СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

P2 - 6394

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Б.М.Барбашов, В.В.Нестеренко

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОПРАВОК К ЭЙКОНАЛЬНОМУ ПРЕДСТАВЛЕНИЮ АМПЛИТУДЫ В СКАЛЯРНОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

1972

P2 - 6394

Б.М.Барбашов, В.В.Нестеренко

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОПРАВОК К ЭЙКОНАЛЬНОМУ ПРЕДСТАВЛЕНИЮ АМПЛИТУДЫ В СКАЛЯРНОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Эйкональное представление амплитуды рассеяния в рамках квантовой теории поля может быть получено различными методами /1-3/. Характерно, что во всех подходах это представление возникает как первое приближение при суммировании лестничных и кросс-лестничных диаграмм в высокоэнергетической области, поэтому важна оценка асимптотического поведения поправочных членов к этому представлению. В зависимости от того, какой метод использовался при выводе эйкональной формулы, соответственно предлагались различные пути получения поправок /1-3/. Однако расчеты в этих работах не были проведены x/.

В данном сообщении исследование поправок основывается на подходе, получившем название приближения прямолинейных путей /5/. Эйкональное представление для суммы обобщенных лестничных диаграмм этим методом было получено в работах /3,5/, там же был намечен и способ нахождения поправочных членов.

Используя найденную оценку высокоэнергетического поведения первого поправочного члена, можно утверждать, что эйкональное представление в скалярной модели $g\psi^2\phi$ правильно воспроизводит асимптотику суммы

---

x/ В рамках квазипотенциального подхода эта задача рассмотрена в работе /4/.

обобщенных лестничных диаграмм до 6-го порядка по g включительно. Это утверждение согласуется с результатами работы /6/, где было выполнено прямое суммирование асимптотик соответствующих фейнмановских диаграмм.

При получении этой оценки нами более детально обсуждается эффект запаздывания в эйкональной формуле, то есть зависимость эйкональной фазы от временной и продольной компонент "прицельного параметра" и связь этой зависимости с соответствующей аппроксимацией нуклонных пропагаторов.

Исследование следующих поправок к эйкональной формуле (8-го и 10-го порядка по g) связано со значительными техническими трудностями. Поэтому вопрос взаимного сокращения "аномальных" (неэйкональных) членов в сумме соответствующих лестничных диаграмм по-прежнему остается открытым /7/. Используя функциональный подход, можно получить замкнутую запись (в форме одного многократного интеграла) суммы всех обобщенных лестничных диаграмм данного порядка по g. Такое представление, приведенное в приложении, может быть полезным при исследовании высокоэнергетического поведения всей суммы лестничных диаграмм в каждом порядке теории возмущения.

В конце сообщения кратко обсуждается модификация эйконального представления в скалярной модели $\mathcal{L}_{int} = g\psi^2\phi$ при учете в лагранжиане члена $\lambda\phi^4$. Введение такого дополнительного взаимодействия диктуется соответствием рассматриваемой модели с реалистическим лагранжианом в мезодинамике: $g\bar{\Psi}\gamma_5\tau_i\Psi\phi_i + \lambda(\phi_i\phi_i)^2$.

II

Как было найдено в работе /3/, сумма всех обобщенных лестничных диаграмм в теории $\mathcal{L}_{int} = g\psi^2\phi$ представима с помощью функциональных интегралов в следующем виде:

$$f(q_1, q_2 | p_1, p_2) = g^2 \prod_{j=1}^{2} \left(\int [\delta^4 v_j]_{-\infty}^{+\infty} \right) \int e^{i(p_1 - q_1) b} D^c(b)\, d^4 b$$

$$\times \int_0^1 d\lambda \, exp \{ i g^2 \lambda \int_{-\infty}^{+\infty} dx dy D^c [b + 2 \int_0^x v_1(\eta) d\eta - 2 \int_0^y v_2(\eta) d\eta +$$

$$+ 2x(p_1 \theta(-x) + q_1 \theta(x)) - 2y(p_2 \theta(-y) + q_2 \theta(y))] \} , \qquad (1)$$

