СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р2 - 6501

Н.К.Душутин, В.М.Мальцев, В.И.Шептий

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

МОДЕЛЬ ФЕЙНМАН-ВИЛЬСОН ГАЗА КАК СЛЕДСТВИЕ СТРУЙНОГО ПОДХОДА К НЕУПРУГИМ АДРОННЫМ ПРОЦЕССАМ

1972

P2 - 6501

Н.К.Душутин, В.М.Мальцев, В.И.Шептий

МОДЕЛЬ ФЕЙНМАН-ВИЛЬСОН ГАЗА КАК СЛЕДСТВИЕ СТРУЙНОГО ПОДХОДА К НЕУПРУГИМ АДРОННЫМ ПРОЦЕССАМ

При взаимодействии частиц в области высоких энергий существенную роль играют неупругие процессы. Теоретическое изучение таких процессов началось сравнительно недавно, но проводится достаточно интенсивно, и в настоящее время для некоторых энергетических областей существует целый ряд моделей.

Существующие модели одинаково хорошо описывают явления, но используют для этой цели различные теоретические подходы и соответственно различные динамические переменные. В этой связи весьма актуальной является задача выяснения общих свойств таких моделей и путей их взаимного перехода.

В последнее время внимание теоретиков, занимающихся изучением глубоко неупругих взаимодействий адронов, привлечено к так называемой модели фейнман-газа [1,2]. Вместе с тем некоторые аспекты таких взаимодействий могут быть успешно изучены в струйной модели [3,4].

Целью настоящей работы является выяснение общих моментов этих моделей. Ниже будет показана возможность формулировки модели фейнман-газа на языке струйной модели, и на этой основе предложена обобщенная модель.

В разделе I приведено краткое содержание работ по фейнман-газу. В разделе II рассмотрены основные моменты струйной модели. Вывод распределения для фейнман-газа из уравнений струйной модели дан в разделе III. В разделе IV предложено уравнение для обобщенной модели.

Фейнман-газ

Для описания мультипериферических процессов, проявляющих свойства масштабной инвариантности, Фейнманом была предложена аналогия с газом.

Координаты i-частицы газа $\vec{r}_i$ связаны с импульсом физической частицы $\vec{K}_i$ следующим образом:

$$x_i = k_{xi}\,, \quad y_i = k_{yi}\,, \quad z_i = \ln \frac{k_{zi}+k_{0i}}{m_{\perp i}}\,, \tag{1}$$

где $m_{\perp i} = (m_i^2 + k_{xi}^2 + k_{yi}^2)^{1/2}$. Переменную z_i в инклюзивных процессах называют еще репидити.

Законы сохранения энергии-импульса для физических частиц накладывают ограничение на продольную координату частиц газа z_i, т.е. появляется некоторое подобие стенок, расстояние между которыми зависит от репидити (в конечном счете от энергии) начальных частиц и пропорционально $\ln s/\mu_1\mu_2$, где s – квадрат полной энергии начальных частиц, μ_1 и μ_2 – их массы.

Ограничение поперечного импульса вторичных частиц (взятое как экспериментальный факт) приводит к стягиванию частиц газа в трубку с радиусом порядка 300 Мэв.

По аналогии со статистической физикой реального газа для фейнман-газа могут быть введены одночастичная и двухчастичная функции распределения. Предполагается, что силы в фейнман-газе являются коротко́действующими. Это позволяет получить фейнмановскую инвариантность [5] в центральной области и гипотезу ограниченной фрагментации [6] вблизи той стенки, которая соответствует частице-мишени. Но короткодействие ведет также и к нежелательному свойству: корреляционные функции выше второго порядка полагаются равными нулю, тогда как в эксперименте это, по-видимому, не наблюдается.

