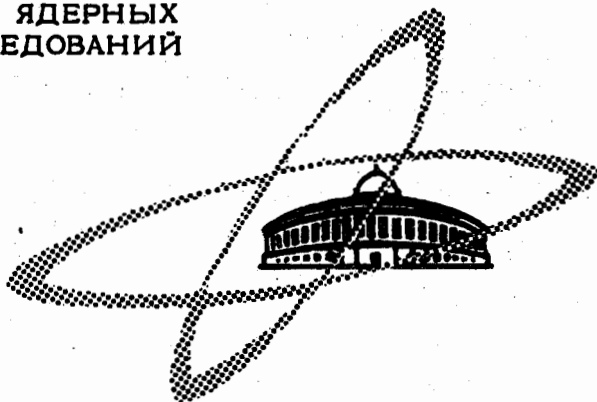


6438

ЭКЗ. ЧИТ. ЗАЛА

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна.



P2 - 6438

А.П.Ванжа, Л.И.Лагидус, А.В.Тарасов

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ  
В ПОЛЯРИЗАЦИИ НУКЛОНОВ  
ПРИ МЕЗОН-НУКЛОННОМ РАССЕЙЯНИИ

1972

Электромагнитные эффекты в поляризации нуклонов  
при мезон-нуклонном рассеянии

Обращено внимание на то, что при высоких энергиях в процессах упругих (и некоторых неупругих) соударений учет наряду с сильными также и электромагнитного взаимодействия частиц со спинами заметно сказывается на поляризации адронов при малых  $t$ . Изучение параметров  $P_0$ ,  $R$  и  $A$  при малых  $t$  позволяет определить действительные и мнимые части адронных амплитуд  $A$  и  $B$ .

Препринт Объединенного института ядерных исследований.  
Дубна, 1972

Vanzha A.P., Lapidus L.I., Tarasov A.V.

P2 - 6438

Electromagnetic Effects in Nucleon Polarization  
at Meson-Nucleon Scattering

See the Summary on the reverse side of the title-page.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.  
Dubna, 1972

P2 - 6438

А.П.Ванжа, Л.И.Липидус, А.В.Тарасов

**ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ  
В ПОЛЯРИЗАЦИИ НУКЛОНОВ  
ПРИ МЕЗОН-НУКЛОННОМ РАССЕЯНИИ**

*Направлено в ЯФ*

## Summary

It is shown, that at high energy and small  $t$  the contribution of electromagnetic interaction of particles with spin is of importance for polarization effects in elastic ( and some inelastic) processes of hadrons. The investigation of polarization  $P_0(t)$  and also Wolfenstein parameters  $A$  and  $R$  at small  $t$  gives the possibilities for experimental determination of real and imaginary parts of hadronic invariant amplitudes  $A$  and  $B$ . in (13).

With the help of (22), (23) and (25) under condition (26) we obtain (24). When comparing (24) with (13) we obtain (27) and (28) for electromagnetic contribution for  $A$  and  $B$ . When the amplitude  $A'$  in (14) is involved, the expressions for the cross-section, polarization  $P_0$ ,  $R$  and  $A$  are given in (15), (16), (39) and (40). The expression for  $A'_{em}$  is given in (29).

When both hadronic and electromagnetic amplitudes are considered simultaneously the question of relative phases of amplitudes becomes of interest. With the help of the representations (42) and (43) for total elastic amplitude we obtain (46) when (45) and (44) are taken into account. In the Born approximation for electromagnetic amplitude (48) is valid. For hadronic amplitudes we have (51) from (43) and (48). For these amplitudes (52) follows from (43), (49) and (50). With the help of (51) and (52) we obtain (53) and (54). For the determination of singular parts of the  $\Gamma_{em}$  phase we have to take into account (43) and (47). This gives (55). With the help of (52) we have (56), (57), (58) and (59). With the help of (59), (54), (46) and (42) we have (60) at small  $q^2$ .

The estimations for  $t_m$  in (33) and (34) give relativistic generalization of Schwinger slow neutron scattering (1)-(5) results. The Coulomb interaction, which is dominant at  $|t| < |t_c|$ , where  $t_c$  is given in (35) and (36), strongly reduces polarization effects when compared with the case of meson-neutron scattering (37). Electromagnetic effects give essential deviations from (38) at small  $t$ .

For the numerical estimation of the scale of electromagnetic effects, we have taken approximate hadronic amplitudes from Rarita et al.<sup>11</sup>). The results, which were obtained in this way, are illustrated on the figure.

1. Экспериментальное исследование дифференциальных сечений рассеяния заряженных адронов в области малых углов, где существенна интерференция амплитуд адронного и кулоновского рассеяния, оказывается весьма эффективным методом для определения амплитуды ядерного рассеяния при малых значениях квадрата переданного импульса -  $t$  вместе со знаком ее действительной части и широко используется при различных энергиях частиц.

Недавно было обращено внимание на значительный вклад однофотонных диаграмм в сечение ряда неупругих процессов, особенно при высоких энергиях, когда адронная часть амплитуды убывает с ростом энергии<sup>/1/</sup>.

