ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2-6581

С.Р.Геворкян, О.А.Займидорога, А.В.Тарасов

КОГЕРЕНТНОЕ И НЕКОГЕРЕНТНОЕ РОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ НА ЯДРАХ В ТЕОРИИ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1972

P2-6581

С.Р.Геворкян*, О.А.Займидорога, А.В.Тарасов

КОГЕРЕНТНОЕ И НЕКОГЕРЕНТНОЕ РОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ НА ЯДРАХ В ТЕОРИИ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ

Направлено в ЯФ и ***Nuclear Physics***

* Ереванский физический институт

1. Успехи глауберовской теории многократного рассеяния (ТМР) /1/ в объяснении экспериментальных данных по упругому и квазиупругому рассеянию частиц высоких энергий ядрами позволяют надеяться, что и другие процессы взаимодействия быстрых частиц с ядрами могут быть также успешно описаны теорией многократного рассеяния после соответствующего ее обобщения. Однако такое обобщение является далеко не тривиальной задачей и поэтому лишь простейшие неупругие процессы типа $1+A \to 2+A$ рассматривались до сих пор в рамках ТМР /2,3/. Но даже при трактовке этих процессов возникает ряд трудностей технического характера, которые в работах /2,3/ не были полностью преодолены, ввиду чего результаты этих работ нельзя считать окончательными.

Так, например, авторы работ /2/, отчетливо сознавая важность учета зависимости амплитуд процессов $1+A \to 2+A$ от продольной передачи импульса $\Delta = \dfrac{m_2^2 - m_1^2}{2k}$, тем не менее не смогли учесть эту зависимость в рамках развиваемого ими формализма и по существу пользовались высокоэнергетическим приближением($\Delta = 0$) для амплитуд этих процессов. Отсюда, казалось бы, должно следовать, что все полученные ими результаты справедливы, по крайней мере, при очень высоких энергиях. На самом же деле это относится лишь к выражениям для амплитуд и сечений когерентных процессов, полученным в работах /2/. Результат для сечения некогерентного рождения частиц, полученный там же, как это ни странно, оказывается справедливым лишь в пределе низких энергий из-за того, что авторы опустили некоторые слагаемые в общем выражении для сечения, которые в теории, правильно учитывающей Δ -зависимость амплитуд, оказываются малыми лишь при низких энергиях (см. ниже п. 6). Кроме того, область применимости этого результата ограничена также достаточно малыми передачами импульса из-за недоучета в упомянутых работах эффектов многократных столкновений быстрых частиц с нуклонами ядра, сопровождающихся изменением направления движения частицы.

Что же касается работ Трефила и др. /3/, то их основной недостаток состоит в том, что полученные в них результаты справедливы лишь для реакций на ядрах, плотность распределения материи в которых с хорошей точностью может быть аппроксимирована гауссовой формой, что не выполняется для средних и тяжелых ядер, которые наиболее часто используются в качестве мишеней. Кроме того, рецепт учета Δ -зависимости амплитуд, предложенный в этих работах, не всегда правилен, что также сужает область применимости полученных в них результатов.

Цель настоящей работы - дать последовательное изложение теории когерентного и некогерентного рождения частиц в процессах $1+A\to 2+A$ при использовании по возможности минимального числа ограничений.

Нижеследующее рассмотрение базируется на результатах работы /4/, в которой получено выражение для амплитуды процессов такого рода, и следующих двух допущениях, практически всегда используемых при подобных рассмотрениях /1-4/:

А. Корреляции нуклонов в ядре несущественны в рассматриваемой задаче, так что плотность распределения нуклонов в ядре можно считать факторизующейся функцией

$$\rho(\vec r_1 \ldots \vec r_A) = |\phi_i(\vec r_1 \ldots \vec r_A)|^2 = \prod_{n=1}^{A} \frac{\rho(\vec r_n)}{A} \qquad (1)$$

$$\int \underbrace{\rho(\vec r_n)}_{A}\, d\vec r = A. \qquad (1a)$$

B. Условие полноты

$$\sum_f \phi_f \phi_f^* = 1$$

с хорошей точностью насыщается теми состояниями возбуждения ядра, которые "включаются" при обычном разрешении по энергии детектируемой быстрой частицы $\Delta E_2 \gtrsim 50 \div 100$ Мэв.

2. Пренебрегая возможными эффектами нестабильности рождающейся частицы, перепишем выражение (5) работы /4/ для амплитуды F_{if} процесса $1 + A \to 2 + A$ в следующем, более удобном для дальнейшего, виде:

$$F_{if}(\vec q, \Delta) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2 b \prod_{n=1}^{A} d\vec r_n\, \phi_f^*(\vec r_n)\, e^{i\vec q \vec b}\, \Gamma(\vec b, \vec r_n, \Delta)\, \phi_i(\vec r_n) \qquad (3)$$

$$\Gamma(\vec b, \vec r_n, \Delta) = \sum_{j=1}^{A} \Gamma_j(\vec b, \vec r_n, \Delta)$$

$$\Gamma_j(\vec b, \vec r_n, \Delta) = \sum_{m=0}^{A-1} \sum_{p} \Big\{ \prod_{k=0}^{A-m-1} \theta(z_k - z_j)[1 - \Gamma_{22}(\vec b - \vec s_k)] \Big\} \times \qquad (3a)$$

$$\times \Gamma_{12}(\vec b - \vec s_j)\, e^{i\Delta z_j} \Big\{ \prod_{\ell=0}^{m} \theta(z_j - z_\ell)[1 - \Gamma_{11}(\vec b - \vec s_\ell)] \Big\}, \qquad (3в)$$