Мюллер [2], рассматривая распределение множественности в инклюзивных процессах в случае доминирования изолированного и факторизуемого редже-полюса, получил как частный случай (в предположении $f_n = 0$ при $n > 2$) следующее распределение для фейнман-газа:

$$\Psi_n(z) = \frac{\sigma_n}{\sigma_{tot}} = \frac{e^{\frac{1}{2}f_2(z) - f_1(z)}}{n!} \left(\frac{f_2(z)}{2}\right)^{n/2} (-i)^n H_n\left(i\frac{f_2(z) - f_1(z)}{\sqrt{2f_2(z)}}\right),$$

где $H_n(f_1, f_2)$ - полиномы Эрмита, а $f_1(z)$ и $f_2(z)$ соответственно первая и вторая корреляционные функции

$$f_1(z) = \frac{1}{\sigma_{tot}} \int \frac{d\sigma}{dz} dz = a_1 z + \beta_1$$

$$f_2(z) = \frac{1}{\sigma_{tot}} \int \frac{d\sigma}{dz_1 dz_2} dz_1 dz_2 - \left(\frac{1}{\sigma_{tot}} \int \frac{d\sigma}{dz} dz\right)^2 = a_2 z + \beta_2 \quad (3)$$

(последние части равенства возникают из-за доминирования изолированного и факторизуемого редже-полюса), здесь z - полная репидити , которая удовлетворяет соотношению

$$z = \ln\frac{s}{\mu_1 \mu_2}, \quad (4)$$

где s - квадрат полной энергии начальных частиц, μ_1, μ_2 - их массы.

Необходимо отметить два факта. Первое: в работе Мюллера [2] не содержится никаких указаний относительно знака функции $f_2(z)$ (функция $f_1(z)$ по своему смыслу, очевидно, положительна). Из эксперимента следует, что функция $f_2(z)$ меняет знак. Второе: распределение (2) в данном виде не является нормированным на единицу, т.е. $\sum\limits_n \Psi_n \neq 1$. Для правильной нормировки нужно либо изменить показатель экспоненты в (2) на $-\frac{3}{2} f_2(z) + f_1(z)$, либо заменить фактор $(-i)^n$ на $(i)^n$. Отметим, что то и другое возможно без какой-либо модификации вывода, приведенного Мюллером в работе, хотя второе более естественно.

Струйная модель

Основным предположением струйной модели [3,4] является следующее: для описания взаимодействия частиц в области высоких энергий можно применить приближение случайных процессов; при этом весь процесс множественного рождения разбивается на ряд элементарных процессов рождения, каждому из которых ставится в соответствие определенная вероятность. Таким образом, для полной вероятности рождения n частиц определенного сорта (нормированного распределения множественности) может быть построено уравнение, использующее закон сохранения вероятности.

В [3] нами была рассмотрена такая модель для образования пионов, каонов и гиперонов в результате взаимодействия двух любых частиц этих сортов. Рассматривались элементарные процессы только такого типа, в которых в конечном состоянии образуется одна дополнительная частица.

В [4] нами предложена аналогичная модель для $p\bar{p}$ аннигиляции в пионы, каоны и гипероны. При этом в элементарных процессах заряженные пионы предполагались рождающимися только парами, а каоны, гипероны и нейтральные пионы - рождающимися поодиночке (точнее, предполагалось рождение пары $K\bar{K}$ или KY).

В первой работе развитие процесса рассматривалось в пространстве, а во второй – во времени. Однако это обстоятельство не имеет существенного значения, так как распределение множественностей зависит только от полной вероятности рождения, т.е. произведения элементарной вероятности за единицу времени (единицу длины) на время взаимодействия (характерный размер области взаимодействия).

Пусть, например, возможны только процессы одночастичного рождения. Тогда начальные частицы, которые полагаем произвольными или отождествляем с какими-либо из вторичных, что значительно сокращает число свободных параметров, могут производить следующие реакции:

начальные частицы $\to \pi$ + еще что-нибудь, с вероятностью за ед. времени α_1,

начальные частицы $\to K$ + еще что-нибудь, с вероятностью за ед. времени α_2,

начальные частицы $\to Y$ + еще что-нибудь, с вероятностью за ед. времени α_3.