Изучению поляризационных явлений с учетом электромагнитных эффектов в упругих и неупругих столкновениях адронов при малых  $t$  ( $t'$ ) посвящено немного исследований<sup>/2/</sup>. Со времени работы Швингера<sup>/3/</sup> известно, что в результате учета взаимодействия магнитного момента нейтрона  $\mu_n$  с кулоновским полем (бесспинового) ядра с зарядом  $Ze$  к не зависящей при малых энергиях от спина ядерной амплитуде упругого рассеяния нейтронов ядрами  $F_0$  добавляется спин-орбитальная амплитуда вида

$$i(\vec{\sigma} \vec{n}) \gamma_n / \theta, \quad (1)$$

где

$$[\vec{p} \vec{p}'] = \sin \theta \vec{n}, \quad \gamma_n = Z \mu_n e^2 / M c^2 \quad (2)$$

и пренебрегается эффектами формфакторов и электронным экранированием. Таким образом, (в борновском приближении) амплитуда упругого рассеяния медленных нейтронов ядрами с учетом электромагнитных эффектов имеет вид

$$F = F_0 + \frac{i \gamma_n}{\theta} (\vec{\sigma} \vec{n}), \quad (3)$$

в силу чего при рассеянии возникают заметные поляризационные эффекты даже в отсутствие спиновой зависимости в ядерной амплитуде  $F_0$ .

Несмотря на то, что величина  $\gamma$  в (2) мала ( $\sim Z a$ ), из-за сингулярного (при  $t \rightarrow 0$ ) характера электромагнитного взаимодействия поляризация нейтронов  $P_0(\theta)$  достигает заметных значений

$$P_0(\theta_M) = -\text{Im} F_0 / |F_0| \quad (4)$$

при

$$\theta_M = |\gamma_n| / |F_0|, \quad (5)$$

причем знак поляризации определяется знаком магнитного момента. Определение  $P_0(\theta_M)$  позволяет определить  $|\text{Re} F_0|$ , что недавно было проведено экспериментально [4].

Этот известный пример иллюстрирует разные стороны возможного интереса к изучению электромагнитных эффектов в поляризационных явлениях при упругом (и некоторых неупругих) рассеянии адронов на малые углы и в более общем случае. Существование электромагнитных эффектов должно учитываться при обработке данных о рассеянии на ма-

лые углы. Исследование этих эффектов позволяет получить сведения о действительной и мнимой частях различных адронных амплитуд при малых  $t$  /2/. При рассеянии таких нейтральных нестабильных частиц, как  $\Lambda^0$  - гипероны, при хороших данных о ядерных амплитудах изучение  $P_0(t)$  дает сведения о магнитном моменте, поскольку в соответствии с (5) положение максимума поляризации определяется магнитным моментом гиперона, а знак поляризации при  $\theta = \theta_M$  - знаком магнитного момента.

2. Используя эрмитовы матрицы Дирака и метрику, в которой скалярное произведение двух 4-векторов  $a_\mu$  и  $b_\mu$  равно

$$a_\mu b_\mu = \vec{a} \vec{b} - a_0 b_0, \quad (6)$$

обозначим начальные 4-импульсы мезона и бариона через  $q$  и  $p$ , соответствующие величины в конечном состоянии - через  $q'$  и  $p'$ .

Введем

$$P = p + p', \quad P^2 = -2M^2 + 2pp' \quad (7)$$

и

$$Q = q + q', \quad Q^2 = -2m^2 + 2qq', \quad (8)$$

где  $m$  и  $M$  - массы бозона и бариона, а также мандельштамовские переменные

$$s = -(p+q)^2, \quad t = -(p-p')^2, \quad u = -(p-q')^2. \quad (9)$$

Из (9) и закона сохранения

$$p + q = p' + q' \quad (10)$$

нетрудно видеть, что

$$P Q = 2p Q \quad (11)$$

и

$$s-u = -2pQ = 2M (\omega_L + \omega'_L) = 4M (\omega_L + t/4M), \quad (12)$$

где  $\omega_L$  - полная энергия начального мезона в лабораторной системе.

Мы будем пользоваться общим выражением для амплитуды мезон-нуклонного рассеяния в виде

$$\mathbb{M} = A - i \frac{1}{2} \hat{Q} B, \quad (13)$$

где инвариантные амплитуды  $A = A(s, t)$  и  $B = B(s, t)$ .

Введем, как обычно, амплитуду  $A'$ :

$$A' = A + \frac{1}{4} \frac{s-u}{M} \frac{B}{(1-t/4M^2)}, \quad (14)$$

которая определена так, чтобы в выражении для сечения рассеяния неполяризованных частиц  $d\sigma_0/dt$  отсутствовала бы интерференция между амплитудами  $A'$  и  $B$ , т.е.

$$\frac{d\sigma_0}{dt} = \frac{1}{\pi s} \left(\frac{M}{4k}\right)^2 [(1-t/4M^2)|A'|^2 - \frac{t}{4M^2} \frac{|B|^2 (q_L^2 + ts/4M^2)}{(1-t/4M^2)}], \quad (15)$$

а

$$P_0 \frac{d\sigma_0}{dt} = - \frac{\sin \theta \operatorname{Im}(A' B^*)}{16\pi \sqrt{s}}. \quad (16)$$