где $\phi_{i(f)}$ –волновая функция начального (конечного) состояния ядра,

$$\Gamma_{xy}(\vec{b}) = \frac{1}{2\pi ik} \int f_{xy}(\vec{q}) e^{-i\vec{q}\vec{b}} d^2q \qquad x,y=1,2, \tag{4}$$

f_{xy} –амплитуда элементарного процесса $x+N \to y+N$; знак $\sum_p$ означает суммирование по $(A-1)!/m!(A-1-m)!$ разбиениям $(A-1)$ нуклонов на две группы, состоящие из m и $(A-m-1)$ нуклонов соответственно. Наличие θ –функций в выражении (3в) отражает хронологическую последовательность процессов рассеяния падающей частицы (1) нуклонами ядра, рождения ею частицы 2 на j –ом нуклоне и последующего перерассеяния рожденной частицы. Множитель $exp(i\Delta z_j)$ в этом выражении означает, что отдачу Δ испытывает нуклон, на котором происходит рождение частицы 2.

3. Рассмотрим сначала когерентное рождение ($f=i$) частиц на ядрах. При выполнении условия (1) из выражений (3, 3а, 3в) получаем

$$F_{ii}(\vec{q},\ \Delta) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b\ dz\ exp(i\vec{q}\vec{b}+i\Delta z) A[A^{-1}\int d^2s\ \Gamma_{12}(\vec{b}-\vec{s})\times$$

$$\times\rho(\vec{s},z)] \sum_{M=0}^{A-1} \frac{(A-1)!}{M!(A-M-1)!} \{A^{-1}\int d^2s[1-\Gamma_{22}(\vec{b}-\vec{s})]T(z,\infty)\}^{A-M-1} \times$$

$$\times \{ A^{-1} \int d^2 s [1 - \Gamma_{11} (\vec{b} - \vec{s})] T(-\infty, z, \vec{s}) \}^M \cong$$

$$\cong \frac{ik}{2\pi} \int d^2 b\, dz\, \exp(i \vec{q} \vec{b} + i \Delta z) [\int d^2 s \Gamma_{12} (\vec{b} - \vec{s}) \rho (\vec{s}, z) \times \qquad (5)$$

$$\times \exp_{A,1} \{ - \int d^2 s [\Gamma_{11} (\vec{b} - \vec{s}) T(-\infty, z, \vec{s}) + \Gamma_{22} (b - s) T(z, \infty, \vec{s})]\}],$$

где

$$T(z_1, z_2, \vec{s}) = \int_{z_1}^{z_2} dz' \rho (\vec{s}, z'), \qquad (5a)$$

а

$$\exp_{A,k}(x) \equiv (1 + \frac{x}{A})^{A-k} \qquad k = 0,1,2, \qquad (5в)$$

причем $\exp_{A,k}(x) \simeq \exp(x) \qquad A \gg 1 \qquad A \gg k.$ (5c)

Результат (5) по существу получен в пренебрежении спиновой зависимостью амплитуд f_{xy}. При учете же этой зависимости величины Γ_{xy} в выражении (5) следует рассматривать как усредненные по нуклонному спину.

В случае реакций на средних и тяжелых ядрах, размеры R которых существенно больше радиуса элементарного взаимодействия d, в выражении (5) можно произвести приближенное интегрирование:

$$\int \Gamma_{xy}(\vec{b}-\vec{s})\rho(\vec{s},z)\,d^2s \sim \rho(\vec{b},z)\int \Gamma_{xy}(\vec{b}-\vec{s})\,d^2s =$$

$$= \frac{2\pi}{ik} f_{xy}(0)\rho(\vec{b},z). \tag{6}$$

После этого оно переходит в известное выражение оптической модели для амплитуды когерентного рождения /5/. Заметим, что формулы оптической модели применимы лишь к описанию когерентного рождения частиц в дифракционных процессах, т.е. таких, в которых возможен P-обмен и для которых $\bar{f}_{12}(0) \neq 0$ (черта означает усреднение по спину нуклона). При рассмотрении же когерентного рождения в недифракционных процессах типа $\pi^-(k^-)+A \to \rho^-(\bar{k}^{-A})+A$ или $\gamma + A \to \pi^0(\eta^0)+A$, для которых $\bar{f}_{12}(0)=0$, следует пользоваться точным выражением для амплитуды когерентного рождения (5) или некоторой его модификацией, более аккуратной нежели та, что приводит к результатам оптической модели.

Наконец, рассмотрим амплитуду когерентного рождения частиц в дифракционных процессах на легких ядрах.

