6502

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р2 - 6502

В.М.Мальцев, Н.К.Душутин

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В МОДЕЛЯХ СТРУЙНОГО ПОДХОДА

1972

P2 - 6502

В.М.Мальцев, Н.К.Душутин

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В МОДЕЛЯХ СТРУЙНОГО ПОДХОДА

Мальцев В.М., Душутин Н.К.

P2 - 6502

Корреляционные эффекты в моделях струйного подхода

Рассмотрены корреляции в моделях струйного подхода. Изучены корреляции в простых моделях и их согласование с экспериментом. Получены ограничения на поведение корреляционных функций, следующие из общих принципов теории поля. Выявлены свойства масштабной инвариантности моделей.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1972

Maltsev V.M., Dushutin N.K.

P2 - 6502

Correlation Effects in the Jet Approach Models

The correlations in the models of jet approach are considered. The correlations in simple models are studied as well as their agreement with experiment. The restrictions on the correlation function behaviour are obtained which follow from the general principles of the field theory. The properties of the scale invariance of the models are shown.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1972

Корреляции между вторичными частицами, образованными при взаимодействии адронов высоких энергий, представляют значительный интерес. Хотя прямые экспериментальные данные (измерения двух и более частичных инклюзивных распределений) в настоящее время почти полностью отсутствуют, все же достаточно много информации можно получить из одночастичных спектров /1,2/.

Наиболее хорошо из эксперимента известно поведение корреляционных коэффициентов, т.е. проинтегрированных по всему допустимому фазовому объему корреляционных функций. Можно считать хорошо установленными существование корреляций высокого порядка (по крайней мере, выше четвертого), знакопеременность и другие корреляционные свойства, что оказалось критическим для ряда моделей (фейнман-газ, модель Вонга и т.д.).

Настоящая работа посвящена изучению корреляций в моделях струйного подхода /3-5/. В первой части рассматриваются корреляции в простых моделях и их согласование с экспериментом, во второй - ограничения на поведение корреляций, следующие из общих принципов теории поля, и свойства масштабной инвариантности моделей.

В струйном подходе весь процесс множественного рождения разбивается на ряд элементарных процессов рождения одной или нескольких частиц. Каждому из таких процессов ставится в соответствие определенная вероятность. Затем, используя закон сохранения вероятности, строятся уравнения для нормированных распределений по множественности, которые затем решаются обычными методами.

Таким образом, конкретный вид модели определяется:

1) каналами рождения (в конечном счете, типами образующихся вторичных частиц).

2) числом образующихся частиц в элементарных процессах (одна, две, три и т.д.),

3) поведением функции $N_a(t)$ (или, что то же самое, зависимостью вероятности рождения частиц сорта "a" от времени). Последнее используется только при решении уравнений и поэтому является более частным условием, чем первые два.

Вследствие того, что распределения по множественности зависят только от вероятностей, а уже через них – от энергии, по-видимому, правильнее говорить не о корреляционных функциях в струйной модели, а о корреляционных параметрах.

Для изучения общего поведения корреляционных параметров в струйном подходе нет необходимости решать уравнения модели, достаточно их просто иметь. Простыми преобразованиями из них можно получить уравнения для центральных моментов (существенно более простые, чем исходные), а следовательно, корреляционные параметры.

Рассмотрим простейшую модель. Пусть возможно только одночастичное рождение и образуется три сорта вторичных частиц: пионы, каоны, гипероны. Тогда, если обозначить через $P_n^a(t)$ –вероятность рождения n частиц сорта "a" к моменту времени t, имеем следующую систему уравнений:

$$\dot{P}_n^{\pi}(t) = -(\beta_1 - \beta_2)[n P_n^{\pi}(t) - (n-1) P_{n-1}^{\pi}(t)] - a_{\pi}(t)[P_n^{\pi}(t) - P_{n-1}^{\pi}(t)$$

$$\dot{P}_n^{k}(t) = -a_k(t)[P_n^{k}(t) - P_{n-1}^{k}(t)] \tag{1}$$

$$\dot{P}_n^{y}(t) = -a_y(t)[P_n^{y}(t) - P_{n-1}^{y}(t)],$$

где β_1 –вероятность рождения дополнительного пиона, а β_2 – вероятность поглощения пиона за единицу времени. Величины $a_a(t)$ имеют смысл вероятностей рождения за единицу времени одной частицы сорта "a" всеми остальными частицами других сортов.