где

$$[\delta^4 v]_{-\infty}^{+\infty} \equiv \frac{\delta^4 v \, exp \{-i \int_{-\infty}^{+\infty} v^2(\eta) d\eta\}}{\int \delta^4 v \, exp \{-i \int_{-\infty}^{+\infty} v^2(\eta) d\eta\}} .$$

Для вычисления функциональных квадратур по $\delta^4 v_j$ в этой работе использовалось разложение

$$\int [\delta^4 v]_{-\infty}^{+\infty} e^{g^2 F(v)} = e^{g^2 \langle F \rangle} \sum_{n=0}^{\infty} g^{2n} \frac{\langle (F(v) - \langle F \rangle)^n \rangle}{n!} , \qquad (2)$$

где

$$\langle F \rangle = \int [\delta^4 v]_{-\infty}^{+\infty} F(v) .$$

При $s = (p_1 + p_2)^2 \to \infty$, $t = (p_1 - q_1)^2 = const$ сумма всех обобщенных лестничных диаграмм (формула (1)) легко приводится к эйкональному виду, если ограничиться первым членом ($n = 0$) в разложении (2) /3/. На языке диаграмм Фейнмана такое приближение соответствует отбрасыванию в нуклонных пропагаторах слагаемых вида $\sum_{i \neq j} k_i k_j$, где k_i – импульсы виртуальных "мезонов", но квадраты этих импульсов сохраняются (члены вида $\sum_i k_i^2$).

Однако эйкональное представление можно получить и полностью линеаризовав "нуклонные" пропагаторы, т.е. опустив все слагаемые вида $\sum_{i \geq j} k_i k_j$ /1/. В функциональном подходе это соответствует пренебрежению в аргументе D^c -функции в формуле (1) зависимостью от функциональной переменной ν. При этом в обоих случаях конечные результаты получались одинаковыми /1,2,3/.

Таким образом, удержание квадратов импульсов виртуальных мезонов в нуклонных пропагаторах сводится, казалось бы, лишь к более удобному с математической точки зрения приему, позволяющему избежать появления более сильных расходимостей в промежуточных вычислениях.

Однако оказывается, что члены вида $\sum_i k_i^2$ приводят к запаздыванию в эйкональной фазе в пределе $s \to \infty$, и в результате этого не получается обычная нерелятивистская квантовомеханическая формула.

Чтобы продемонстрировать это, вычислим эйкональную фазу χ иным по сравнению с расчётами работы /3/ путем. Используя (2) и (1), для χ получаем следующее выражение:

$$\chi = -g^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^{ibk}}{k^2-\mu^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{j=1}^{2} d\xi_j \, exp\{ik^2|\xi_j| + \tag{3}$$

$$+ (-1)^j 2i\xi_j (p_j\theta(-\xi_j) + q_j\theta(\xi_j))\cdot k\}.$$

После взятия интеграла по d^4k формулу (3) легко привести к виду

$$\chi = g^2 \frac{\pi^2}{(2\pi)^4} \int_0^\infty \frac{d\xi_1 d\xi_2 da}{(a+\xi_1+\xi_2)^2} \{ exp[-i \frac{(\frac{b}{2} - \xi_1 q_1 + \xi_2 q_2)^2}{a+\xi_1+\xi_2}] +$$

$$+ exp[-i \frac{(\frac{b}{2} + \xi_1 p_1 - \xi_2 p_2)^2}{a+\xi_1+\xi_2}] + exp[-i \frac{(\frac{b}{2} + 2\xi_1 p_1 + 2\xi_2 q_2)^2}{a+\xi_1+\xi_2}] + \tag{4}$$

$$+ exp[-i \frac{(\frac{b}{2} - \xi_1 q_1 - \xi_2 p_2)^2}{a+\xi_1+\xi_2}]\}.$$

Каждое слагаемое в подынтегральном выражении в (4) имеет вид

$$\exp\{\pm i \frac{\xi_1 \xi_2}{a+\xi_1+\xi_2} s + i J(b, p_i, q_i, \xi_i, a)\}.$$