Здесь  $k$  - модуль 3-импульса в с.ц.м., а  $q_L$  - 3-импульс мезона в лабораторной системе, причем

$$s k^2 = M^2 q_L^2. \quad (17)$$



Если представить амплитуды в с.ц.м. в виде

$$\begin{aligned}
 w'^* \tilde{M} w &= w'^* [ f_1 + f_2 (\vec{\sigma} \vec{e}^*) (\vec{\sigma} \vec{e}) ] w = \\
 &= \frac{M}{4\pi \sqrt{s}} \bar{u}(p') \mathcal{M} u(p) ,
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

где  $w$  - двухкомпонентные спиноры, а

$$\begin{aligned}
 8\pi \sqrt{s} f_1 &= (E+M) [ A + B (\sqrt{s} - M) ] , \\
 8\pi \sqrt{s} f_2 &= (E-M) [-A + B (\sqrt{s} + M) ]
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

и  $\vec{e} = \vec{q} / |\vec{q}|$ ,  $\vec{e}' = \vec{q}' / |\vec{q}'|$ ,  $E$  - энергия нуклона в с.ц.м., то из (14) и (19) нетрудно видеть, что

$$\tilde{M}(0^0) = f_1(0^0) + f_2(0^0) = \frac{M}{4\pi \sqrt{s}} [A(0) + B(0) \omega_L] = \frac{M}{4\pi \sqrt{s}} A'(0) .
 \tag{20}$$

Следовательно, в принятой нормировке

$$\text{Im } A'(0) = \frac{4\pi \sqrt{s}}{M} \text{Im } \tilde{M}(0) = \frac{k \sqrt{s}}{M} \sigma_{tot} = q_L \sigma_{tot} .
 \tag{21}$$

3. С помощью общих выражений для нуклонного

$$\bar{u}(p') \Gamma_\alpha u(p) = \bar{u}(p') [ G_M \gamma_\alpha + i \frac{P_\alpha}{2M} F_2 ] u(p)
 \tag{22}$$

и мезонного

$$K_\alpha = F(t) Q_\alpha
 \tag{23}$$

электромагнитных токов вклад однофотонного обмена в амплитуду мезон-нуклонного рассеяния в борновском приближении можно представить в виде

$$M \gamma_{MB} = \frac{4\pi e^2}{t} F(t) \bar{u}(p') \left[ G_M i \gamma_a Q_a - \frac{P_a Q_a}{2M} F_2 \right] u(p) . \quad (24)$$

Здесь  $G_M$  ,

$$\frac{F_2}{2M} = \frac{2M (G_M - G_E)}{4M^2 - t} \quad (25)$$

и  $F(t)$  - формфакторы нуклонов ( $G_M$  - магнитный,  $G_E$  - зарядовый) и бесспинового бозона. Они нормированы обычным образом

$$F(0) = 1, \quad G_{Ep}(0) = 1, \quad G_{En}(0) = 0, \\ G_{Mp}(0) = \mu_p, \quad G_{Mn}(0) = \mu_n . \quad (26)$$

Сравнение (24) с (13) приводит к следующим выражениям для однофотонного вклада в инвариантные амплитуды  $A_{em}$  и  $B_{em}$  .

$$A_{em} = - \frac{4\pi e^2}{t} F \frac{P Q}{2M} F_2 = \frac{4\pi e^2}{t} F \left( \frac{s-u}{2M} \right) \frac{(G_M - G_E)}{(1 - t/4M^2)} \quad (27)$$

и

$$B_{em} = - \frac{4\pi e^2}{t} F 2G_M . \quad (28)$$

Для получения окончательных выражений в (27) использованы (11), (12) и (25). Для  $A'_{em}$  , определяемой в соответствии с (14), имеем

$$A'_{em} = - \frac{4\pi e^2}{t} F \left( \frac{s-u}{2M} \right) G_E(t) . \quad (29)$$

4. Представим суммарные амплитуды  $A'$  и  $B$  в виде суммы амплитуд

$$A' = A'_H + A'_{em} \quad , \quad (30)$$

$$B = B_H + B_{em} \quad ,$$

где "адронные амплитуды"  $A'_H$  и  $B_H$  обусловлены вкладом сильных взаимодействий (вместе с несингулярными электромагнитными поправками к ним), а  $A'_{em}$  и  $B_{em}$  - сингулярный (при  $t \rightarrow 0$ ) вклад однофотонной диаграммы (28) и (29). Числитель в выражении (16) для  $P_0$  принимает вид

$$\text{Im}(A' B^*) \stackrel{\pm}{=} \text{Im}(A'_H B_H^*) - \frac{8\pi e^2}{t} F \left( G_M \text{Im} A'_H - \frac{s-u}{4M} G_E \text{Im} B_H \right) = \quad (31)$$

$$\stackrel{\pm}{=} \text{Im}(A'_H B_H^*) - \frac{8\pi e^2}{t} \omega_L (\mu \beta_L \sigma_{tot} - G_E \text{Im} B_H) \quad .$$

Так как при малых  $t$   $\text{Im} A'_H$  определяется полным сечением сильных взаимодействий, то, во-первых, эффект, определяемый вторым членом в (31), оказывается немалым, а, во-вторых, изучение  $P_0(t)$  при малых  $t$  дает возможность определить  $\text{Im} B_H$  (при  $t \rightarrow 0$ ).

Для рассеяния мезонов нейтронами при малых  $t$   $G_{En} \approx 0$  и последнее слагаемое в (31) исчезает.

