU(3)\times SU(3)$ такая же, как и в $SU(2)\times SU(2)$ [4-7].

Наряду с вкладом контактного графика амплитуда $\eta \to 3\pi$ в полюсном приближении содержит вклады графиков с π^0 – и η – мезонными полюсами, включающих сильные вершины $\pi\pi\pi\pi$ – и $\pi\eta\pi\eta$ – взаимодействий. Как было показано нами в работе [8], учет графика с η –полюсом дает возможность удовлетворительно описать распад $\eta \to 3\pi$ в киральной $SU(2)\times SU(2)$ – симметрии при условии, что существует заметное $SU(2)\times SU(2)$ –инвариантное взаимодействие с производными:

$$q_\eta f_\pi^{-2} \eta^2 (\partial_\mu \vec{\pi})^2, \tag{4.1}$$

где q_η – константа связи. При значении $|q_\eta| \sim 4\div5$ достигается согласие с экспериментальными данными по распаду $\eta \to 3\pi$.

Динамическая $SU(3)\times SU(3)$ – симметрия не накладывает дополнительных ограничений на форму $\pi\pi$ – взаимодействия по сравнению с $SU(2)\times SU(2)$, однако структура $\pi\eta$ – взаимодействия в $SU(3)\times SU(3)$ существенно меняется. Это связано с тем, что в основных нелинейных реализациях $SU(3)\times SU(3)$ η – мезон описывается голдстоуновским полем η_8. Необходимое для удовлетворительного описания распада $\eta \to 3\pi$ взаимодействие $\pi\eta_8\pi\eta_8$ с двумя производными оказывается запрещенным в пределе точной $SU(3)\times SU(3)$ симметрии[x]. Действительно, легко показать, что вследствие коммутативности операторов $\vec{\pi}\vec{F}_5$ и $\eta_8 F_{5_8}$, входящих в выражение для ковариантных производных $D_\mu \xi_\ell$ (2.3), билинейный по $D_\mu \xi_\ell$ инвариантный лагранжиан $\mathfrak{L}_{st}$ вообще не содержит членов, описывающих взаимодействие $\vec{\pi}$ – и η_8 – полей.

---

[x] Использование взаимодействия с четырьмя производными ~ $(D_\mu \vec{\pi})^2 (D_\mu \eta_8)^2$ приводит к нелинейной энергетической зависимости в амплитуде $\eta \to 3\pi$.

Таким образом, на уровне $SU(3)\times SU(3)$ – симметрии возникают дополнительные трудности при описании распада $\eta\to 3\pi$. Если мы не хотим отказаться от $[U(2)\times U(2)]_N$ – инвариантности контактных $\eta\to 3\pi$ и $\pi^0-\eta$ – взаимодействий, то для решения этих трудностей следует искать различные механизмы нарушения $SU(3)\times SU(3)$ в сильных взаимодействиях, приводящие к появлению $\pi\eta$ – связи типа (4.1).

Простейшая возможность такого рода связана с введением $SU(3)\times SU(3)$ – скалярного поля η_1. Поля физических η– и η'– мезонов определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \eta &= \eta_8 \cos\theta + \eta_1 \sin\theta \\ \eta' &= -\eta_8 \sin\theta + \eta_1 \cos\theta \,, \end{aligned} \tag{4.2}$$

где θ – угол смешивания.

Устранение $\eta_8-\eta_1$ смешивания позволяет получить связь типа (4.1) из $SU(3)\times SU(3)$ инвариантного $\pi\eta_1$ – взаимодействия:[15]

$$q\eta_1^2 D_\mu \xi_i D_\mu \xi_i = q f_\pi^{-2} \eta_1^2 \, (\partial_\mu \vec{\pi})^2 + \ldots =$$

$$= q\sin^2\theta f_\pi^{-2} \eta^2 \, (\partial_\mu \vec{\pi})^2 + q \sin 2\theta f_\pi^{-2} \eta' \eta (\partial_\mu \vec{\pi})^2 + \ldots \tag{4.3}$$

В данной модели $\pi\eta\pi\eta'$ – взаимодействие связано с распадом $\eta'\to\eta 2\pi$. Если девятым псевдоскалярным мезоном считать $X^0(958)$, то использование экспериментальной информации о распаде $X^0\to\eta 2\pi$[16,17] дает возможность получить оценку на параметр $\pi\eta$ – рассеяния $q_\eta = q\sin^2\theta$. При линеаризации на $SU(3)$ и октетном нарушении ($\theta \approx 10{,}4^o$[16]) имеем $|q_\eta| < 0{,}2$. Таким образом, верхняя граница для q_η оказывается на порядок меньше той величины, которая требуется для удовлетворительного описания распада $\eta\to 3\pi$ в полюсной модели[8]. Использование в качестве девятого псевдоскалярного мезона E (1420) не спасает положения.

