ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 6482

С.В.Голоскоков, В.А.Матвеев

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ НА ПАРАМЕТРЫ КВАЗИПОТЕНЦИАЛА

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1972

P2 - 6482

С.В.Голоскоков, В.А.Матвеев

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ НА ПАРАМЕТРЫ КВАЗИПОТЕНЦИАЛА

Направлено в ЯФ

Квазипотенциальный подход Логунова-Тавхелидзе /1/ в последнее время широко используется при исследовании процессов взаимодействия частиц высоких энергий.

Как известно, в теории со слабой связью локальный двухчастичный квазипотенциал может быть построен с помощью теории возмущений в виде ряда по степеням константы связи /1/.

Для сильной связи не существует, вообще говоря, регулярного метода построения локального квазипотенциала, и подход к описанию процессов сильного взаимодействия при высоких энергиях, развитый в работах /2/, основан на феноменологическом выборе гладкого локального квазипотенциала /3/. Характерные параметры квазипотенциала: эффективный радиус и интенсивность взаимодействия в общем случае могут зависеть от энергии.

Подчеркнем, что квазипотенциальный подход с феноменологическим гладким локальным квазипотенциалом позволяет аппроксимировать амплитуду рассеяния в физической области, но не гарантирует, вообще говоря, правильного аналитического продолжения в нефизическую область x/.

---

x/ Например, для квазипотенциала гауссовского вида амплитуда рассеяния является целой функцией переданного импульса, что неудовлетворительно с точки зрения дисперсионных соотношений /4/.

Тем не менее, интересно изучить те следствия, к которым приводят строгие ограничения для амплитуд в физической области, доказанные в рамках локальной квантовой теории поля, если их применить к амплитуде рассеяния, найденной на основе квазипотенциального уравнения Логунова-Тавхелидзе с помощью феноменологического гладкого квазипотенциала.

Рассмотрению этого вопроса и посвящена данная работа.

В дальнейшем мы будем использовать следующие неравенства, полученные в работах Логунова и Мествиришвили, Мартена и др.

1. Ограничение для амплитуды рассеяния (снизу) /5/

$$|T(E,\theta)| \geq e^{-\phi(\theta)} \frac{E \ln E}{\sqrt{a + b\,\dfrac{\ln E}{B(E)}}}, \tag{1}$$

где a и b -некоторые положительные постоянные.

2. Для параметра наклона дифракционного пика (сверху) /6,7/

$$B(E) \leq \ln^2 E. \tag{2}$$

3. Для полных сечений (снизу) /8/

$$\sigma_{tot} > \frac{1}{E^4 \ln^2 E}. \tag{3}$$

С помощью неравенств (1-3) мы найдем асимптотические ограничения на характерные параметры квазипотенциала.

В 1-м параграфе работы мы выпишем оценки на физические величины, которые понадобятся нам во втором параграфе для получения ограничений на параметры квазипотенциала.

1. Оценки на физические величины

Рассмотрим задачу рассеяния для квазипотенциального уравнения Логунова–Тавхелидзе, описывающего рассеяние двух скалярных частиц равной массы

$$(E^2 - m^2 - \hat{p}^2)\Phi(\vec{r}) = -\frac{1}{\sqrt{m^2+\hat{p}^2}} V(E,r)\Phi(\vec{r}) \tag{4}$$

(E –полная энергия частицы в сцм; $\hat{p} = \frac{\hbar}{i}\vec{\nabla}$) на гладком комплексном квазипотенциале общего вида /9/

$$V(E,r) = 4igE^2 \phi\left(\frac{r^2}{r_0^2}\right) e^{-\psi\left(\frac{r^2}{r_0^2}\right)} . \tag{5}$$

Мы предполагаем, что функции $\phi(x^2)$ и $\psi(x^2)$ полиномиально ограничены, причем при больших $|x|$:

$$\psi(x^2) \approx dx^{2\nu}, \tag{6}$$

а параметры квазипотенциала r_0 –(радиус взаимодействия) и g – (интенсивность) зависят в общем случае от энергии, причем

$$|g/E| \to 0 \qquad \text{при} \qquad E \to \infty . \tag{7}$$

Раскладывая волновую функцию по парциальным волнам, можно найти амплитуду рассеяния в квазиклассическом приближении /10/. Основной вклад в парциальное разложение определяется из уравнений x/

---

x/ Здесь мы используем метод квазиклассического приближения в комплексной области углового момента /11/.

$$\frac{d\delta_l}{dl} = \pm \frac{\theta}{2} \tag{8}$$

или в безразмерных переменных $\lambda = \dfrac{\hbar(l+\frac{1}{2})}{E r_0}$:

$$\frac{d\delta(\lambda)}{d\lambda} = \pm \frac{E r_0 \theta}{2\hbar} . \tag{8a}$$

При $E \to \infty$ правая часть уравнения (8а) велика и возможны следующие случаи /10/:

(I) $\dfrac{d\delta(\lambda)}{d\lambda}$ –гладкая функция в λ –плоскости.