Полагая для этого случая в выражении (5)

$$\rho(\vec{r}) = A(\pi R^2)^{-3/2} \exp(-r^2/R^2) \tag{7}$$

и

$$f_{xy}(\vec{q}) = f_{xy}(0)\exp\left(-\frac{aq^2}{2}\right), \tag{8}$$

получим следующий результат

$$F_{ii}(\vec{q},\Delta) = f_{12}(0)\int d^2b\,dz\,\exp(i\vec{q}\vec{b} + i\Delta z)\rho_{eff}(\vec{b},z)\times$$
$$\times\exp_{A,1}\left[-\frac{2\pi f_{11}(0)}{ik}\int_{-\infty}^{z}\rho_{eff}(\vec{b},z')dz' - \frac{2\pi f_{22}(0)}{ik}\int_{z}^{\infty}\rho_{eff}(\vec{b},z')dz'\right], \tag{9}$$

где

$$\rho_{eff}(\vec{b},z) = A(\pi R^2)^{-1/2}[\pi(R^2+2a)]^{-1}\exp\left[-\frac{z^2}{R^2} - \frac{b^2}{R^2+2a}\right]. \tag{10}$$

Таким образом, формулы оптической модели после замен $\rho \to \rho_{eff}$ и $\exp(x) \to \exp_{A,1}(x)$ могут использоваться и для описания когерентного рождения частиц на легких ядрах. Смысл величины ρ_{eff} довольно прост: учет конечности радиуса элементарного взаимодействия $d = \sqrt{a}$ в рассматриваемой задаче эквивалентен увеличению поперечных размеров ядра.

Отметим, что при использовании функции плотности в виде (7) и при условии $\Gamma_{11} = \Gamma_{22}$ получается следующая простая зависимость амплитуды когерентного рождения от продольной передачи импульса

$$F_{ii}(\vec{q},\Delta) = \exp\left(-\frac{\Delta^2R^2}{4}\right)F_{ii}(\vec{q},0). \tag{11}$$

4. Обычно практически невозможно зарегистрировать процесс без возбуждения ядра-мишени и на опыте измеряется сечение исследуемого процесса, просуммированное по целому спектру состояний возбуждения ядра.

Для процессов рождения $1+A \to 2+A$ такое сечение имеет следующую структуру

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\pi}{k^2} \sum_f |F_{1f}|^2 = \frac{1}{4\pi} \int d^2b\, d^2b' \prod_{n=1}^{A} d^2 r_n |\phi_1(\vec{r}_n)|^2 \times$$

$$\times \sum_{j,j'} \Gamma_j(\vec{b}, \vec{r}_n, \Delta) \Gamma^*_{j'}(\vec{b}', \vec{r}_n, \Delta) e^{i\vec{q}(\vec{b} - \vec{b}')} . \tag{12}$$

При получении выражения (12) использовалось представление (3, 3a) для амплитуды процесса, а суммирование по конечным состояниям ядра было выполнено с помощью условия полноты.

Обозначим вклад диагональных слагаемых ($j = j'$) в сечение (12) через $\frac{d\sigma_d}{dt}$, а вклад недиагональных слагаемых ($j \neq j'$) – через $d\sigma_{Nd}/dt$. Подставляя затем в выражение (12) Γ_j в виде (3в) и используя представление (1) для функции плотности, после выполнения несложной комбинатории получим следующий результат:

$$\frac{d\sigma_d}{dt} = \frac{1}{4\pi} \int \exp\{ i\vec{q}(\vec{b} - \vec{b}')\} d^2b\, d^2b'\, dz\, \Gamma_{12}(\vec{b} - \vec{s}) \Gamma^*_{12}(\vec{b}' - \vec{s}) \rho(\vec{s}, z) d^2s \times$$

$$\times \exp_{A,1}\{ -\int [\Gamma_{11}(\vec{b} - \vec{s}) + \Gamma^*_{11}(\vec{b}' - \vec{s}) - \Gamma_{11}(\vec{b} - \vec{s}) \Gamma^*_{11}(\vec{b}' - \vec{s})] T(-\infty, z, \vec{s}) d^2s -$$

$$- \int [\Gamma_{22}(\vec{b} - \vec{s}) + \Gamma^*_{22}(\vec{b}' - \vec{s}) - \Gamma_{22}(\vec{b} - \vec{s}) \Gamma^*_{22}(\vec{b}' - \vec{s})] T(z, \infty, \vec{s}) d^2s \} \tag{13}$$

$$\frac{d\sigma_{Nd}}{dt} = \frac{(1-A^{-1})}{4\pi} 2\,\mathrm{Re} \int d^2b\, d^2b'\, dz_1\, dz_2\, \theta(z_2-z_1) \exp[i\vec{q}(\vec{b}-\vec{b}') + i\Delta(z_2-z_1)] \times$$

$$\times [\{ \int \Gamma_{12}(\vec{b}-\vec{s})(1-\Gamma^*_{22}(\vec{b}'-\vec{s}))\rho(\vec{s}, z_2)\, d^2s][\int \Gamma^*_{12}(\vec{b}'-\vec{s})(1-\Gamma_{11}(\vec{b}-\vec{s}))\rho(\vec{s}, z_1) \times$$

$$\times d^2s] \exp_{A,2}\{ - \int [\Gamma_{11}(\vec{b}-\vec{s}) + \Gamma^*_{11}(\vec{b}'-\vec{s}) - \Gamma_{11}(\vec{b}-\vec{s})\Gamma^*_{11}(\vec{b}'-\vec{s})]\, T(-\infty, z_1, \vec{s})\, d^2s -$$

$$- \int [\Gamma_{11}(\vec{b}-\vec{s}) + \Gamma^*_{22}(\vec{b}'-\vec{s}) - \Gamma_{11}(\vec{b}-\vec{s})\Gamma^*_{22}(\vec{b}'-\vec{s})]\, T(z_1, z_2, \vec{s})\, d^2s -$$

$$- \int [\Gamma_{22}(\vec{b}-\vec{s}) + \Gamma^*_{22}(\vec{b}'-\vec{s}) - \Gamma_{22}(\vec{b}-\vec{s})\Gamma^*_{22}(\vec{b}'-\vec{s})]\, T(z_2, \infty, \vec{s})\, d^2s \}.$$