При $s \to \infty$, $t = const$ главный вклад в интеграл по $d\xi_1$ и $d\xi_2$ дает область ξ_1 и $\xi_2 \approx \frac{1}{s}$. Поэтому в подынтегральном выражении в (4) везде можно положить $\xi_i = 0$ за исключением коэффициентов при большой переменной s. Далее, используя технику нахождения асимптотики фейнмановских интегралов /8/, получим:

$$\chi_{s\to\infty} = -i \frac{g^2}{8s} H_0^{(2)}(\mu\sqrt{b^2}), \tag{5}$$

где $H_0^{(2)}$ –функция Ханкеля второго рода.

Теперь сумма обобщенных лестничных диаграмм (1) принимает вид

$$f_0(s,t) = -i g^2 \int d^4 b\, e^{i(p_1-q_1)b} \frac{D^c(b)}{\chi(b^2,s)} (e^{i\chi(b^2,s)} - 1), \tag{6}$$

где $\chi(b^2,s)$ дается формулой (5). Существенно, что зависимость эйкональной фазы χ (5) от b_0 и b_z не исчезает при $s \to \infty$, т.е. эффект запаздывания остается, при этом фаза имеет как действительную, так и мнимую части.

III

Оценим, используя разложение (2), высокоэнергетическое поведение первой неисчезающей поправки (n = 2) к формуле (6):

$$f(s,t) = f_0(s,t) + \Delta f_1(s,t) + \ldots$$

$$\Delta f_1(s,t) = \frac{1}{6} f_0(s,t)[\chi^2(b^2,s) - g^4 \langle (\int_{-\infty}^{+\infty}\int dx\,dy\, D^c(\omega))^2 \rangle], \tag{7}$$

где

$$w = b + 2\int_0^x \nu_1(\eta)\,d\eta + 2\int_0^y \nu_2(\eta)\,d\eta + 2p_1 x - 2p_2 y .$$

Так как $\chi \approx \frac{g^2}{s}$, то первое слагаемое в Δf_1 при $s \to \infty$ ведет себя, как $\frac{g^6}{s^2}(f_0(s,t) \underset{s\to\infty}{\to} const)$; то есть сравнимо с членом порядка g^6 в разложении формулы (6). Однако такое асимптотическое поведение первого слагаемого в (7) точно компенсируется вторым членом. Чтобы показать это, найдем асимптотику $<(\int\int_{-\infty}^{+\infty} dxdy\, D^c(w))^2>$ при $s \to \infty$.

$$<(\int\int_{-\infty}^{+\infty} dxdy\, D^c(w))^2> = \prod_{j=1}^{2} (i\int[\delta^4\nu_j] \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} dx_j\, dy_j \int d^4k_j \int_0^\infty da_j \tag{8}$$

$$\exp\{ia_j(k_j^2 - \mu^2 + i\epsilon) + 2ik_j[\int_0^{x_j} v_1(\eta)\,d\eta - \int_0^{y_j} v_2(\eta)\,d\eta + p_1 x_j - p_2 y_j] + ibk_j\}).$$

Функциональные интегралы по $\delta^4\nu_j$ и интегралы по виртуальным импульсам d^4k_j легко выполняются. После этого формула (8) принимает вид

$$\frac{1}{(4\pi)^4}\prod_{j=1}^{2}(\int_{-\infty}^{+\infty} dx_j\, dy_j \int_0^\infty da_j)\, C^{-2}(x,y,a)\exp\{i\frac{f(x,y,a)}{C(x,y,a)}s + iJ(x,y,a)\}, \tag{9}$$

где $f(x,y,a) = (a_1 + |x_1| + |y_1|)x_2 y_2 + (a_2 + |x_2| + |y_2|)x_1 y_1 -$
$-a(x,y)(x_2 y_1 + x_1 y_2)$,

$$C(a,x,y) = (a_1 + |x_1| + |y_1|)(a_2 + |x_2| + |y_2|) - a^2(x,y),$$

$$a(x,y) = x_1\theta(x_1) + x_2\theta(x_2) - x_1\theta(x_1 - x_2) - x_2\theta(x_2 - x_1) + (x_i \to y_i).$$