Для амплитуды рассеяния на квазипотенциале (5) можно получить:

$$T(E,\theta) \approx e^{-\phi(\theta) E r_0 (\ln E)^{1/2 \nu}} . \tag{9a}$$

(*II*). Производная фазы имеет особенности в λ –плоскости, и основной вклад в амплитуду дается ближайшей из них ($min\ \{ Jm\ \lambda \}$):

$$T(E,\theta) \approx e^{-\phi'(\theta) E r_0} . \tag{9б}$$

Оценки для полного сечения рассеяния и параметра наклона дифракционного пика, необходимые в дальнейшем, найдем из эйконального представления для амплитуды рассеяния, справедливого в квазипотенциальном подходе при высоких энергиях в области фиксированных передач /2/

$$T(E,\Delta) = \frac{iE^2 r_0^2}{4\pi^2} \int_0^\infty dy\, J_0(\sqrt{y}\, r_0 \Delta)(1 - e^{\chi(y)}), \tag{10}$$

где Δ –переданный импульс, $y = \dfrac{\rho^2}{r_0^2}$;

$$\chi(y) = \frac{i}{2E^2}\int_{-\infty}^{\infty} dz\, V\left(E, \frac{\rho^2 + z^2}{r_0^2}\right).$$

Полные сечения определим из оптической теоремы:

$$\sigma_{tot} = \frac{8\pi^3}{E^2}\, Jm\, T(E,0), \tag{11}$$

а параметр наклона дифракционного пика – из соотношения:

$$B = \frac{d}{dt}\left[\ln |T^2|\right]\Big|_{t=0} \quad (t = -\Delta^2). \tag{12}$$

Для чисто мнимого квазипотенциала имеем:

$$\sigma_{tot} \approx \begin{cases} g r_0^3 & (g r_0 \to 0) \quad (13а) \\ r_0^2 (\ln g r_0)^{1/\nu} & (g r_0 \to \infty) \quad (13б) \end{cases}$$

$$B \approx \begin{cases} r_0^2 & (g r_0 \to 0) \quad (13в) \\ r_0^2 (\ln g r_0)^{1/\nu} & (g r_0 \to \infty). \quad (13г) \end{cases}$$

2. Ограничения на параметры квазипотенциала

Для того, чтобы получить верхние границы r_0 и g, воспользуемся ограничениями (1,2).

Подставляя (9а,б) в (1) и учитывая (13г), получим:

$$aB + b \ln E \leq (\ln E)^{\epsilon} (\ln g)^{1/\nu}, \tag{14}$$

где

$$\epsilon = \begin{cases} 2 - 1/\nu & \text{в случае} \quad (I) \\ 2 & \text{в случае} \quad (II). \end{cases}$$

Естественно, неравенство (14) не должно противоречить (2). Поэтому в случае (II) константа связи ограничена степенью логарифма энергии:

$$|g| \le (\ln E)^{\gamma} \qquad (\gamma \text{ - произвольное}), \tag{15}$$

а для r_0 получим из (14):

$$r_0 \le \ln E .$$

В случае (I) константа связи, вообще говоря, может расти как некоторая степень энергии:

$$|g| < E^{a} \qquad (0 < a < 1).$$

Рассмотрим сначала следующую область:

$$E^{\delta} < |g| < E^{a}, \tag{16}$$

где δ -сколь угодно малое положительное число.

При этом из (15) следует:

$$r_0 \le (\ln E)^{1 - \frac{1}{2\nu}} . \tag{17}$$

Рассмотрим теперь случай логарифмической зависимости интенсивности взаимодействия от энергии:

$$|g| \le (\ln E)^{\gamma} \quad (\gamma \text{ -произвольно}).$$

При этом неравенство (14) можно переписать в виде:

$$a r_0^2 + b \ln E \le (\ln E)^{2 - 1/\nu} . \tag{19}$$

Отсюда следует, что при $\nu \ge 1$ для r_0 справедливо ограничение (17).

Если же $\nu < 1$, ограничение (19) нарушено, и случай (I) невозможен. Следовательно, при $\nu < 1$ обязательно должны существовать особенности производной фазы.

Найдем теперь нижние границы для параметров квазипотенциала. Для этого определим допустимые границы экспоненциального поведения амплитуды рассеяния в области больших углов при высоких энергиях:

$$|T(E,\theta)| < e^{-\phi(\theta) E^{\mu} (\ln E)^{n}}, \tag{20}$$

где μ -сколь угодно малое положительное число; n - произвольное число.