Из (15), (16) и (31) для  $P_0(t)$  в общем случае имеем (пренебрегая мнимыми частями  $A'_{em}$  и  $B_{em}$ )

$$\begin{aligned}
 P_{op}(t) \cong & -\sin \theta \frac{q_L^2}{\sqrt{s}} \left\{ \operatorname{Im}(A'_H B_H^*) - \frac{4\pi e^2}{t} F(2G_M \operatorname{Im} A'_H - \right. \\
 & \left. - \left(\frac{s-u}{2M}\right) G_E \operatorname{Im} B_H) \right\} \left\{ \left(1 + \frac{q_L^2}{s} \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) |A'_H + A'_{em}|^2 + \right. \\
 & \left. + \frac{q_L^4}{4s} \frac{|B_H + B_{em}|^2 \sin^2 \theta}{\left(1 + q_L^2/s \sin^2 \theta/2\right)} \right\}^{-1}. \quad (32)
 \end{aligned}$$

Помимо (17), в (32) учтено, что

$$-t/4M^2 = q_L^2/s \sin^2 \theta/2, \quad q_L^2 + ts/4M^2 = q_L^2 \cos^2 \theta/2,$$

где  $\theta$  - угол рассеяния в с.ц.м.

Вместо  $\theta_M$  в рассматриваемом здесь релятивистском случае удобнее определить  $t_M$ . Оно определяется как такое значение квадрата переданного импульса, при котором в знаменателе (32) вклад  $|B_{em}|$  равен вкладу  $|A'_H|$ . С помощью (32), (28) и (21) в пренебрежении вкладом  $\operatorname{Re} A'_H$  получаем

$$|t_M| \cong \left(\frac{e^2}{M}\right)^2 \left(\frac{4\pi\mu}{\sigma_{tot}}\right)^2, \quad (33)$$

откуда видно, что зависимость  $t_M$  от энергии определяется в основном энергетической зависимостью полного сечения взаимодействия.

Подстановка в (33) значений полных сечений пион-нуклонного ( $\sigma_{tot}^{\pi N} \cong 30$  мб) и  $K-p$ -взаимодействий ( $\sigma_{tot}^{KN} \cong 20$  мб) при высоких энергиях приводит к численным оценкам

$$|t_M^{\pi}| \cong 0,67 \cdot 10^{-5} (\text{ГэВ}/c)^2 \text{ и } |t_M^K| \cong 1,50 \cdot 10^{-5} (\text{ГэВ}/c)^2. \quad (34)$$

Эти значения  $t$  заметно меньше значения "кулоновского"  $t_c$ , которое естественно определить как такое, при котором в (15) сравниваются вклады  $|A'_H|$  и  $A'_{em}$ . Из (29), (21) и (15) для высоких энергий имеем

$$|t_c| / M^2 = 8\pi \left( \frac{e^2}{M} \right) \left( \frac{\hbar}{Mc} \right) \frac{1}{\sigma_{tot}} . \quad (35)$$

Для рассеяния пионов и  $K$ -мезонов протонами получаем

$$|t_c^\pi| \approx 2,35 \cdot 10^{-3} \text{ (ГэВ/с)}^2 \quad |t_c^K| \approx 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ (ГэВ/с)}^2 \quad (36)$$

При  $A'_{em} = 0$  из (32) получается следующее выражение для поляризации  $P_{on}$  нейтронов при рассеянии на них заряженных мезонов:

$$P_{on} = -\sin \theta \frac{q_L^2}{\sqrt{s}} \left\{ \text{Im} (A'_H B_H^*) - \frac{8\pi e^2}{t} F \mu_n \text{Im} A'_H \right\} \times \\ \times \left\{ \left( 1 + \frac{q_L^2}{s} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) |A'_H|^2 + \frac{q_L^4}{4s} \frac{|B_H - \frac{8\pi e^2}{t} F \mu_n|^2 \sin^2 \theta}{(1 + q_L^2/s \sin^2 \theta/2)} \right\}^{-1} , \quad (37)$$

которое обобщает результат Швингера <sup>/3/</sup>. Величина  $P_{on}$  достигает максимума при  $t = t_M$ .

Как видно из (32), для процесса рассеяния мезонов протонами при  $t = t_M$  наличие кулоновской амплитуды  $A'_{em}$  сильно уменьшает значение поляризации по сравнению с тем, что имеется для рассеяния мезонов нейтронами. При совсем малых  $t$ , когда вклад  $A'_{em}$  доминирует в знаменателе (32),  $P_{on} \sim \sin^3 \theta$ . Так как при  $|t| \gg |t_c|$  наличием  $A'_{em}$  в (32) можно пренебречь, то в этой области  $t$  электромагнитные эффекты в  $P_0$  для рассеяния мезонов протонами подобны электромагнитным эффектам в рассеянии мезонов нейтронами, если интересоваться абсолютными значениями поляризации. Имеется различие в знаке  $P_0(\pi^+p)$  и  $P_0(\pi^+n)$ , обусловленное разли-

чем в знаке магнитных моментов протона и нейтрона. Кроме того, различаются адронные части амплитуд. Ясно, что знаки электромагнитных эффектов в  $P_0(\pi^+p)$  и  $P_0(\pi^-p)$  в области малых  $t$  различаются. Из-за отсутствия (сильного уменьшения) вклада  $A'_{em}$  в  $\pi^-n$ -взаимодействии возникают значительные по величине отклонения от равенства

$$P_0(\pi^-n) = P_0(\pi^+p), \quad (38)$$

диктуемого зарядовой симметрией. Этот эффект необходимо учитывать и при не совсем малых  $t$  и высоких  $s$ .