Начальные условия этой системы:

$$P_n^{\pi}(0) = P_n^{k}(0) = P_n^{y}(0) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0. \end{cases} \tag{2}$$

Умножая каждое i–тое уравнение системы (1) на i и суммируя их, получаем уравнения для средней множественности

$N_a(t) = \Sigma\, n\, P_n^{a}(t)$, т.е.

$$\dot{N}_{\pi}(t) = (\beta_1 - \beta_2) N_{\pi}(t) + a_{\pi}(t)$$

$$\dot{N}_k(t) = a_k(t) \tag{3}$$

$$\dot{N}_y(t) = a_y(t).$$

Начальные условия для системы (3) легко получить из соотношений (2):

$$N_{\pi}(0) = N_k(0) = N_y(0) = 0. \tag{4}$$

С учетом этих условий имеем решение системы (3) для физических частиц, т.е. в момент времени $t = \tau$, где τ –полное время взаимодействия:

$$N_{k,y}(\tau) = \int_0^{\tau} a_{k,y}(t)\,dt;$$

$$N_{\pi}(\tau) = \frac{a_{\pi}(0)\,n!}{\beta_1 - \beta_2}\left[e^{(\beta_1 - \beta_2)\tau} - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{a_{\pi}^{-1}(\tau)}{(\beta_1 - \beta_2)^k} \frac{d^k a_{\pi}(\tau)}{d\tau} \right]. \qquad (5)$$

Здесь $a_{\pi}(t)$ –полином n степени по t. Для изучения общего поведения можно упростить распределение типа (1), полагая:

$$a_a(t) = const = g_a. \qquad (6)$$

Это эквивалентно следующему физическому предположению: все процессы идут виртуально в течение времени взаимодействия, а затем все образованные частицы превращаются в физические. Тогда для каонов и гиперонов распределение пуассоновское, а для пионов – обобщенное распределение Паскаля. Средние множественности (5) можно переписать в виде:

$$N_{k,y}(t) = g_{k,y}\,\tau$$

$$N_{\pi}(\tau) = \frac{g_{\pi}}{\beta_1 - \beta_2}\left[e^{(\beta_1 - \beta_2)\tau} - 1 \right]. \qquad (7)$$

Аналогичным образом, умножая i -тое уравнение системы (1) на $i(i-1)$ и суммируя, получаем уравнение для второго центрального момента, с помощью которого затем можем определить ρ_2 –второй корреляционный параметр

$$\rho_2 = \langle n(n-1)\rangle - \langle n\rangle^2. \qquad (8)$$

Для двух последних уравнений (1) второй корреляционный параметр равен нулю при $a_{k,y}$ – произвольном полиноме от t. Для первого уравнения (1), при условии (6), второй корреляционный параметр равен:

$$\rho_2^{\pi} = \frac{g_{\pi}}{\beta_1 - \beta_2}\left[e^{(\beta_1 - \beta_2)\tau} - 1 \right]^2. \qquad (9)$$

Точно так же получаем третий корреляционный параметр

$$\rho_3^{k\,y} = 0$$

$$\rho_3^{\pi} = \frac{2 g_{\pi}}{\beta_1 - \beta_2} \left[e^{(\beta_1 - \beta_2)\tau} - 1 \right]^3 . \qquad (10)$$

Общее выражение для корреляционных параметров m -го порядка:

$$\rho_m^{\pi} = \frac{g_{\pi}}{\beta_1 - \beta_2} (m-1)! \left[e^{(\beta_1 - \beta_2)\tau} - 1 \right]^m \sum_{\ell = 0}^{m-3} \left(\frac{g_{\pi}}{\beta_1 - \beta_2} \right)^{\ell} \frac{(-1)^{\ell}}{(\ell + 1)!}$$

$$(11)$$

$$\rho_m^{k,y} = \begin{cases} g_{k,y}\,\tau , & m = 1 \\ 0 , & m > 1 . \end{cases}$$

Для того, чтобы сравнить полученные выражения с экспериментом, можно воспользоваться следующей связью:

$$(\beta_1 - \beta_2)\tau \simeq \frac{\sigma(ab \to ab\pi) - \sigma(ab \to abK\bar{K})}{\sigma_{tot}(ab)}$$

$$(12)$$

$$g_{\pi}\tau \simeq \frac{\sigma(ab \to ab\pi)}{\sigma_{tot}(ab)} + \frac{\sigma(ka \to ka\pi)}{\sigma_{tot}(ka)} + \frac{\sigma(kb \to kb\pi)}{\sigma_{tot}(kb)} ,$$

где индексами "a" и "b" обозначен тип начальных частиц.