В настоящее время вопрос о девятом псевдоскалярном мезоне еще не решен /16/. Не исключена возможность того, что оба кандидата $X^0(958)$ и $E(1420)$ обладают спин-четностью 0^-, тогда следует ввести тройное смешивание между η, X^0 и E. В этом случае появляются три угла смешивания и три независимых взаимодействия типа (4.3), что в принципе приводит к ослаблению ограничений на величину параметра q_η.

Еще одна возможность включения $\pi\eta$ - связи типа (4.1) связана с рассмотрением нарушающего $SU(3)\times SU(3)$ - симметрию взаимодействия с производными в эффективном лагражиане $\mathcal{L}_{st}$ /18/. При некоторых разумных предположениях вклад этого нарушения в $\pi\eta$ - взаимодействие с производными можно сделать достаточно большим, чтобы получить необходимое значение параметра q_η. Следует отметить, что при введении нарушения $SU(3)\times SU(3)$ с производными возникает ряд других разумных следствий /18/, например, соотношение $f_K / f_\pi \neq 1$ и т.д.

Все эти возможности требуют дальнейшего детального изучения. Мы считаем, что в настоящее время нет достаточных оснований для отказа от требования $[U(2)\times U(2)]_N$ инвариантности в электромагнитных $\pi^0-\eta$ и $\eta\to 3\pi$ переходах.

5. Радиационные распады псевдоскалярных мезонов

Теперь обратимся к анализу радиационных распадов π^0- и η- мезонов в киральной $SU(3)\times SU(3)$-симметрии.

Матричный элемент перехода псевдоскалярного мезона $\mathcal{P}$ в два фотона имеет следующую структуру:

$$<\gamma_1\gamma_2|\mathfrak{M}|\mathcal{P}> = g_{\mathcal{P}}\,\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\, p_1^\mu \in_1^\nu p_2^\rho \in_2^\sigma, \qquad (5.1)$$

где p_1, p_2 - импульсы, а $\in_1$, $\in_2$ -векторы поляризации фотонов.

Используя экспериментальные данные [16]

$$\Gamma(\pi^0 \to \gamma\gamma) = (7{,}2 \pm 1{,}2\ )\ \text{эв}$$
$$\Gamma(\eta \to \gamma\gamma) = (1{,}02 \pm 0{,}23)\ \text{кэв}, \qquad (5.2)$$

можно получить:

$$g_{\pi^0} = (0{,}265 \pm 0{,}022)\ \text{Гэв}^{-1}$$
$$g_\eta = (0{,}382 \pm 0{,}044)\ \text{Гэв}^{-1}. \qquad (5.3)$$

Для построения эффективного лагранжиана радиационных распадов мезонов 0^- необходимо иметь линейную по голдстоуновским полям величину с трансформационными свойствами $Q \otimes Q$ (2.12). Нетрудно проверить что без помощи производных полей такую величину построить невозможно. Это утверждение эквивалентно полученной в работе [1] теореме, согласно которой

$$g_{\mathcal{P}}(k^2) \underset{k^2 \to 0}{\to} 0, \qquad (5.4)$$

где $g_{\mathcal{P}}(k^2)$ – формфактор вершины $\mathcal{P}\gamma\gamma$ вне массовой поверхности для голдстоуновского мезона $\mathcal{P}$ $(g_{\mathcal{P}} \equiv g_{\mathcal{P}}(m^2_{\mathcal{P}}))$. Для нелинейной реализации с $\mathcal{H} = SU(3)$ простейший эффективный лагранжиан радиационных распадов голдстоуновских мезонов имеет следующий вид:

$$\mathcal{L}_{\xi\gamma\gamma} = \frac{1}{8} a_8 \left(\partial_\mu \pi^0 + \frac{1}{\sqrt{3}} \partial_\mu \eta_8\right) \partial_\mu (F_{\nu\lambda} F_{\rho\sigma}) \epsilon_{\nu\lambda\rho\sigma}, \qquad (5.5)$$

где a_8 – константа связи, а $F_{\nu\lambda}$ – тензор электромагнитного поля. Отсюда получается соотношение [1]:

$$\frac{g_8}{g_{\pi^0}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{m_8^2}{m_\pi^2} \approx 9{,}9, \qquad (5.6)$$

где $m_8^2 = \frac{4}{3} m_K^2 - \frac{1}{3} m_\pi^2$ по формуле Гелл-Манна-Окубо. Следовательно, предположение о том, что η – мезон описывается полем η_8, вместе с требованием $[U(2)\times U(2)]_N$ - инвариантности $\mathfrak{L}_{\xi\gamma\gamma}$ резко противоречит экспериментальным данным (5.3).