5. Учет электромагнитных эффектов в амплитуде упругого рассеяния сказывается не только на зависимости сечения рассеяния неполяризованных частиц  $d\sigma_0/dt$  и поляризации  $P_0$ , но и на других поляризационных параметрах. Для упругого мезон-нуклонного рассеяния рассмотрим с этой целью параметры Вольфенштейна  $A$  и  $R$  (определение см. в работах Вольфенштейна /4/ и Кима /5/, обобщение на релятивистские энергии для мезон-нуклонного рассеяния - в работе Биленького и Рындина /6/). С помощью /6/ выражение для параметра  $A$  через инвариантные амплитуды мезон-нуклонного рассеяния можно привести к виду

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_0}{dt} A = \frac{\pi s}{M^2 p_L^2} \{ [ \Gamma_1 |A'|^2 + \Gamma_2 |B|^2 + \Gamma_3 2\text{Re}(A'B^*) ] \sin \psi - \\ - 2 [ \Gamma_4 |A'|^2 + \Gamma_5 |B|^2 + \Gamma_6 \text{Re}(A'B^*) ] \cos \psi \}, \end{aligned} \quad (39)$$

где

$$64\pi^2 s \Gamma_1 = (E+M)^2 - 2 \frac{M^2 q_L^2}{s} \cos \theta + (E-M)^2 \cos 2\theta,$$

$$64 \pi^2 s \Gamma_2 = (E+M)^2 (\sqrt{s}-\gamma')^2 + 2 \frac{M^2 q_L^2}{s} (s-\gamma'^2) \cos \theta + (E-M)^2 (\sqrt{s}+\gamma')^2 \cos 2\theta,$$

$$64 \pi^2 s \Gamma_3 = (E+M)^2 (\sqrt{s}-\gamma')^2 + 2\gamma' \frac{M^2 q_L^2}{s} \cos \theta - (E-M)^2 (\sqrt{s}+\gamma')^2 \cos 2\theta,$$

$$64 \pi^2 s \Gamma_4 = (E-M) \sin \theta [E+M - (E-M) \cos \alpha],$$

(40)

$$64 \pi^2 s \Gamma_5 = -(E-M) \sin \theta (\sqrt{s}+\gamma') [(E+M)(\sqrt{s}-\gamma') + (E-M)(\sqrt{s}+\gamma') \cos \theta],$$

$$64 \pi^2 s \Gamma_6 = 2(E-M) \sin \theta [(E-M)(\sqrt{s}+\gamma') \cos \theta - \gamma'(E+M)],$$

$$\gamma' = (M + \omega_L) / (1 - t/4M^2), \quad E \pm M = \frac{1}{2\sqrt{s}} [(\sqrt{s} \pm M)^2 - m^2],$$

а /6/

$$\psi = \pi - \theta - \phi_L, \quad \operatorname{tg} \phi_L = \frac{\sqrt{s}}{(M + \omega_L)} \operatorname{tg} \frac{\pi - \theta}{2}. \quad (41)$$

Выражение для параметра Вольфенштейна  $R$  получается из (39) заменой

$$\cos \psi \rightarrow \sin \psi, \quad \sin \psi \rightarrow -\cos \psi.$$

Как известно (см., например, /5,6/), между  $P_0$  и параметрами  $A$  и  $R$  имеется соотношение

$$P_0^2 + A^2 + R^2 = 1.$$

6. При рассмотрении интерференции адронной и электромагнитной амплитуд неизбежно возникает вопрос об относительной фазе амплитуд.

Недавние исследования Лохера /7/ и Веста и Йенни /8/ показали, что для бесспиновых амплитуд разность фаз сводится к выражению, впервые полученному в нерелятивистском рассмотрении Бете /9/.

Ниже показано, как этот результат меняется, если необходимо учесть зависимость амплитуд от спина. Ограничиваемся случаем больших энергий и малых передаваемых импульсов, когда зависимость амплитуд от  $t$  сводится к зависимости от квадрата поперечного переданного импульса  $\vec{q}^2$ .

Для суммарной амплитуды рассеяния тогда имеем

$$F_T(\vec{q}) = \frac{i q_L}{2\pi} \int \Gamma_T(\vec{b}) e^{i\vec{q}\vec{b}} d^2\vec{b}, \quad (42)$$

где  $\vec{q}\vec{k} = 0$ ,  $\vec{b}\vec{k} = 0$ , а

$$\Gamma_T(\vec{b}) = \frac{1}{2\pi i q_L} \int e^{-i\vec{q}\vec{b}} F_T(\vec{q}) d^2\vec{q}. \quad (43)$$

Вообще,

$$\Gamma_T(\vec{b}) = 1 - \exp \left[ -i \int_{-\infty}^{\infty} V(\vec{b}, z) dz \right]. \quad (44)$$

Мы рассматриваем случай, когда оператор взаимодействия  $V_T$  складывается из адронного  $V_N$  и электромагнитного  $V_{em}$ :

$$V_T = V_N + V_{em}. \quad (45)$$

Все рассмотрение здесь проводится в лабораторной системе. Из (44) и (45)

$$\Gamma_T(\vec{b}) = \Gamma_{em}(\vec{b}) + \Gamma_N(\vec{b}) - \Gamma_{em}(\vec{b}) \Gamma_N(\vec{b}), \quad (46)$$

где  $\Gamma_{em}$  соответствует "фотонной лестнице".