Опять-таки при наличии нетривиальной спиновой структуры у амплитуд f_{xy} комбинации $\Gamma_{12}(\vec{b}-\vec{s})\Gamma_{12}(\vec{b}'-\vec{s})$, $\Gamma_{12}(\vec{b}-\vec{s})[1-\Gamma^*_{22}(\vec{b}'-\vec{s})]$, $\Gamma_{11}(\vec{b}-\vec{s}) + \Gamma^*_{11}(\vec{b}'-\vec{s}) - \Gamma_{11}(\vec{b}-\vec{s})\Gamma^*_{11}(\vec{b}'-\vec{s})$ и др. в выражениях (13, 14) должны рассматриваться как усредненные по спину нуклона.

Ограничимся в дальнейшем рассмотрением реакций на средних и тяжелых ядрах, так что $R \gg d$ и выполняются приближенные соотношения (6). В этом случае для интегралов от билинейных комбинаций имеем (см., например, /1/):

$$\int \Gamma_{xy}(\vec{b}-\vec{s})\,\Gamma^*_{uv}(\vec{b}'-\vec{s})\,\rho(\vec{s},z)\,d^2s \simeq$$

$$\sim \rho\left(\frac{\vec{b}+\vec{b}'}{2}\right) \int f_{xy}(\vec{q})\, f^*_{uv}(\vec{q})\, e^{-i\vec{q}(\vec{b}-\vec{b}')} \frac{d^2q}{k^2} \qquad (15)$$

$x, y, u, v = 1,2.$

Дальнейшая схема упрощения выражений (13, 14) для случая $R \gg d$ такая же, как и в работах /1/. Поэтому, опуская подробности, которые можно найти в этих работах, приводим окончательный результат для сечения процесса $1 + A \to 2 + A$ на ядрах с $R \gg d$, просуммированного по конечным состояниям ядра:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma_R}{dt} + \frac{d\sigma_s}{dt} \qquad (16)$$

$$\frac{d\sigma_R}{dt} = \frac{(A-1)}{16\pi A} |\sigma_0'|^2 \int d^2b\, d^2b'\, dz_1 dz_2\, e^{i\vec{q}(\vec{b}-\vec{b}') + i\Delta(z_2 - z_1)} \rho(\vec{b}, z_1)\rho(\vec{b}', z_2) \times$$

$$\times \exp_{A,2} \left\{ -\frac{\sigma_1'}{2} T(-\infty, z_1, \vec{b}) - \frac{\sigma_2'}{2} T(z_1, \infty, \vec{b}) - \right. \qquad (17)$$

$$\left. -\frac{\sigma_1'^*}{2} T(-\infty, z_2, \vec{b}') - \frac{\sigma_2'^*}{2} T(z_2, \infty, \vec{b}') \right\}$$

$$\frac{d\sigma_s}{dt} = \frac{d\sigma_d}{dt} + \frac{d\tilde{\sigma}_{Nd}}{dt} = \frac{d\sigma_d}{dt} + \left(\frac{d\sigma_{Nd}}{dt} - \frac{d\sigma_R}{dt}\right). \qquad (18)$$

$$\frac{d\sigma_d}{dt} = \frac{1}{4\pi} \int d^2\beta\, e^{i\vec{q}\vec{\beta}}\, \omega_{00}(\vec{\beta}) N[\sigma_1 - \omega_{11}(\vec{\beta});\ \sigma_2 - \omega_{22}(\vec{\beta})]$$

$$N(x,y) = \int d^2 B \{ \exp_{A,0}[-x T(\vec{B})] - \exp_{A,0}(-y\, T(\vec{B}))\} / (y-x) \tag{19}$$

$$T(\vec{B}) \equiv T(-\infty, \infty, \vec{B})$$

$$\frac{d\tilde{\sigma}_{Nd}}{dt} = \frac{(A-1)}{4\pi A} 2\,\mathrm{Re} \int d^2\beta\, d^2B\, dz_1 dz_2\, \theta(z_2 - z_1) \exp[i\vec{q}\vec{\beta} + i\Delta(z_2 - z_1)] \times$$

$$\times \rho(\vec{B}, z_2)\rho(\vec{B}, z_1)[\exp_{A,2}\{-[\sigma_1 - \omega_{11}(\vec{\beta})]\, T(-\infty, z_1, \vec{B}) -$$

$$-[\frac{\sigma_1'}{2} + \frac{\sigma_2^{*\prime}}{2} - \omega_{12}(\vec{\beta})]\, T(z_1, z_2, \vec{B}) - [\sigma_2 - \omega_{22}(\vec{\beta})]\, T(z_2, \infty, \vec{B})\} \times \tag{20}$$

$$\times [\omega_{02}\,\omega_{10} - \frac{\sigma_0'}{2}\omega_{10} - \frac{\sigma_0'^{*}}{2}\omega_{02} + |\frac{\sigma_0'}{2}|^2] - |\frac{\sigma_0'}{2}|^2 \exp_{A,2}\{-$$

$$-\sigma_1 T(-\infty, z_1, \vec{B}) - (\frac{\sigma_1'}{2} + \frac{\sigma_2'^{*}}{2}) T(z_1, z_2, \vec{B}) - \sigma_2 T(z_2, \infty, \vec{B})\}].$$