Как хорошо известно, при $s \to \infty$ главный вклад в интеграл (9) дает область интегрирования, где $f(x,y,a) \approx 0$. Чтобы исследовать поведение интеграла в этой области, сделаем следующие замены переменных:

$$x_1 = \lambda_1 x'_1 ; \qquad x_2 = \lambda_1 x'_2 ; \quad y_1 = \lambda_2 y'_1 ; \qquad y_2 = \lambda_2 y'_2 ;$$

$$dx_1 dx_2 dy_1 dy_2 \to \lambda_1 \lambda_2 dx'_1 dy'_1 dx'_2 dy'_2 \, \delta(x'_1 + x'_2 - 1)\, \delta(y'_1 + y'_2 - 1).$$

$$f(x,y,a) \to \lambda_1 \lambda_2 f(x';y';a).$$

Теперь область $f(x,y,a) \approx 0$ определяется значениями λ_1 и $\lambda_2 \approx 0$, поэтому в подынтегральном выражении в (9) везде можно положить $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$:

$$<(\int\!\!\int_{-\infty}^{+\infty} dx dy\, D^c(w))^2> \underset{s\to\infty}{\approx} \frac{1}{(4\pi)^4} \prod_{j=1}^{2} (\int_{-\epsilon}^{+\epsilon} \lambda_j d\lambda_j \int_{-\infty}^{+\infty} dx'_j dy'_j \int_0^{\infty} da_j) \cdot$$

$$\frac{\delta(x'_1 + x'_2 - 1)\,\delta(y'_1 + y'_2 - 1)}{(a_1 a_2)^2} \exp \{ i \lambda_1 \lambda_2 \frac{a_1 x'_2 y'_2 + a_2 x'_1 y'_1}{a_1 a_2} s - \qquad (10)$$

$$- i \frac{b^2}{a_1} - i \frac{b^2}{a_2} - i \mu^2 (a_1 + a_2) \} .$$

Существенно, что при $\lambda_1 \approx 0$ и $\lambda_2 \approx 0$ $a(x,y) = 0$. $a(x,y)$ в формуле (9) возникло за счет слагаемых вида $\sum_{i \neq j} k_i k_j$ в показателе экспоненты в (8) после взятия функциональных интегралов по $\delta^4 \nu_1$ и $\delta^4 \nu_2$ и интегрирования по $d^4 k_1$ и $d^4 k_2$. Отсюда следует, что в асимптотической области $s \to \infty$ различие между первым и вторым слагаемым в (7) исчезает, то есть их вклады, пропорциональные $\frac{g^6}{s^2}$, взаимно сокращаются. Действительно, используя ту же технику нахождения асимптотик фейнмановских интегралов, что и во втором разделе, получаем из (10)

$$<(\int\!\!\int_{-\infty}^{+\infty} dx dy\, D^c(w))^2> \underset{s \to \infty}{\approx} - \frac{g^4}{64 s^2} (H_0^{(2)} (\mu \sqrt{b^2}))^2 .$$

Так как главные асимптотики в формуле (7) взаимно сократились, то поведение $\Delta f\ (s,t)$ при $s \to \infty$ определяется младшими асимптотическими членами, которые при $s \to \infty$ меньше или порядка $\frac{g^6}{s}$ (может быть, с некоторой положительной степенью $\ln s$). Отсюда следует, что в любом порядке по константе связи g^2 вклад Δf_1 в амплитуду f при $s \to \infty$ меньше по сравнению с вкладом членов того же порядка по g^2 в эйкональной амплитуде $f_0(s,t)$. Но, начиная с четвертого порядка по g^2, необходимо учитывать следующую поправку Δf_2 ($n = 3$ в разложении (2)).

Исследуя высокоэнергетическое поведение поправочных членов Δf_2, Δf_3 и т.д., можно было бы в принципе выяснить вопрос, сокращаются или нет аномальные (не эйкональные) вклады при суммировании всех обобщенных лестничных диаграмм /7/. Однако исследование этих поправок связано со значительными техническими трудностями.