Кроме этого возможны реакции размножения пионов за счет вторичных частиц.

$\pi \to \pi + \pi$ вероятность за единицу времени β_1,

$K \to K + \pi$
$(\bar{K} \to \bar{K} + \pi)$ вероятность за единицу времени β_3,

$Y \to Y + \pi$ вероятность за единицу времени β_4

и реакции уничтожения пионов:

$\pi \to K + \bar{K}$ вероятность за единицу времени β_2.

Обозначая через $P_n^{\pi}(t)$ вероятность рождения за время t n пионов, через $P_n^{k}(t)$ – вероятность рождения за время t n каонов и через $P_n^{y}(t)$ – вероятность рождения за время t n гиперонов, получаем для них следующую систему уравнений

$$\dot{P}_n^{\pi}(t) = -[n(\beta_1-\beta_2) + a_1 + 2(\sum_n nP_n^k(t))\beta_3 + (\sum_n nP_n^y(t))\beta_4]\cdot$$

$$\cdot P_n^{\pi}(t) + [(n-1)(\beta_1-\beta_2) + a_1 + 2(\sum_n nP_n^k(t))\beta_3 + (\sum_n nP_n^y(t))\beta_4]P_{n-1}^{\pi}(t) \qquad (5)$$

$$\dot{P}_n^k(t) = -[a_2 + (\sum_n nP_n^{\pi}(t))\beta_2][P_n^k(t) - P_{n-1}^k(t)]$$

$$\dot{P}_n^y(t) = -a_3[P_n^y(t) - P_{n-1}^y(t)]$$

с начальными условиями

$$P_n^{\pi}(0) = P_n^k(0) = P_n^y(0) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} . \qquad (6)$$

Для решения этой системы необходимо сделать опредленные предположения о поведении величины $N_a = \sum_n nP_n^a(t)$. В предыдущих наших работах применялось первое приближение

$$N_a(t) = N_a(\tau) = const, \qquad (7)$$

которое означает, что все процессы в течение времени взаимодействия происходят виртуально, а затем все частицы превращаются в физические.

Здесь подчеркнем еще раз, что для полного задания модели необходимо сделать предположения о

1) каналах рождения (в конечном счете о том, какие частицы образуются,

2) числе конечных частиц в элементарных реакциях (т.е. одночастичное, двухчастичное и т.д. рождение),

3) поведении функции $N_a(t)$.

Изменение любого из этих предположений меняет нормированное распределение множественности. На общее поведение корреляционных функций оказывают влияние только первый и второй пункты.

Фейнман-газ в струйном подходе

Для того чтобы получить распределение (2) в рамках струйной модели, необходимо сделать ряд допущений. Введем формальные обозначения

$$a_\pi(t) = a_1 + 2\left(\sum_n n P_n^k(t)\right)\beta_3 + \left(\sum_n n P_n^y(t)\right)\beta_4 ,$$

$$a_k(t) = a_2 + \left(\sum_n n P_n^\pi(t)\right)\beta_2 .$$

$$a_y(t) = a_3 . \qquad (8)$$

Величины $a_a(t)$ имеют смысл вероятности рождения за единицу времени одной частицы сорта a всеми возможными в реакциях частицами других сортов.

Предположим теперь, что возможно рождение в элементарных реакциях двух частиц сорта a с вероятностью за единицу времени, равной $b_a(t)$.

Далее, пусть

$$\beta_1 = \beta_2 . \qquad (9)$$

Это означает, что полное число пионов, образованных в результате реакции, равно числу пионов, образованных из начального состояния.