Выше приняты следующие обозначения

$$\sigma_\ell' = \frac{4\pi}{ik} \bar{f}_\ell(0) = \sigma_\ell(1 - i\alpha_\ell) \quad \ell = 0,1,2 \tag{21}$$

$$a_\ell = Re\,\bar{f}_\ell(0)/\,Im\,\bar{f}_\ell(0) \tag{22}$$

$$\omega_{\ell m}(\vec{\beta}) = \int \overline{f_\ell(\vec{q})\, f^*_m(\vec{q})}\, e^{-i\vec{q}\vec{\beta}}\, \frac{d^2q}{k^2} \qquad \ell, m = 0,1,2, \tag{23}$$

где

$$f_0 \equiv f_{12}\ , \quad f_1 \equiv f_{11}\ , \quad f_2 \equiv f_{22}\ . \tag{24}$$

Наконец, вместо переменных $\vec{b}$ и $\vec{b}'$ в выражениях (19,20) использованы их линейные комбинации $\vec{B} = \frac{\vec{b}+\vec{b}'}{2}$, $\vec{\beta} = \vec{b}-\vec{b}'$.

В пределе высоких энергий ($k \to \infty$, $\Delta \to 0$) интегрирования по dz_1 , dz_2 в выражениях (17, 20) могут быть выполнены в явном виде, и в этом случае имеем:

$$\frac{d\sigma_R}{dt}(\Delta = 0) = \frac{1}{4\pi}\left|\frac{\sigma_0'}{\sigma_1' - \sigma_2'}\right|^2 \int d^2b\, d^2b'\, \exp[\,i\vec{q}(\vec{b}-\vec{b}')\,]\times$$
$$\times \sum_{\ell,m=1,2} (-1)^{\ell+m}\, \exp_{A,0}\left[-\frac{\sigma_\ell'}{2}\,T(\vec{b}) - \frac{\sigma_m'^*}{2}\,T(\vec{b}')\right] \tag{25}$$

$$\frac{d\tilde{\sigma}_{Nd}}{dt}(\Delta = 0) = \frac{2\,Re}{4\pi}\int d^2\vec{\beta}\, e^{i\vec{q}\vec{\beta}}\, \{(\omega_{02}\omega_{10} - \frac{\sigma_0'}{2}\omega_{10} - \frac{\sigma_0'^*}{2}\,\omega_{20} \; +$$

$$+ \left|\frac{\sigma_0'}{2}\right|^2)\,[N(\sigma_1 - \omega_{11}(\vec{\beta});\ \frac{\sigma_1'}{2} + \frac{\sigma_2'^*}{2} - \omega_{12}(\vec{\beta})) - N(\sigma_2 - \omega_{22}(\vec{\beta});\ \frac{\sigma_1'}{2} +$$

$$+\frac{\sigma_2'^*}{2}-\omega_{12}(\vec\beta))][\sigma_1-\sigma_2-\omega_{11}(\vec\beta)+\omega_{22}(\vec\beta)]^{-1}-|\frac{\sigma_0'}{2}|^2\times$$

$$\times[N(\sigma_1,\frac{\sigma_1'}{2}+\frac{\sigma_2'^*}{2})-N(\sigma_2,\frac{\sigma_1'}{2}+\frac{\sigma_2'^*}{2})](\sigma_1-\sigma_2)^{-1}\}. \qquad (26)$$

Если при этом по каким-либо причинам выполняется соотношение[x/]

$$f_0(\vec q)=g_1 f_1(\vec q)=g_2\, f_2(\vec q), \qquad (27)$$

где g_1 –и g_2 –вещественные константы, то получается следующее простое выражение для величины $\frac{d\sigma_s}{dt}$ (18)

$$\frac{d\sigma_s}{dt}(\Delta=0)=\frac{1}{4\pi}|\frac{\sigma_0'}{\sigma_2'-\sigma_1'}|^2\int d^2B\,d^2\beta\; e^{i\vec q\vec\beta}\sum_{\ell,m=1,2}(-1)^{\ell+m}\times$$

$$\times\{\exp_{A,0}[-\frac{\sigma_\ell'}{2}-\frac{\sigma_m'^*}{2}-\omega_{\ell m}(\beta)]T(\vec B)-\exp_{A,0}[-\frac{\sigma_\ell'}{2}-\frac{\sigma_m'^*}{2}]T(\vec B)\}. \qquad (28)$$

Известный результат, гласящий, что в модели векторной доминантности сечение фоторождения V^0 –мезонов на ядрах в пределе высоких энергий пропорционально сечению рассеяния V^0–мезонов ядрами, является частным случаем (при $f_1=0$) соотношений (25) и (28).