К сожалению, экспериментальных данных в области, выше 20 Гэв/с, имеется недостаточно, чтобы провести такое сравнение.

Применение простейших распределений в области $\rho_1 > 1{,}5$, т.е. выше 50 Гэв/с (в которой справедливо пуассоново распределение), не представляется оправданным. Как видно из соотношения (11), хотя для него и существуют корреляционные параметры любого порядка, но это распределение описывает в основном процессы дифракционной диссоциации [5], а вклад таких процессов при высоких энергиях мал.

Получим корреляционные параметры для модели типа фейнман-газа. Как показано нами ранее [5], распределение для фейнман-газа, полученное Мюллером [6], удовлетворяет уравнению

$$\dot{P}_n^a(t) = -(f_1' - f_2' t)[P_n^a(t) - P_{n-1}^a(t)] - f_2' t [P_{n-1}^a(t) - P_{n-2}^a(t)], \quad (13)$$

где f_1' и f_2' не зависят от t. Корреляционные параметры такого распределения равны

$$\rho_1 = f_1' \tau ; \quad \rho_2 = f_2' \tau^2 ; \quad \rho_{m>2} = 0 . \quad (14)$$

Естественным обобщением соотношения (13) является уравнение

$$\dot{P}_n^a(t) = -a_a(t)[P_n^a(t) - P_{n-1}^a(t)] - b_a(t)[P_{n-1}^a(t) - P_{n-2}^a(t)], \quad (15)$$

которое дает корреляционные параметры в виде

$$\rho_1^a = \langle n \rangle = \int_0^\tau \{ a_a(t) + b_a(t) \} dt$$

$$\rho_2^a = 2\int_0^\tau [a_a(t) + b_a(t)] \int_0^t [a_a(t_1) + b_a(t_1)] dt_1 dt + \quad (16)$$

$$+ 2\int_0^\tau b_a(t)\, dt - \{ \int_0^\tau [a_a(t) + b_a(t)] dt \}^2$$

$$\rho_3^a = 6\int_0^T [a_a(t)+b_a(t)]\int_0^t [a_a(t_1)+b_a(t_1)]\int_0^{t_1}[a_a(t_2)+b_a(t_2)]\,dt_2\,dt_1\,dt -$$

$$-6\left\{\int_0^T[a_a(t)+b_a(t)]\int_0^t[a_a(t_1)+b_a(t_1)]\,dt_1\,dt\right\}\int_0^T[a_a(t)+b_a(t)]\,dt_1+$$

$$+6\int_0^T b_a(t)\int_0^t[a_a(t_1)+b_a(t_1)]\,dt_1\,dt+6\int_0^T[a_a(t)+b_a(t)]\int_0^t b_a(t_1)\,dt_1\,dt -$$

$$-6\left\{\int_0^T b_a(t)\,dt\right\}\int_0^T[a_a(t)+b_a(t)]\,dt+\left\{\int_0^T[a_a(t)+b_a(t)\,dt\right\}^3 \quad \text{и т.д.}$$

Когда $a_a(t)$ и $b_a(t)$ – полиномы по t, эти выражения значительно упрощаются

$$\rho_1^a = \int_0^T \{a_a(t)+b_a(t)\}\,dt,$$

$$\rho_2^a = 2\int_0^T b_a(t)\,dt, \tag{17}$$

$$\rho_3^a = 0\ , \quad \rho_{m>3}^a = 0\ .$$

Таким образом, выбор определенного вида зависимости от времени полных вероятностей рождения частицы сорта "a", хотя и изменяет конкретный вид распределения, но не влияет на общее поведение корреляционных параметров.