К вопросу о существовании неэйкональных вкладов в сумме лестничных диаграмм можно подойти и прямым суммированием в теории возмущения. Здесь полезным может оказаться замкнутое представление (в форме одного многократного интеграла) всей совокупности обобщенных лестничных диаграмм данного порядка по константе связи g, которое можно получить, используя функциональный подход (см. Приложение).

IV

В этом разделе кратко рассматривается модификация эйконального представления амплитуды рассеяния в теории $g\psi^2\phi$ при учете дополнительного взаимодействия вида $\lambda\phi^4$. В высокоэнергетической области суммируются диаграммы типа представленной на рис. 1 (в приближении прямолинейных путей /5/).

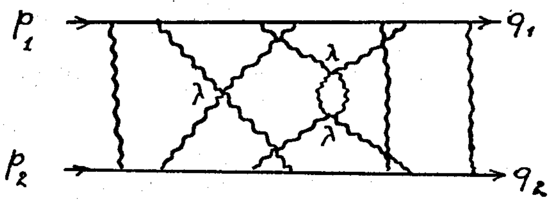

Рис. 1

Построение функции Грина, соответствующей данному классу диаграмм, и переход к амплитуде рассеяния полностью аналогичны расчетам работы /10/. Поэтому приведем сразу окончательное эйкональное представление для суммы рассматриваемых диаграмм в высокоэнергетической области ($s = (p_1 + p_2)^2 \to \infty$, $t = (p_1 - q_1)^2 = const$):

$$f(s,t) = is \int d^2 b\, e^{-ib(p_1 - q_1)} \{ \exp [i \frac{g^2}{4\pi s} K_0(\mu b) +$$

$$+ i \frac{g^4}{s} (\lambda \int d^2 k\, e^{-ikb} (\phi(k^2))^2 + \lambda^2 \int d^2 k\, e^{-ikb} \phi(k^2) \Pi(k^2) \phi(k^2))] - 1 \}, \quad (11)$$

$$\phi(k^2) = \frac{1}{k} \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + 4\frac{\mu^2}{k^2}}} ; \qquad \phi(0) = \frac{1}{2\mu} ; \qquad (12)$$

$\Pi(k^2)$ – регуляризованное значение следующей диаграммы:

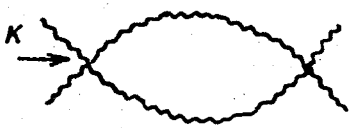

Рис. 2

$$\Pi(k^2) = -i\pi^2 \int_0^1 \frac{y\,dy\,\frac{k^2}{\mu^2}(1-2y)}{1+\frac{k^2}{\mu^2}\,y\,(1-y)}\ ; \qquad \Pi(k^2) \underset{k^2\to\infty}{\approx} \ln\frac{k^2}{\mu^2}\,. \tag{13}$$

Как видно из формулы (11), добавка к эйкональной фазе, обусловленная взаимодействием $\lambda\phi^4$, имеет такое же энергетическое поведение, как и основной член $\frac{g^2}{4\pi s}\,K_0(\mu b)$, возникающий из взаимодействия $g\psi^2\phi$. Поэтому, если $g^2\lambda \approx 1$ и $g^2\lambda^2 \approx 1$, то эта поправка сравнима с основным членом.

Используя (12) и (13), легко показать, что поправки к эйкональной фазе, пропорциональные λ и λ^2, сингулярны при $b \to 0$ (они ведут себя, как $\ln b$), т.е. соответствуют эффективному сингулярному потенциалу. Кроме того, поправка порядка λ^2 дает чисто мнимый вклад в эйкональную фазу.

В заключение кратко отметим основные результаты, полученные в работе:

1. Эйкональная формула (6) правильно воспроизводит асимптотику суммы обобщенных лестничных диаграмм до 6-го порядка по g включительно.

2. Квадраты виртуальных импульсов $\sum_i k_i^2$ в "нуклонных" пропагаторах ответственны за запаздывание в эйкональной формуле (6).