---

x/ Выполнение такого рода соотношения предполагается обычно при рассмотрении процессов фоторождения ($f_1=0$) векторных мезонов на ядрах в модели векторной доминантности. Для произвольных дифракционных процессов соотношение (27) может выполняться, например, в силу доминантности P –обмена при сверхвысоких энергиях.

5. Величины $\frac{d\sigma_R}{dt}$ и $\frac{d\sigma_s}{dt}$, определенные выше, представляют быстро меняющуюся с передачей q и медленно меняющуюся части измеряемого сечения, разделение которых всегда производится при обработке экспериментальных данных. Проводимое обычно отождествление быстро меняющейся части сечения с сечением когерентного рождения и дальнейший анализ его по формулам оптической модели оправданы на самом деле лишь для достаточно тяжелых ядер $A \gg 1$. При анализе же рождения частиц на легких ядрах следует пользоваться точным выражением (17) для величины $\frac{d\sigma_R}{dt}$, в котором в этом случае под $\rho(\vec{b}, z)$ должны подразумеваться эффективные плотности (10). Для практического использования более удобно следующее представление этой величины:

$$\frac{d\sigma_R}{dt} = \frac{1}{16\pi} \sum_{k=0}^{A-2} \frac{(A-1)!\,(-1)^k}{k!\,(A-2-k)!\;A^{2k+1}} \Big| \sigma_0' \int d^2b\, dz\, e^{i\vec{q}\vec{b}+i\Delta z} \rho(\vec{b}, z) \times \tag{29}$$

$$\times\, Q^k(\vec{b}, z) \exp_{A,k}[Q(\vec{b}, z)] \Big|^2 ,$$

где

$$Q(\vec{b}, z) = -\frac{\sigma_1'}{2} \int_{-\infty}^{z} \rho(\vec{b}, z')\, dz' - \frac{\sigma_2'}{2} \int_{z}^{\infty} \rho(\vec{b}, z')\, dz' , \tag{29a}$$

причем обычно достаточно учесть только два первых слагаемых ($k = 0,1$) в этой сумме. Разность между величиной (17) и сечением когерентного рождения

$$\frac{d\sigma_c}{dt} = \frac{1}{16\pi} \Big| \sigma_0' \int d^2b\, dz\, e^{i\vec{q}\vec{b}+i\Delta z} \rho(\vec{b}, z) \exp_{A,1} Q(\vec{b}, z) \Big|^2 \tag{30}$$

представляет часть сечения некогерентного рождения

$$\frac{d\sigma_{Rc}}{dt} = \frac{d\sigma_s}{dt} - \left(\frac{d\sigma_R}{dt} - \frac{d\sigma_c}{dt} \right), \qquad (31)$$

ответственную за некоторую немонотонность в поведении последнего при $q \sim R^{-1}$. Аналогичный эффект в процессах квазиупругого рассеяния частиц ядрами подробно рассмотрен в работе /1/. Мы не будем останавливаться на детальном обсуждении этого эффекта в процессах рождения ввиду его практической ненаблюдаемости, а приведем лишь простое выражение для главной части разности $\frac{d\sigma_R}{dt} - \frac{d\sigma_c}{dt}$ в пределе высоких энергий ($\Delta R \ll 1$), которое может служить для оценки точности отождествления этих двух величин, о котором упоминалось выше:

$$\frac{d\sigma_c}{dt} - \frac{d\sigma_R}{dt} = \frac{1}{16\pi A} \left[\frac{\sigma_0'}{\sigma_1' - \sigma_2'} \int d^2 b\, e^{i\vec{q}\vec{b}} \left[\sigma_1' T(\vec{b}) \times \right.\right.$$

$$\left.\left. \times \exp\left(-\frac{\sigma_1'}{2} T(\vec{b})\right) - \sigma_2' T(\vec{b}) \exp\left(-\frac{\sigma_2'}{2} T(\vec{b})\right)\right]\right|^2. \qquad (32)$$

6. Рассмотрим несколько подробнее величину $\frac{d\sigma_s}{dt}$, совпадающую с сечением некогерентного рождения при $qR \gg 1$. В нее дают вклад как сумма квадратов модулей амплитуд рождения на отдельных нуклонах $\frac{d\sigma_d}{dt}$, обсуждавшаяся впервые в рамках теории Глаубера в /2/, так и сумма интерференционных слагаемых $\frac{d\tilde{\sigma}_{Nd}}{dt}$. Первая из них, в основном, повторяет энергетическую зависимость сечения $\frac{d\sigma_0}{dt}$ элементарного акта рождения $1+N \to 2+N$, в то время как

энергетическая зависимость второй, в основном, определяется осциллирующими множителями под знаком интеграла в определении (20) этой величины. Эти множители приводят к существенному подавлению вклада интерференционных слагаемых $\frac{d\tilde{\sigma}_{Nd}}{dt}$ при низких энергиях ($\Delta R \geq 1$), так что в этом случае сечение некогерентного рождения практически совпадает с величиной $\frac{d\sigma_d}{dt}$. Выражение (19) для этой величины, в отличие от результатов /2/, включает эффекты всех многократных некогерентных (то есть приводящих к изменению направления движения частицы) столкновений быстрых частиц в ядре, которые, как известно /1,2/, становятся существенными в реакциях с большими переданными импульсами. Для оценки их роли положим в выражении (19)