Введение в уравнение (13) членов, зависящих от n, таким же образом, как это сделано в уравнении (1), снова приводит к существованию корреляционных моментов любого порядка. Выпишем несколько первых, наиболее существенных

$$\rho_1^a = \langle n \rangle = \frac{f_1'}{\beta_1-\beta_2}\left[e^{(\beta_1-\beta_2)\tau} - 1 \right]$$

$$\rho_2^a = (\rho_1^a)^2 + \frac{f_2'}{2(\beta_1-\beta_2)^2} e^{2(\beta_1-\beta_2)\tau} - \frac{f_2'\tau}{(\beta_1-\beta_2)} - \frac{f_2'}{2(\beta_1-\beta_2)^2}$$

$$\begin{aligned} \rho_3^a = & -(\rho_1^a)^3\left[1 + \frac{2}{3}\frac{(\beta_1-\beta_2)^2}{(f_1')^2} + \frac{2}{3}\frac{f_2'}{(f_1')^3}(\beta_1-\beta_2) + \frac{10}{3}\frac{\beta_1-\beta_2}{f_1'}\right] \\ & - \rho_1^a\rho_2^a + e^{(\beta_1-\beta_2)\tau}\left[\frac{2f_2'}{(\beta_1-\beta_2)^2} - \left(\frac{f_1'}{\beta_1-\beta_2}\right)^2\right] - \frac{f_1' f_2'}{(\beta_1-\beta_2)^3} \\ & - e^{2(\beta_1-\beta_2)\tau}\left[\frac{f_2'}{(\beta_1-\beta_2)^2} + 8\left(\frac{f_1'}{\beta_1-\beta_2}\right)^2\right] + \frac{13}{3}\frac{f_1' f_2' \tau}{(\beta_1-\beta_2)^2} \end{aligned} \qquad (18)$$

Количественное сравнение с экспериментом затруднено из-за сложности распределения, однако в пользу его справедливости говорят два факта: существование корреляционных параметров любого порядка и чередование знака у четных и нечетных корреляционных параметров.

В струйном подходе возможно построить модель еще одного типа, которая имеет корреляционные моменты любого порядка, но в уравнениях которой нет членов,зависящих от n , т.е. нет последовательного размножениячастиц. В этой модели в элементарных реакциях допускается рождение любого числа частиц. Число параметров в такой модели, вообще говоря, бесконечно. Однако, если все корреляционные параметры – величины одного порядка и различаются только знаком (что, по-видимому, наблюдается в эксперименте /2/), то число параметров может быть сокращено до одного. Уравнения такой модели можно записать в виде:

$$\dot{P}_n^a(t) = -\Phi(t)[P_n^a(t) - P_{n-1}^a(t)] + \qquad (19)$$

$$+\Phi(t)[\Phi(t) - \frac{3}{2}]\{\sum_{k=2}^{n}\sum_{\ell=1}^{k}(-)^{k+\ell+1}\binom{k}{\ell}P_{n-k}^a(t)\ .$$

Начальные условия для этой системы:

$$P_n^a(0) = \begin{cases} 0 & , \quad n \neq 0 \\ 1 & , \quad n = 0\ , \end{cases} \qquad (20)$$

а функция $\Phi(t)$ может быть связана со средней множественностью частиц сорта " a " соотношением:

$$N_a = \int_0^{\tau} \Phi(t)\,dt\ . \qquad (21)$$

Параметры модели выбраны таким образом, чтобы обеспечить наилучшее согласование с экспериментальными данными по корреляционным функциям. К сожалению, уравнения остаются все еще слишком сложными, и мы воздержимся здесь от дальнейшего обсуждения этой модели.

Рассмотрим ограничения на корреляционные функции, следующие из общих принципов теории поля. Используя теорему Фруассара /7/

$$\sigma_{tot}(s) < \ell n^2 \frac{s}{s_0} \qquad (22)$$

и очевидное неравенство

$$\rho_1(s) = \frac{1}{\sigma_{tot}} \int \frac{d\sigma}{dy_1} dy \leq \frac{1}{2} \frac{d\sigma}{dy_1} \frac{1}{\sigma_{tot}} \int_0^Y dy_1 = \frac{1}{2}\frac{d\sigma}{dy_1}\frac{Y}{\sigma_{tot}}\ , \qquad (23)$$

где y_i –рапидити i–той вторичной частицы, а Y –рапидити налетающей частицы, имеем:

$$\rho_1(s) < \frac{s_1}{s} n \quad . \tag{24}$$

Множитель n появляется из-за учета тождественности частиц. Неравенство (24) совпадает с результатом, полученным Логуновым и др. /8/.