3. Дополнительное взаимодействие вида $\lambda\phi^4$ приводит к поправкам в эйкональной фазе, высокоэнергетическая асимптотика которых сравнима с основным членом $\frac{g^2}{4\pi s}\,K_0(\mu b)$.

Авторы считают своим приятным долгом поблагодарить за интерес к работе и стимулирующие обсуждения Д.И. Блохинцева, А.В. Ефремова, С. П. Кулешова, В.А. Матвеева, В.Н. Первушина, А.Н. Сисакяна, М.А. Смондырева.

Приложение

Разложив последнюю экспоненту в формуле (1) в ряд, функциональные квадраты по $\delta^4 \nu_j$ можно легко выполнить, в результате получаем сумму ряда теории возмущения, где $(n+1)$ – й член по g^2 имеет замкнутую форму:

$$f(s,t) = -\sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{i}{(2\pi)^4}\right]^n \frac{(ig^2)^{n+1}}{(n+1)!} \int_0^{\infty} \prod_{i=1}^{n+1} d\alpha_i \prod_{j=1}^{n} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} dx_j\, dy_j \int d^4 k_j\right) \cdot \tag{14}$$

$$\exp\{ i\sum_{\sigma=1}^{n} \alpha_\sigma (k_\sigma^2 - \mu^2) + i\alpha_{n+1}[(p_1 - q_1 + \sum_{j=1}^{n} k_j)^2 - \mu^2] + i\sum_{\sigma=1}^{n} (|x_\sigma| + |y_\sigma|) k_\sigma^2 +$$

$$+ 2i \sum_{\substack{i,j=1 \\ i>j}}^{n} k_i k_j c_{ij}(x_i, x_j; y_i, y_j) + 2i\sum_{j=1}^{n} k_j [x_j(p_1\theta(-x_j) + q_1\theta(x_j)) -$$

$$- y_j(p_2\theta(-y_j) + q_2\theta(y_j))]\} .$$

где
$$c_{ij}(x_i, x_j; y_i, y_j) = a(x_i; x_j) + a(y_i, y_j), \tag{15}$$

$$a(z_1, z_2) = z_1\theta(z_1) + z_2\theta(z_2) - z_1\theta(z_1 - z_2) - z_2\theta(z_2 - z_1).$$

Далее, используя стандартную технику [8], выполним интегрирование по виртуальным импульсам $d^4 k_j$:

$$f(s,t) = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(ig^2)^{n+1}}{(n+1)!} \frac{1}{(4\pi)^{2n}} \prod_{k=1}^{n+1} \int_0^{\infty} d\alpha_k \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\prod_{j=1}^{n} dx_j\, dy_j}{C_n^2(\alpha, x, y)} \exp\{i \frac{D_n(s,t,\alpha,x,y)}{C_n(\alpha,x,y)}\}. \tag{16}$$

Здесь $D_n(s,t,\alpha,x,y)$ и $C_n(\alpha,x,y)$ – детерминанты Чисхольма [8] квадратичной формы по k_i, стоящей в показателе экспоненты в формуле (14); α, x, y обозначают наборы соответствующих переменных. Параметры α_k относятся к мезонным линиям, а параметры x_j, y_j сопоставляются нуклонным пропагаторам.

Как известно /8/, $D_n(s,t,a,x,y)$ – линейная функция по s и t :

$$D_n(s,t,a,x,y) = s\cdot f_n(a,x,y) + t\cdot g_n(a,x,y) + d_n(a,x,y).$$

Поведение интеграла (16) при $s\to\infty$ всецело определяется структурой функции $f_n(a,x,y)$, точнее, минимальным числом параметров a, x, y, которые необходимо положить равными нулю, чтобы $f_n(a,x,y)=0$. $f_n(a,x,y)$ равно коэффициенту при $p_1 p_2$ в следующем детерминанте:

$$\begin{vmatrix} a_1+a_{n+1}+|x_1|+|y_1| & c_{12}+a_{n+1} & \vdots & c_{1n}+a_{n+1} & x_1 p_1 \\ c_{12}+a_{n+1} & a_2+a_{n+1}+|x_2|+|y_2| & \vdots & c_{2n}+a_{n+1} & x_2 p_1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{1n}+a_{n+1} & c_{2n}+a_{n+1} & \vdots & a_n+a_{n+1}+|x_n|+|y_n| & x_n p_1 \\ -y_1 p_2 & -y_2 p_2 & \vdots & -y_n p_2 & c(a,\mu^2) \end{vmatrix} \qquad (17)$$