При этом условии уравнения нормированной множественности частиц любого сорта однотипны и могут быть записаны следующим образом:

$$\dot{P}_n^a(t) = -a_a(t)\left[P_n^a(t) - P_{n-1}^a(t)\right] - b_a(t)\left[P_{n-1}^a(t) - P_{n-2}^a(t)\right] . \qquad (10)$$

Положим теперь формально, что

$$a_a(t) = f_1' - f_2' t ,$$

$$b_a(t) = f_2' t , \qquad (11)$$

где f_1' и f_2' не зависят от t. Тогда уравнение (10) переписывается в виде:

$$\dot{P}_n^a(t) = -f_1'[P_n(t) - P_{n-1}(t)] + f_2' \, t[P_n^a(t) - 2P_{n-1}^a(t) - P_{n-2}^a(t)]. \qquad (12)$$

Решение этого уравнения при начальных условиях (6) и для физических частиц (т.е. в момент $t = \tau$ полное время взаимодействия) имеет вид

$$P_n^a(\tau) = e^{-f_1'\tau + \frac{1}{2}f_2'\tau^2} \frac{1}{n}\left(i\sqrt{\frac{f_2'}{2}}\tau\right)^n H_n\left(i\frac{f_2'\tau - f_1'}{\sqrt{2f_2'}}\right) \qquad (13)$$

и представляет собой нормированное распределение множественности для фейнман-газа с параметрами

$$f_1'\tau = f_1, \qquad f_2'\tau^2 = f_2. \qquad (14)$$

Таким образом, корреляционные функции в фейнман-газе связаны с вероятностями рождения струйной модели. Вторая корреляционная функция равна вероятности рождения двух частиц сорта a всеми возможными частицами другого сорта в течение полного времени взаимодействия. Первая корреляционная функция равна полной вероятности рождения частицы сорта a, т.е. сумме вероятностей рождения одной и двух частиц всеми остальными частицами другого сорта за то же время.

Кроме того отметим, что если, следуя работе /1/, считать что фейнман-газ подчиняется распределению с корреляционными функциями не выше второго порядка, то можно считать фейнман-газом любые решения уравнения (10), где $a_a(t)$ и $b_a(t)$, вообще говоря, различные полиномы по t.

С этой точки зрения, распределение (2), полученное Мюллером, не является самым общим, поскольку для того чтобы его получить требуется линейная зависимость $a_a(t)$ и $b_a(t)$ от t, причем специфического вида. Это хотя и выглядит достаточно естественным, но априори не является единственным или самым общим.

Обобщенная модель

Откажемся от искусственного в рамках струйной модели предположения (9), но сохраним возможность двухчастичного рождения в элементарных процессах. Тогда для нормированного распределения множественностей имеем следующую систему уравнений

$$\dot{P}_n^{\pi}(t) = -(\beta_1 - \beta_2)[n P_n^{\pi}(t) - (n-1) P_{n-1}^{\pi}(t)] -$$

$$- a_{\pi}(t)[P_n^{\pi}(t) - P_{n-1}^{\pi}(t)] - b_{\pi}(t)[P_{n-1}^{\pi}(t) - P_{n-2}^{\pi}(t)]$$

$$\dot{P}_n^{k,y}(t) = - a_{k,y}(t)[P_n^{k,y}(t) - P_{n-1}^{k,y}(t)] \tag{15}$$

$$- b_{k,y}(t)[P_{n-1}^{k,y}(t) - P_{n-2}^{k,y}(t)].$$

Используя предположения (11) и начальные условия (6), получаем распределения типа фейнман-газа (13) для каонов и гиперонов. Для пионов распределение может быть записано в виде

$$P_n^{\pi}(\tau) = \exp(-2 f_1 \tau - f'_2 \tau^2 - \frac{f'^2_1}{2 f'_2}) \frac{Y^n}{n!} \frac{\partial^n}{\partial Y^n} \cdot \tag{16}$$

$$\cdot \exp\{\sqrt{\frac{f'_2}{2}}[\frac{\ln(1-Y)}{\beta_1 - \beta_2} - \frac{f'_1}{f'_2}]^2\},$$

где

$$Y = 1 - \exp(-\beta_1 \tau - \beta_2 \tau). \tag{17}$$

К сожалению, эта форма является слишком громоздкой, не выражается в известных функциях, и, следовательно, может быть рассчитана лишь численно. В связи с этим возникает вопрос, целесообразно ли вводить в уравнения члены, зависящие от n и $n-1$, поскольку они существенно усложняют распределение по множественности? Ответ содержится в выяснении физического смысла членов и условий, при которых ими можно пренебречь.