Решение этого противоречия заключается во введении взаимодействия с девятым псевдоскалярным мезоном η_1 :

$$\mathfrak{L}_{\eta_1\gamma\gamma} = \frac{1}{8}(a_1\partial^2_\mu + b_1)\,\eta_1 F_{\nu\lambda} F_{\rho\sigma}\,\epsilon_{\nu\lambda\rho\sigma}\,, \qquad (5.7)$$

где a_1 и b_1 -константы связи. После перехода к физическим полям η и η' (4.2) из лагранжиана радиационных распадов $\mathfrak{L}_{\mathcal{P}\gamma\gamma} = \mathfrak{L}_{\xi\gamma\gamma} + \mathfrak{L}_{\eta_1\gamma\gamma}$ нетрудно получить следующие соотношения:

$$\begin{aligned} g_{\pi^0} &= a_8 m^2_\pi\,, \\ g_\eta &= \frac{1}{\sqrt{3}} a_8 m^2_\eta \cos\theta - a_1 m^2_{\eta'} \sin\theta - b_1 \sin\theta\,, \qquad (5.8) \\ g_{\eta'} &= -\frac{1}{\sqrt{3}} a_8 m^2_\eta \sin\theta - a_1 m^2_{\eta'} \cos\theta - b_1 \cos\theta. \end{aligned}$$

Очевидно, что три параметра a_8 , a_1 и b_1 всегда можно выбрать таким образом, чтобы удовлетворить экспериментальным данным по радиационным распадам псевдоскалярных мезонов.

В нелинейной реализации с $\mathcal{H} = SU(2)\times Y$ требование $[U(2)\times U(2)]_N$ - инвариантности $\mathfrak{L}_{\mathcal{P}\gamma\gamma}$ не дает никаких соотношений между амплитудами распадов $\pi^0\to\gamma\gamma$ и $\eta\to\gamma\gamma$; и трудности, подобные рассмотренным выше, не возникают.

6. Заключение

В результате проведенного анализа мы приходим к выводу, что в киральной $SU(3)\times SU(3)$ - симметрии в принципе возможно непротиворечивое описание процессов второго порядка по e на основе обычного электромагнитного взаимодействия. Поэтому, на наш взгляд, в настоящее время нет оснований для отказа от предположения об $[U(2)\times U(2)]_N$– инвариантности электромагнитных взаимодействий адронов.

Авторы выражают признательность С.Б. Герасимову, А.Н. Заславскому, А.Т.Филиппову и, особенно, В.И.Огиевицкому за плодотворные обсуждения.

Приложение

Построение линейно преобразующихся величин в нелинейных реализациях группы $SU(3)\times SU(3)$

Общий метод построения из голдстоуновских и прочих полей линейно преобразующихся величин с заданными трансформационными свойствами, применимый для случая произвольной компактной полупростой группы, был рассмотрен в работе Коулмена и др. /9/. Однако на практике более удобен метод, использованный Хонеркампом /14/ при анализе нарушения $SU(3)\times SU(3)$ – симметрии, обладающего свойствами представлений $(3,\bar{3})\oplus(\bar{3},3)$ и $(1,8)\oplus(8,1)$. Покажем, что метод Хонеркампа является достаточно конструктивным при работе с широким классом линейных представлений группы $SU(3)\times SU(3)$.

Рассмотрим совокупность квадратных матриц h^D, образующих базис неприводимого представления D группы $SU(3)\times SU(3)$. Генераторы группы V_a, A_ℓ можно представить в виде матриц той же размерности, так что $[V_a, h^D]\subset h^D$, $[A_\ell, h^D]\subset h^D$. Предположим, что во множестве h^D есть матрица h_s^D, коммутирующая со всеми генераторами подгруппы $\mathcal{H}$: $[V_a, h_s^D]=0$. Тогда с помощью голдстоуновских полей ξ_ℓ можно построить матрицу

$$\exp(i\xi A)\, h_s^D \exp(-i\xi A), \tag{П.1}$$

которая преобразуется линейно по представлению D:

$$\exp(i\xi' A)h_s^D \exp(-i\xi' A) = g\exp(i\xi A)h_s^D \exp(-i\xi A)g^{-1} . \qquad (П.2)$$

При доказательстве используется формула (2.1), а также свойства h_s^D : $\exp(-iUV)h_s^D \exp(iUV) = h_s^D$.