Условие унитарности для  $\Gamma_{em}$  ,

$$\Gamma_{em}(\vec{b}) + \Gamma_{em}^+(\vec{b}) = \Gamma_{em}(\vec{b}) \Gamma_{em}^+(\vec{b}) , \quad (47)$$

выполняется в силу действительности  $V_{em}$  . Вводим конечную массу фотона  $\sqrt{\lambda^2}$  и будем интересоваться сингулярными по  $\lambda^2$  эффектами. Для мезон-нуклонного рассеяния в борновском приближении (в пренебрежении формфакторами)

$$F_{em}^B(\vec{q}) = \frac{2a}{\vec{q}^2 + \lambda^2} [ q_L e + \mu i \frac{([\vec{\sigma} \vec{q}_L] \vec{q})}{2M} ] , \quad (48)$$

где для нейтрона  $e = 0$ ,  $\mu = 1,91$ , а для протона  $e = 1$ ,  $\mu = 2,79$ . Для адронной амплитуды

$$F_N(\vec{q}) = q_L f_1(\vec{q}^2) + i \frac{([\vec{\sigma} \vec{q}_L] \vec{q})}{2M} f_2(\vec{q}^2) . \quad (49)$$

Амплитуды  $f_{1,2}$  зависят, конечно, и от энергии, но для дальнейшего нам важно проследить явную зависимость от  $\vec{q}^2$  . Ограничиваемся в этой зависимости выражениями вида

$$f_{1,2}(\vec{q}^2) = f_{1,2}(0) e^{-a_{1,2} \vec{q}^2/2} , \quad (50)$$

причем

$$f_1(0) = \frac{1}{4\pi} \sigma_{tot} \left[ i + \frac{\text{Re } f_1(0)}{\text{Im } f_1(0)} \right] .$$

Из (43) и (48)

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{em}^B(\vec{b}) &= \frac{a}{\pi i q_L} \int [q_L e + i\mu \frac{([\vec{\sigma} \vec{q}_L] \vec{q})}{2M}] \frac{e^{-i\vec{q}\vec{b}}}{q^2 + \lambda^2} d^2 \vec{q} = \\
 &= \frac{a}{\pi i} [ e^{-\mu} \frac{([\vec{\sigma} \vec{q}_L] \vec{V}_b)}{2M q_L} ] \int_0^\infty dx \int d^2 \vec{q} e^{-i\vec{q}\vec{b} - x(q^2 + \lambda^2)} \\
 &= \frac{a}{i} \int [ e + \mu \frac{([\vec{\sigma} \vec{q}_L] \vec{b})}{4M q_L x} ] e^{-x\lambda^2 - b^2/4x} \frac{dx}{x} . \tag{51}
 \end{aligned}$$

Для  $\Gamma_N(b)$  из (43), (49) и (50) получаем

$$i\Gamma_N(\vec{b}) = a_1^{-1} f_1(0) e^{-b^2/2a_1 + a_2^{-2} \frac{([\vec{\sigma} \vec{q}_L] \vec{b})}{2M q_L} f_2(0) e^{-b^2/2a_2} . \tag{52}$$

Подставляя (51) и (52) в

$$F_{CN}(\vec{q}) \cong - \frac{i q_L}{2\pi} \int \Gamma_{em}^B(\vec{b}) \Gamma_N(\vec{b}) e^{i\vec{q}\vec{b}} d^2 \vec{b}$$

и проводя интегрирование по  $b$ , имеем

$$F_{CN}(\vec{q}) = i q_L a \int_0^\infty dz e^{-z\lambda^2/2} \left\{ \left[ \frac{e f_1(0)}{a_1 + z} e^{-\frac{a_1 q^2}{2}} \frac{z}{a_1 + z} + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\mu f_2(0)}{4M^2(a_2+z)^2} \left( 1 - \frac{a_2 \vec{q}^2}{2} \frac{z}{a_2+z} \right) e^{-\frac{a_2 \vec{q}^2}{2} \frac{z}{a_2+z}} \Big] + \\
& + i \frac{([\vec{\sigma} \vec{q}_L] \vec{q})}{2M q_L} \left[ \frac{e f_2(0) z}{(a_2+z)^2} e^{-\frac{a_2 \vec{q}^2}{2} \frac{z}{a_2+z}} + \right. \\
& \left. + \frac{\mu f_1(0) a_1}{(a_1+z)^2} e^{-\frac{a_1 \vec{q}^2}{2} \frac{z}{a_1+z}} \right] \Big\} .
\end{aligned}$$

Так как типичные значения  $a_{1,2} \approx 8$  (ГэВ/с) $^{-2}$ , то при  $-t = 10^{-2} - 10^{-3}$ , где важна интерференция амплитуд,  $a_{1,2} \vec{q}^2 \ll 1$ . Поэтому

$$\begin{aligned}
F_{CN}(\vec{q}) \cong i q_L a \int_0^\infty dz e^{-z\lambda^2/2} \left\{ \frac{e f_1(0)}{a_1+z} + \frac{\mu f_2(0)}{4M^2(a_2+z)^2} \right. \\
\left. + \frac{i([\vec{\sigma} \vec{q}_L] \vec{q})}{2M q_L} \left[ \frac{z e f_2(0)}{(a_2+z)^2} + \frac{\mu f_1(0) a_1}{(a_1+z)^2} \right] \right\} . \quad (53)
\end{aligned}$$