Используя (3, 9а, б, 20), найдем ограничения на r_0 и g:

$$r_0 > \frac{(\ln E)^{\beta}}{E^{1-\mu}}; \qquad |g| > \frac{(\ln E)^{\beta'}}{E^{1-3\mu}}, \tag{21}$$

β, β' -произвольно.

Таким образом, нами получены следующие ограничения на характерные параметры квазипотенциала:

Ограничение для g	Ограничение для r_0	Случай (I, II)	возможные ν
$E^{\delta} < \|g\| < E^{a}$ ($\delta \to +0$; $0 < a < 1$)	$\frac{(\ln E)^{\beta}}{E^{1-\mu}} < r_0 \leq (\ln E)^{1-1/2\nu}$ ($\mu \to +0$)	I	ν - произвольно
$\frac{(\ln E)^{\beta}}{E^{1-3\mu}} < \|g\| \leq (\ln E)^{\gamma}$	$\frac{(\ln E)^{\beta}}{E^{1-\mu}} < r_0 \leq (\ln E)^{1-1/2\nu}$	I	$\nu \geq 1$
γ - произвольно, β -произвольно	$\frac{(\ln E)^{\beta}}{E^{1-\mu}} < r_0 \leq \ln E$	II	ν -произвольно

В качестве примера выпишем ограничения на характерные параметры для двух наиболее часто встречающихся видов квазипотенциалов.

Квазипотенциал	Допустимые границы изменения параметров квазипотенциалов при $E \to \infty$
$V(E,r) = 4iE^2 g\, e^{-\frac{r^2}{r_0^2}}$ /2/	$\frac{(\ln E)^\beta}{E^{1-3\mu}} < \lvert g \rvert < E^a;\ \frac{(\ln E)^\beta}{E^{1-\mu}} < r_0 \le (\ln E)^{1/2}$
$V(E,r) = 4iE^2 g\, \frac{e^{-d\sqrt{1+r^2/r_0^2}}}{\sqrt{1+r^2/r_0^2}}$ /12/	$\frac{(\ln E)^\beta}{E^{1-3\mu}} < \lvert g \rvert \le (\ln E)^\gamma;\ \frac{(\ln E)^\beta}{E^{1-\mu}} < r_0 \le \ln E$

Найденные ограничения на параметры квазипотенциала могут быть использованы при анализе высокоэнергетического рассеяния частиц в рамках квазипотенциального подхода.

Авторы выражают глубокую благодарность А.Н. Тавхелидзе, Д.В.Ширкову, В.Г. Кадышевскому, О.А. Хрусталеву за полезные обсуждения и критические замечания, а также В.Р. Гарсеванишвили, С.П. Кулешову, В.И. Саврину, Л.А. Слепченко, М.А. Смондыреву, А.Н. Сисакяну, Н.Е. Тюрину за интересные дискуссии.

Литература

1. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze. Nuovo Cim.,29,380 (1963).
   A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze, I.T.Todorov, O.A.Khrustalev. Nuovo Cim., 30, 134 (1963).
2. V.R.Garsevanishvili, V.A.Matveev, L.A.Slepchenko, A.N.Tavkhelidze. Phys.Rev., 4D, 849 (1971).

В.Р. Гарсеванишвили, В.А. Матвеев, Л.А.Слепченко. ЭЧАЯ, т. 1, в. 1, стр. 91, Атомиздат, Москва, 1970.

3. S.P.Alliluyev, S.S.Gershtein, A.A.Logunov. Phys.Lett., 18, 195 (1965);

А.А. Логунов, О.А. Хрусталев. ЭЧАЯ, т. 1, в. 1, стр. 71, Атомиздат, Москва, 1970;

B.M.Barbashov, S.P.Kuleshov, V.A.Matveev, A.N.Sissakian, A.N.Tavkhelidze. Phys.Lett. 33B, 419 (1970).

4. A.A.Logunov, M.A.Mestvirishvili. Phys.Lett., 24B, 620 (1967).

5. A.A.Logunov, M.A.Mestvirishvili. Phys. Lett., 24B, 583 (1967).

6. A.A.Logunov, M.A.Mestvirishvili, Nguyen van Heiu. Phys.Lett., 25B, 611 (1967).

7. T.Kinoshita. Lectures in Theoretical Physics, 7B,144 University Colorado Press, 1964.

8. Y.S.Yin, A.Martin. Phys.Rev., 135B, 1369, 1975 (1964).

9. В.И. Саврин, Н.Е. Тюрин, О.А. Хрусталев. ЯФ, 10, 856 (1969); ЯФ, 11, 880 (1970).

10. С.В. Голоскоков. ОИЯИ Р2-6442, Дубна (1972).

11. Дж. Хединг. Введение в метод фазовых интегралов. Мир, 1965.

12. М.А. Мествиришвили, Г.Л. Рчеулишвили. ТМФ, 8, 206 (1971).

Рукопись поступила в издательский отдел
31 мая 1972 года.