Представления $(3,\bar{3}) \oplus (\bar{3},3)$ и $(1,8) \oplus (8,1)$ можно построить с помощью матриц 6 х 6 [14]. Для построения представлений (8,8), $(1,10) \oplus (10,1)$ $(27,1) \oplus (1,27)$, а также $(8,1) \oplus (1,8)$ удобно применить матрицы 16 х 16. Генераторы группы $SU(3) \times SU(3)$ (представление $(1,8) \oplus (8,1)$) в пространстве матриц 16 х 16 имеют следующий вид:

$$F_k = iI \otimes f_k , \qquad F_{5_k} = i\sigma_3 \otimes f_k , \qquad (П.3)$$

где I и σ_3 – матрицы 2 х 2 , а f_k имеют размерность 8 х 8 [18]:

$$(f_k)_{ab} \equiv f_{akb} \; ; \quad [f_i , f_k] = f_{ik\ell} f_\ell . \qquad ((П.4)$$

Построим теперь для примера базис представления (8,8)

$$H_{ik}^{(8,8)} = \begin{pmatrix} 0 & h_{ik} \\ h_{ik}^T & 0 \end{pmatrix} , \qquad (П.5)$$

где $(h_{ik})_{ab} = (h_{ik}^T)_{ba} = \delta_{ia} \delta_{kb}$ – элементы матрицы 8 х 8. Величины (П.5) удовлетворяют следующим соотношениям

$$[F_j^+ , H_{k\ell}^{(8,8)}] = if_{jkr} H_{r\ell}^{(8,8)} ; \quad [F_j^- , H_{k\ell}^{(8,8)}] = if_{j\ell r} H_{kr}^{(8,8)} \qquad (П.6)$$

$$Sp(H_{ij}^{(8,8)} H_{k\ell}^{(8,8)}) = 2\delta_{ik} \delta_{j\ell} . \qquad (П.7)$$

Здесь $F_j^{\pm} = \frac{1}{2}(F_j \pm F_{5_j})$.

Чтобы выделить $[U(2)\times U(2)]_N$ - инвариантные компоненты в матрицах, построенных по рецепту (П.1), нужно выбрать в представлении D матрицу h_N^D -синглет по подгруппе $[U(2)\times U(2)]_N$. Необходимая величина с трансформационными свойствами представления D имеет следующий вид:

$$Sp\,\{h_N^D \exp(i\xi A) h_s^D \exp(-i\xi A)\}. \tag{П.8}$$

Приведем выражение для $[U(2)\times U(2)]_N$ - инвариантной компоненты базиса (П.5) представления (8,8):

$$h_N^{(8,8)} = H_{33}^{(8,8)} + \frac{1}{\sqrt{3}} H_{38}^{(8,8)} + \frac{1}{\sqrt{3}} H_{83}^{(8,8)} + \frac{1}{3} H_{88}^{(8,8)}. \tag{П.9}$$

Аналогичные методы удобно применять также при работе с полями Ψ и ковариантными производными $D_\mu \xi_\ell$.

Литература

1. D.G.Sutherland . Nucl. Phys. B2, 433 (1967).
2. R.Dashen. Phys Rev. 183, 1245 (1969).
3. M.Weinstein. Phys. Rev. D4, 2544 (1971).
4. A.D.Dolgov, A.Vainshtein, V.I.Zakharov. Phys. Lett. 24B, 425 (1967) .
5. W.A. Bardeen, L.S.Brown, B.W.Lee, H.T.Nieh. Phys.Rev. Lett.,18,1170(1967)
6. J.S.Bell, D.G.Sutherland. Nucl. Phys. B4, 315 (1968).
7. R.N.Mohapatra. Nuovo Cim. 2A, 707 (1971).
8. E.A.Ivanov, B.M.Zupnik. Preprint JINR E2-6472 Dubna (1972) .
9. S.Coleman, J.Wess and B.Zumino. Phys. Rev. 177, 2239 (1969), C.G.Callan,Jr.and S.Coleman, J.Wess and B.Zumino.Phys.Rev.177,2247(1969).

10. Д.В. Волков. Препринт ИТФ-69-75, Киев, (1969).

11. M.Gell-Mann, R.J.Oakes, B.Renner. Phys. Rev. 175, 2195 (1968).

12. W.A.Bardeen, B.W.Lee. Phys. Rev. 177, 2389 (1969).

13. N.Cabibbo, R.Gatto. Nuovo Cim. 21, 872 (1961).

14. K.Dietz, J.Honerkamp. Z. Phys. 222, 46 (1969). J.Honerkamp. Nuovo Cim. 66, 767 (1970).

15. H.Osborn, D.J.Wallace. Nucl. Phys. B20, 23 (1970).

16. Particle Data Group. Phys. Lett. 39B, 1 (1972).

17. J.P.Duffey et al. Phys. Lett. 29B, 605 (1969).

18. Y.M.P.Lam, Y.Y.Lee. Phys. Rev. D2, 2976 (1970).

19. В.И. Огиевецкий, И.В.Полубаринов. ЯФ 4, 853 (1966).

Рукопись поступила в издательский отдел
1 августа 1972 года.