При вычислении второго и четвертого слагаемых в (53) можно положить  $\lambda^2 = 0$ . Для вычисления первого интеграла в (53) перейдем к новой переменной  $y = z \lambda^2 / 2$  и возьмем получившийся интеграл по частям. Тогда

$$\int_0^{\infty} \frac{dz e^{-z\lambda^2/2}}{a_1 + z} = e^{+a_1\lambda^2/2} \text{Ei}(-a_1\lambda^2/2) =$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{dy e^{-y}}{y + \frac{a_1\lambda^2}{2}} = -\ln \frac{a_1\lambda^2}{2} + \int_0^{\infty} e^{-y} dy \ln(y + \frac{a_1\lambda^2}{2}).$$

После того как в последнем интеграле положим массу фотона равной нулю, интеграл оказывается равным минус постоянной Эйлера  $C = 0,57722$ . Аналогично вычисляется третий интеграл в (53). При этом

$$\int_0^{\infty} \frac{dz z e^{-z\lambda^2/2}}{(a_2 + z)^2} = -(\ln \frac{\lambda^2 a_2}{2} + 1 + C).$$

В результате имеем

$$F_N(0) + F_{Nc}(0) \approx g_L [f_1(0) + \frac{i\alpha\mu}{4M^2 a_2} f_2(0)] e^{-i\alpha e (\ln \frac{a_1\lambda^2}{2} + C)}$$

$$+ \frac{i([\vec{\sigma} \vec{q}_L] \vec{q})}{2M} [f_2(0) + i\alpha\mu f_1(0)] e^{-i\alpha e (\ln \frac{a_2\lambda^2}{2} + C + 1)}. \quad (54)$$

Для определения сингулярной части фазы амплитуды  $\Gamma_{em}$  воспользуемся представлением (43) и соотношением унитарности (47)

$$\begin{aligned}
F_{em}(\vec{q}) - F_{em}^+(\vec{q}) &= \frac{i q_L}{2\pi} \int [ \Gamma_{em}(\vec{b}) + \Gamma_{em}^+(\vec{b}) ] e^{i\vec{q}\vec{b}} d^2\vec{b} = \\
&= \frac{i q_L}{2\pi} \int \Gamma_{em}(\vec{b}) \Gamma_{em}^+(\vec{b}) e^{i\vec{q}\vec{b}} d^2\vec{b} \approx \frac{i q_L}{2\pi} \int \Gamma_{em}^B \Gamma_{em}^B e^{i\vec{q}\vec{b}} d^2\vec{b}. \quad (55)
\end{aligned}$$

Вспользуемся теперь (52), Тогда

$$\begin{aligned}
F_{em}(\vec{q}) - F_{em}^+(\vec{q}) &= \frac{i q_L}{2\pi} a^2 \int d^2\vec{b} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{dx dy}{xy} [ e^2 + \\
&+ \mu^2 \frac{\vec{b}^2}{16 M^2 xy} + \frac{e\mu ([\vec{\sigma} \vec{q}_L] \vec{b})}{4 M q_L} ( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} ) ] e^{-(x+y)\lambda^2 + \vec{b}^2 ( \frac{1}{4x} + \frac{1}{4y} ) + i\vec{q}\vec{b}}. \quad (56)
\end{aligned}$$

Пренебрегая вкладом, пропорциональным  $\mu^2$ , получаем справа в (56) после интегрирования по  $\vec{b}$

$$\begin{aligned}
\frac{i q_L}{2\pi} a^2 \int_0^\infty dx dy \frac{1}{xy} \frac{4\pi xy}{x+y} [ e^2 + e\mu i \frac{([\vec{\sigma} \vec{q}_L] \vec{q})}{2 M q_L} ] \times \\
\times e^{-(x+y)\lambda^2 - \vec{q}^2 \frac{xy}{x+y}}. \quad (57)
\end{aligned}$$

Переходя к новым переменным  $u$  и  $\tau$  по формулам

$$2x = u(1+r), \quad 2 dx dy = u du dr, \\ 2y = u(1-r),$$

имеем

$$F_{em}(q) - F_{em}^+(q) = ia^2 e \left\{ e + i\mu \frac{([\vec{\sigma} \vec{q}_L] \vec{q})}{2M q_L} \right\} \int_0^\infty du \int_{-1}^1 dr \times \\ \exp \left[ -u\lambda^2 - \frac{u\vec{q}^2}{4}(1-r^2) \right] = iea F_{em}^B \int \frac{2dr}{4\lambda^2/q^2 + 1 - r^2} = 2iea F_{em}^B \times \ln \vec{q}^2/\lambda^2. \quad (58)$$

Следовательно,

$$F_{em}(\vec{q}) = F_{em}^B(\vec{q}) e^{iea \ln \vec{q}^2/\lambda^2} \quad (59)$$