Прежде всего рассмотрим зависимость средней множественности от энергии. Средняя множественность по распределению (13) равна

$$N_a(\tau) = f_1' \, \tau . \tag{18}$$

Отсюда, используя (14), (3) и (4), получаем

$$N_a(\tau) \approx \ln s . \tag{19}$$

Для распределения (16) средняя множественность равна

$$N_\pi(\tau) = \frac{f_1'}{\beta_1 - \beta_2} \{ \exp(\beta_1 \tau - \beta_2 \tau) - 1 \} \tag{20}$$

или, привлекая те же соотношения, получаем

$$N_\pi(\tau) = \gamma \frac{\ln(s/s_0)}{\ln(s/s_0)} \left[\left(\frac{s}{s_0}\right)^{1/\gamma} - 1 \right] . \tag{21}$$

В этом случае средняя множественность пионов растет пропорционально либо некоторой (небольшой) степени энергии, либо логарифму энергии. С точки зрения имеющихся в настоящее время экспериментальных данных допустимо как то, так и другое поведение.

Далее, оставим в первом уравнении (5) только члены, линейные по n и $(n-1)$, тогда

$$\dot{P}_n^{\pi}(t) = -(\beta_1 - \beta_2)[(n+1) P_n^{\pi}(t) - n P_{n-1}^{\pi}(t)] . \tag{22}$$

Решение этого уравнения можно записать в виде

$$P_n^{\pi}(t) = Y^n (1 - Y) , \tag{23}$$

где Y определяется (17). Средняя множественность такого распределения Паскаля:

$$N_\pi(\tau) = \frac{Y}{1 - Y} \tag{24}$$

либо вообще не зависит от энергии, либо имеет слабую степенную зависимость. Подобный характер поведения средней множественности наблюдается в процессах дифракционной диссоциации /7/.

Таким образом, члены, зависящие от n и $(n-1)$ в уравнениях (15), можно исключить только при достаточно больших энергиях, когда вкладом процессов дифракционной диссоциации можно пренебречь.

В заключение отметим, что в рамках струйного подхода дальнейшим обобщением является модель, определяемая уравнением типа (15) с произвольными функциями $a_a(t)$ и $b_a(t)$. Распределение по множественности пионов в этой модели можно записать в виде

$$P_n^\pi(t) = \exp\{-2\int_0^\pi [a_\pi(t) + \frac{1}{2} b_\pi(t)]\, dt\} \frac{Y^n}{n!} \frac{\partial^n}{\partial Y^n} \cdot$$
$$\exp\{\int_0^{Y(\tau)} [a_\pi(t) + \frac{1}{2} b_\pi(t)\, dt\}. \tag{25}$$

Такое выражение, хотя и отличается от распределения (16), но сходно с ним по общему поведению корреляционных функций. Вопросы детального изучения корреляционных функций в струйном подходе представляют самостоятельный интерес. Они подробно будут рассмотрены в дальнейшем.

Литература

1. K.G.Wilson. Preprint CLNS-131, 1970.
2. A.H.Mueller. Phys.Rev. D4, 150 (1971).
3. Н.К.Душутин, В.М. Мальцев. Препринт ОИЯИ Р2-5829, Дубна, 1971.
4. В.М. Мальцев, Н.К. Душутин. Препринт ОИЯИ Р2-6500, Дубна, 1972.
5. I.D.Bjorken. Phys.Rev., 179, 1547 (1969).

6. I.Benecke, T.T.Chou, C.N.Yang, E.Yen. Phys.Rev., 188, 2159 (1969).

7. M.Good, W.Walker. Phys.Rev., 120, 1857 (1960).

Рукопись поступила в издательский отдел
6 июня 1972 года.