Аналогично для второй корреляционной функции имеем следующее выражение:

$$\rho_2(s) \leq \frac{s_1 s_2}{s^2}\left(1 - \ln\frac{s}{s_0}\right)\frac{n(n-1)}{2} - \frac{s_1^2}{s^2} n^2 = $$
$$= \rho_1(s_1)\rho_1(s_2)\left(1 - \ln\frac{s}{s_0}\right) - \rho_1^2(s_1) \; . \tag{25}$$

В случае идентичных частиц для корреляционных параметров получаем ограничение на ρ_2, а именно:

$$\rho_2 \leq - A\rho_1^2 , \tag{26}$$

где коэффициент A – порядка единицы. Этому условию удовлетворяют все рассмотренные нами модели, в которых возможны корреляционные моменты любого порядка.

Рассмотрим свойства масштабной инвариантности моделей струйного подхода. Коба, Нильсен и Олесен /9/ получили условие существования масштабной инвариантности в виде:

$$\sqrt{\frac{D}{\langle n\rangle^2}} = \sqrt{1 + \frac{\rho_2}{\rho_1}} = const \; . \tag{27}$$

Для простой модели, заданной уравнением (1) с условием (6), соотношение (24), очевидно, выполняется:

$$\sqrt{\frac{D}{\langle n\rangle^2}} = \sqrt{1 + \frac{\beta_1 - \beta_2}{g_\pi}} \tag{28}$$

То же самое следует для фейнман-газа (уравнение (13))

$$\sqrt{\frac{D}{<n>^2}} = \sqrt{1 + \frac{f_2'}{(f_1')^2}} \tag{29}$$

и обобщенной модели, когда в соотношение (13) внесены зависящие от n члены, так же, как в уравнении (1),

$$\sqrt{\frac{D}{<n>^2}} = [\, 2 + \frac{f_2'}{2 f_1'^{\,2}} + \frac{f_2'}{2 f_1' <n>} \frac{1}{\beta_1 - \beta_2} - \frac{f_2'}{2 <n>^2} \frac{[1 - (\beta_1 - \beta_2)\tau]}{(\beta_1 - \beta_2)^2}]^{1/2}.$$

Таким образом, свойством масштабной инвариантности обладают все рассмотренные выше модели. В последней модели это условие выполняется асимптотически при больших множественностях.

Заканчивая рассмотрение корреляционных параметров моделей струйного подхода, отметим следующее:

Задание уравнений для нормированного распределения множественности в струйном подходе эквивалентно заданию производящего функционала в подходе Мюллера /6/ или Кобы и соавторов /9/. Однако только в нашем подходе параметры модели (вероятности рождения) связаны с экспериментально наблюдаемыми сечениями, тогда как корреляционные функции, являющиеся параметрами в подходе Мюллера и Коба, непосредственно не наблюдаемы.

Литература

1. A.Bialas, K.Fialkowski, R.Wit. Prep. Jagellonian Univ. TPJU-24/71, Crakow, 1971.
2. A.Bialas, K.Zalewski, Prep. Jagellonian University TPJU-22/71, Cracow, 1971.
3. Н.К. Душутин, В.М. Мальцев. ОИЯИ, Р2-5829, Дубна, 1971.

4. В.М. Мальцев, Н.К. Душутин. ОИЯИ, Р2-6500, Дубна, 1972.

5. Н.К. Душутин, В.М. Мальцев, В.И. Шептий. ОИЯИ, Р2-6501, Дубна, 1972.

6. A.H.Mueller, Phys.Rev. D4, 150 (1971).

7. M.Froissart, Phys.Rev. 123, 1053 (1961).

8. А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили. ТМФ, 11, 203 (1972).

9. Z.Koba, H.B.Nielsen, P.Olesen, Phys.Letters 38B, 25 (1972).

Рукопись поступила в издательский отдел
6 июня 1972 года.