Рассматривая область малых  $\vec{q}^2$  и учитывая (59), (54), (46) и (42), получаем окончательно:

$$F_T(\vec{q}) = F_{em} + F_N + F_{cN} = e^{iea \ln \vec{q}^2/\lambda^2} \left\{ \frac{2a}{\vec{q}^2} \left[ q_L e + i\mu \frac{([\vec{\sigma} \vec{q}_L] \vec{q})}{2M} \right] \right. \\ \left. + \left[ q_L f_1(0) + i \frac{a\mu f_2(0)}{4M^2 a_2} \right] \exp \left[ -iea \left( \ln \frac{a_1 \vec{q}^2}{2} + C \right) \right] + \right. \quad (60) \\ \left. + \frac{i([\vec{\sigma} \vec{q}_L] \vec{q})}{2M} \left[ f_2(0) + ia\mu f_1(0) \right] \exp \left[ -iea \left( \ln \frac{a_2 \vec{q}^2}{2} + C + 1 \right) \right] \right\}.$$

Таким образом, мы получаем для разности фаз адронной и электромагнитной амплитуд выражение, близкое по структуре к полученному для бесспиновой амплитуды Бете, Лохером, Вестом и Йенни. Учёт формфакторов приводит в рассматриваемом здесь случае мезон-нуклонного рассеяния к замене

$$a_1 \rightarrow a_1 + R_M^2 + R_{EN}^2, \quad a_2 \rightarrow a_2 + R_M^2 + R_{MN}^2,$$

где  $R_M$  - среднеквадратичный радиус (бесспинового) мезона, а  $R_{EN}$  ( $R_{MN}$ ) - зарядовый (магнитный) радиус нуклона. Как следует из результатов работы /10/, для протона не обнаруживается различия между  $R_{EP}$  и  $R_{MP}$ .

7. Оставляя для дальнейшего статистическую обработку данных о пион-нуклонном и  $K$ -мезон-нуклонном рассеянии с учетом электромагнитных эффектов, в предварительном анализе мы ограничивались пион-нуклонным рассеянием, а для адронных амплитуд  $A_N$  и  $B_N$  при численных оценках использовали представление амплитуд и значения их параметров в рамках теории комплексных моментов, полученные в работе Рарита и др. /11/. Для формфакторов протона были использованы результаты недавних работ /10/.

Результаты численных оценок для ряда энергий приведены на рисунке. Как и ожидалось, электромагнитные эффекты сказались в основном на значениях поляризаций  $P_0(\pi^- p)$  и  $P_0(\pi^+ p)$ . Обращает на себя внимание максимум в значении  $P_0(\pi^- p)$  при  $t = 2,5 \cdot 10^{-3}$  (Гэв/с)<sup>2</sup>. Электромагнитные эффекты в параметрах  $A$  и  $R$  невелики. Как отмечалось выше, для параметра  $R$  это характерно при произвольных энергиях. Для параметра  $A$  электромагнитные эффекты определяются действительной частью адронной амплитуды, которая мала при высоких энергиях.

Рассматриваемые эффекты в  $P_0$  остаются заметными при современном уровне точности эксперимента и при немалых -  $t \cong 0,1$ .

Авторы весьма благодарны Б. Бошняковичу и Л. Ван Россуму, вопросы которых вызвали наш интерес к рассмотренной задаче, А.А. Ансельму, С.М. Биленькому, С.С. Герштейну, В.Н. Грибову, Л.А. Сливу, М.И. Подгорецкому за полезные обсуждения и В.С. Киселеву за помощь при проведении численных расчетов.



## Литература

1. И.Я. Померанчук, И.М. Шмушкевич. Nucl.Phys., 23, 452 (1961); А.Дар в книге "High Energy Phenomenology" ed. by J. Tran Thanh Van. Proc. Sixth Rencontre de Moriond, Meribel-les-Allues (France) March 7-9, 1971; A. Halprin, C.M. Andersen, H. Primakoff. Phys.Rev., 152, 1295 (1966).
2. Л.И. Липидус. ЖЭТФ, 34, 1148 (1958);  
Л.И. Липидус. Электромагнитные эффекты в поляризации адронов. Материалы 7-ой школы физики. ЛИЯФ, ч. II, 1972.
3. J. Schwinger. Phys.Rev., 73, 407 (1948). См. также J. Sample Canad. Journ. Phys., 34, 36 (1956).
4. F.T. Kuchnir, A. Elwin, S.E. Monahan, A. Langsdorf, Jr., and F.P. Mooling. Phys.Rev., 176, 1405 (1968).
5. L. Wolfenstein. Phys.Rev., 96, 1654 (1954).  
Y.S. Kim. Phys.Rev., 129, 862 (1963);  
С.М. Биленький, Л.И. Липидус, Р.М. Рындин. УФН, 84, 243 (1964).
6. С.М. Биленький, Р.М. Рындин. ЯФ, 4, 646 (1966).
7. M.P. Locher. Nucl.Phys., B2, 525 (1967).
8. G.B. West, D.R. Yennie. Phys.Rev., 172, 1413 (1968).
9. H.A. Bethe. Annals of Physics, 3, 190 (1958).
10. С.И. Биленькая, Ю.М. Казаринов, Л.И. Липидус. ЖЭТФ, 60, 460 (1971); ЖЭТФ, 61, 2225 (1971).
11. W. Rarita, R.J. Riddell, Jr., C.B. Chiu, R.J.N. Phillips. Phys.Rev., 165, 1615 (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел  
30 апреля 1972 года.