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma \qquad \omega_{11}(\vec{\beta}) = \omega_{22}(\vec{\beta}) = \sigma_{e\ell} \exp(-\frac{\beta^2}{4a})$$

$$\omega_{00}(\vec{\beta}) = \omega_{00}(0) \exp(-\frac{\beta^2}{4a}),$$

после чего оно может быть переписано в виде:

$$\frac{d\sigma_d}{dt}(\vec{q}) = \frac{d\sigma_0}{dt}(\vec{q}) \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^{n-1} \exp(\frac{n-1}{n} aq^2) N_n(\sigma), \qquad (33)$$

где $\epsilon = \frac{\sigma_{e\ell}}{\sigma}$, а

$$N_n(\sigma) = (\sigma n!)^{-1} \int d^2B\, (\sigma T(\vec{B}))^n \exp(-\sigma T(\vec{B})). \qquad (34)$$

Здесь и в дальнейшем опускаются слагаемые порядка A^{-1} и полагается $\exp_{A,k}(x) = \exp(x)$.

Учитывая, что величины N_n – медленно убывающие функции " n ", получим для оценки эффективного числа некогерентных столкновений, существенных при данной передаче импульса:

$$\epsilon \exp(\frac{aq^2}{n_{eff}}) \simeq 1 \qquad \text{или} \qquad n_{eff} = \frac{aq^2}{|\ln\epsilon|}.$$

Номер слагаемого, дающего максимальный вклад в сумму (33), определяемой из условия $\frac{d}{dn}(\epsilon \exp(\frac{aq^2}{n}))^{n-1} = 0$, равен $n_{max} = \sqrt{n_{eff}}$.

Отсюда видно, что при передачах порядка $q \sim 1$ Гэв/с и стандартных значениях $a = 8 \div 10$ (Гэв/с)^2, $\epsilon = 0,15 - 0,2$ главными в (19) становятся второе и третье слагаемые, а число слагаемых, дающих существенный вклад в сумму, достигает пяти-шести. Таким образом, выражение (31) работы /2/, учитывающее лишь однократные и двукратные некогерентные столкновения, может оказаться непременимым для описания процессов некогерентного рождения при низких энергиях ($\Delta \gtrsim R^{-1}$) и больших передаваемых импульсах.

Наконец, при сверхвысоких энергиях ($\Delta \ll R^{-1}$), когда интерференционные члены в $\frac{d\tilde{\sigma}_{Nd}}{dt}$ становятся максимальными, использование этого выражения для анализа некогерентного рождения даже при малых передачах импульса ($q \leq d^{-1}$) может привести к неправильным результатам. Вводя эффективные числа нуклонов $N_{eff} = \frac{d\sigma_{Ie}}{dt} / \frac{d\sigma_0}{dt}$ и ограничиваясь малыми передачами импульса $q \lesssim d^{-1}$, так что эффекты многократных некогерентных столкновений можно считать несущественными, а величины N_{eff} не зависящими от q, для предельных значений этих величин, соответствующих предельно низким (L) ($\Delta \gg R^{-1}$) и предельно высоким (H) ($\Delta \ll R^{-1}$) энергиям, из выражений (19) и (20) можно получить:

$$N^L_{eff} = \int d^2B \,[\exp(-\sigma_1 T(B)) - \exp(-\sigma_2 T(B))] / (\sigma_2 - \sigma_1) = \qquad (35)$$

$$= N(\sigma_1, \sigma_2)$$

$$N^H_{eff} = \int d^2B\, T(B) \,|[\sigma_1' \exp(-\frac{\sigma_1' T(B)}{2}) - \sigma_2' \exp(-\frac{\sigma_2' T(B)}{2})] \times \qquad (36)$$

$$\times (\sigma_2' - \sigma_1')^{-1}|^2 .$$

В таблице приведены значения $N_{eff}^{L(H)}$ для двух наборов параметров

a) $\sigma_1' = 0, \quad \sigma_2 = 25 \qquad a_2 = 0;$

b) $\sigma_1 = \sigma_2 = 25 \qquad a_1 = a_2 = 0,$

первый из которых соответствует фоторождению (например, векторных мезонов), а второй – процессу $\pi^- A \to A_1^- A$.

Таблица

	C	Al	Cu	Ag	Pb
N^L; $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = 25$ мбн	8,3	15,5	29	41,7	65,1
N^H; $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = 25$ мбн	5,6	8,6	12,1	14,3	17,2
N^L; $\sigma_1 = \sigma_2 = 25$ мбн	5,6	8,6	12,1	14,3	17,2
N^H; $\sigma_1 = \sigma_2 = 25$ мбн	2,7	3,4	4,43	5,7	8,2

Из различия величин N_{eff}^L и N_{eff}^H очевидна важность учета недиагональных (или "полукогерентных" /2/) слагаемых при высоких энергиях. При промежуточных энергиях N_{eff} должны рассчитываться по точным формулам (19-20). Для приближенной оценки зависимости от энергии можно пользоваться интерполяционными выражениями из работы /6/:

$$N_{eff} = \frac{N_{eff}^H + \xi^2 N_{eff}^L}{1+\xi^2}, \qquad \xi = \frac{2\Delta}{\sigma\rho_0}. \tag{37}$$