где $c_{ij}\equiv c_{ij}(x_i, x_j; y_i, y_j)$ задаются формулами (15). Раскрывая определитель, получим:

$$f_n(a,x,y) = \sum_{i,j=1}^{n} x_i y_j A_{ij}(a,x,y), \qquad (18)$$

где $A_{ij}(a,x,y)$ – алгебраическое дополнение (i,j) элемента в (17).

Как видно из (17) или (18), $f_n(a,x,y) = 0$, если $x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 0$ или $y_1 = y_2 = \ldots = y_n = 0$. Это соответствует асимптотическому поведению n -го члена разложения (16) $\approx \frac{1}{s^n}$. Эти два набора параметров x_i и y_i образуют эйкональные t -пути. Так как $c_{ij}(x_i, x_j; y_i, y_j)=0$ и $|x_i|+|y_i|=0$, если все x_i и y_i равны нулю, то это означает, что члены типа $\sum k_i k_j$ ($i\neq j$ и $i=j$) в формуле (14) не влияют на асимптотику, определяемую этими двумя эйкональными t -путями.

Таким образом, если нет других t -путей, более коротких или равных эйкональным, то приближение $\sum_{i \geq j} k_i k_j = 0$ оправдано для суммы обобщенных лестничных диаграмм в высокоэнергетической области. Несколько другим путем к этому заключению пришли ранее Тиктополос и Трейман /11/.

Однако позднее этими авторами были найдены отдельные диаграммы, имеющие более короткие t -пути или равные эйкональным /7/.

Естественно возникает вопрос, существуют ли такие t -пути в сумме обобщенных лестничных диаграмм, или иначе: имеются ли наборы a, x, y с общим числом параметров, меньшим или равным n (причем два из них обязательно a -параметры), такие, что $f_n(a,x,y) = 0$ $(n \geq 3)$, если одновременно положить равными нулю все параметры этого набора.

Для ответа на этот вопрос необходимо исследование явного вида $f_n(a, x, y)$ (формулы (17), (18)), что является технически трудной задачей.

Литература

1. M.Levy, J.Sucher. Phys.Rev., 186, 1656 (1969); Phys. Rev., D2, 1716 (1970).
2. H.D.I.Abarbanel, C.Itzykson. Phys.Rev.Lett., 23, 53 (1969).
3. Б. М.Барбашов, С.П. Кулешов, В.А. Матвеев, А.Н. Сисакян, ТМФ, 3, 342 (1970).
4. В.Р. Гарсеванишвили, С.В. Голоскоков, В.А. Матвеев, Л.А. Слепченко, А.Н. Тавхелидзе. ТМФ, 6, 36 (1971).
5. B.M.Barbashov, S.P.Kuleshov, V.A.Matveev, V.N.Pervushin, A.N.Sissakian and A.N.Tavkhelidze. Phys.Lett., 33B, 484 (1970); ТМФ, 5, 330 (1970).
6. R.Jorgerson. Phys.Rev., 143, 1193 (1966).
7. G.Tiktopoulos, S.B.Treiman. Phys.Rev., D3, 1037 (1971).
8. R.J.Eden, P.V.Landshoff, D.I.Olive, J.C.Polkinghorne, "The Analytic S-Matrix," Cambridge, 1966.

9. Б.М. Барбашов. ЖЭТФ, 48, 607 (1965).

10. Б.М. Барбашов, В.В. Нестеренко. ТМФ, 10, 196 (1972).

11. G.Tiktopoulos, S.B.Treiman. Phys.Rev., D2, 805 (1970).

Рукопись поступила в издательский отдел
17 апреля 1972 года.