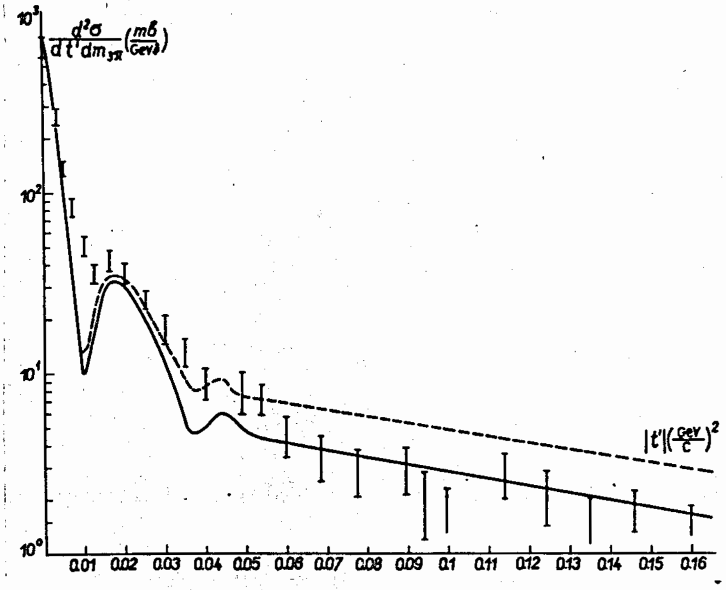
К настоящему времени при достаточно высоких энергиях ($E_\pi = 15$ Гэв/с) измерено сечение некогерентного рождения лишь для процесса

$\pi^- A \to A_1^- A$ /7/. На рисунке приведена величина $\dfrac{d^2\sigma}{dt' dm_{3\pi}} =$
$= \dfrac{d^2\sigma_c}{dt' dm_{3\pi}} + \dfrac{d^2\sigma_{Ic}}{dt' dm_{3\pi}}$, рассчитанная при двух разных предположениях:

1) сечение некогерентного рождения дается формулами Марголиса и др. /2/ (верхняя кривая);

2) сечение некогерентного рождения дается выражениями (18–20) настоящей работы (нижняя кривая) при следующем выборе параметров: $\sigma_1 = \sigma_2 = 25$ мбн, $a_1 = a_2 = -0{,}1$ $\dfrac{d\sigma_x(t)}{dt} / \dfrac{d\sigma_x(0)}{dt} = \exp(a_x t)$,

$x = 0, 1, 2$ $a_0 = a_1 = a_2 = 10$(Гэв/с $)^{-2}$. Экспериментальные точки взяты из работы /7 /.



Как видно из рисунка, в некогерентной области $q \gg R^{-1}$ лучшее согласие с экспериментом дают расчеты по формулам настоящей работы, что служит подтверждением правильности исходных положений, используемых при получении перечисленных выше результатов. В заключение заметим, что выражения (16-20) получены в предположении $\bar{f}_{12}(0) \neq 0$, то есть для дифракционных процессов. Недифракционные процессы типа $\gamma A \to \pi^0 A$, $\pi^- A \to \rho^- A'$ и другие должны анализироваться с помощью точных исходных формул (13-14), упрощение которых должно проводиться с учетом структуры амплитуд $f_{12}(q)$.

Авторы выражают признательность Б.З. Копеливичу, Л.И. Лапидусу, С.Г. Матиняну, А.А. Тяпкину за стимулирующие обсуждения и интерес к работе.

Литература

1. R.J.Glauber. High Energy phys. and Nuclear Structure. (North-Holland Publ.Comp.Amsterdam, 1971), p. 311; R.J.Gauber, G.Matthiae. Nucl. Phys., B21, 135 (1970).
2. K.S.Kolbig, B.Margolis. Nucl.Phys., B6, 85 (1968); B.Margolis. Phys. Lett., 26B, 254 (1968).
3. J.Formanek and J.S.Trefil. Nucl. Phys., B3, 155 (1967); B4, 165 (1968); J.S.Trefil, Phys. Rev., 180, 1366 (1969).
4. С.Р. Геворкян, А.В. Тарасов, Ч. Цэрэн. Препринт ОИЯИ, Дубна, Р2-5604, 1971.
5. D.Drell and J.S.Trefil. Phys.Rev.Lett., 16, 552 (1966); 16, 832(E) (1966).
6. K.Gottfried and D.R.Yennie. Phys. Rev., 182, 1595 (1969).
7. C.Bemporad et al. Nucl.Phys., B33, 497 (1971).

Рукопись поступила в издательский отдел
7 июля 1972 года.

Геворкян С.Р., Займидорога О.А., Тарасов А.В. P2-6581

Когерентное и некогерентное рождение частиц на ядрах в теории многократного рассеяния

Рождение частиц на ядрах рассмотрено в теории многократного рассеяния. Получены формулы, справедливые в широком интервале энергий и передач импульса. Проведено сравнение теории с экспериментом.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1972

Gevorkian S.R., Zaimidoroga O.A., Tarasov A.V. P2-6581

Coherent and Noncoherent Particle Production on Nuclei in the Multiple Scattering Theory

Particle production on nuclei is considered in the multiple scattering theory. The formulae are derived which are valid in a wide range of energies and momentum transfers. Comparison of the theory with experiment is made.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1972