

СЗ46.Уа

Б-247

26/VI-72

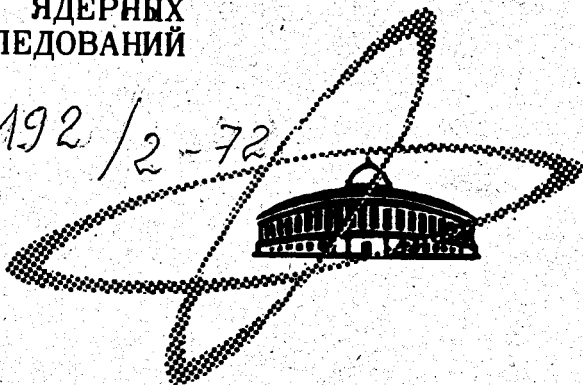
ЦБ

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

2192 / 2 - 72

P2 - 6329



Д.Ю.Бардин, С.М.Биленький

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

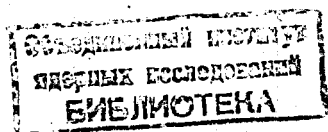
О РАДИАЦИОННЫХ РАСПАДАХ $\pi(K) \rightarrow \nu_e \gamma$

1972

P2 - 6329

Д.Ю.Бардин, С.М.Биленький

О РАДИАЦИОННЫХ РАСПАДАХ $\pi(K) \rightarrow \ell \nu \gamma$



1. Введение

Исследование радиационных распадов представляет большой интерес для теории слабых взаимодействий. В настоящей работе рассматриваются распады

$$\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \gamma \quad (1)$$

$$K^+ \rightarrow l^+ + \nu_l + \gamma \quad (2)$$

До сих пор распад $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e \gamma$ наблюдался лишь в единственном эксперименте /1/. В этом опыте было зарегистрировано 143 ± 15 событий, и для параметра γ , характеризующего отношение вкладов аксиального и векторного токов в структурную часть амплитуды, найдено два значения (0,4 и -2,0).

В работе Вакса и Иоффе /2/ было впервые показано, что гипотеза сохраняющегося векторного тока (CVC) позволяет связать вклад векторного тока в матричный элемент процесса (1) с амплитудой распада $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$. В работах /3,4/ вычислялись наблюдаемые величины для этого распада. Наконец, в последнее время в работах /5/ с помощью техники алгебры токов находилось значение параметра γ .

На вступающих в скором времени в строй "мезонных фабриках" возникнут возможности детального изучения распада (1). В связи с этим представляется актуальным вновь вернуться к рассмотрению этого распада, и, в частности, выяснить, измерение каких наблюдаемых позволило бы однозначно определить параметр γ .

В настоящей работе вычисляются спектры позитронов и γ -квантов при условии, что угол между импульсами позитрона и γ -кванта больше некоторого фиксированного значения. При этом учитывается зависимость векторного и аксиального формфакторов от квадрата полного 4-импульса позитрона и нейтрино. Показано, что измерение таких наблюдаемых позволило бы однозначно определить параметр γ . Измерение спектра позитронов (γ -квантов) позволило бы получить также информацию о справедливости гипотезы CVC для процессов с испусканием γ -кванта. Наконец, выполненные расчеты показывают, что вклад членов, характеризующих зависимость формфакторов от квадрата 4-импульса лептонной пары, не превышает нескольких процентов (при весьма широких предположениях о значениях соответствующих параметров).

Во второй части работы рассматриваются распады (2). Процесс $K^+ \rightarrow e + \nu_e \gamma$ изучался в работе /6/. Получен верхний предел вероятности распада ($\leq 7 \cdot 10^{-5} w_K$). Распад $K \rightarrow \mu \nu_\mu \gamma$ до сих пор не наблюдался. В работах /7/ с помощью дисперсионных соотношений и техники алгебры токов вычислялись параметры, характеризующие структурную часть амплитуды процессов (2). Вопросы феноменологического анализа этих процессов обсуждались в работах /4,8/. В этих работах не учитывалась, однако, зависимость формфакторов от квадрата импульса лептонной пары Q^2 .

Мы приведем результаты вычисления спектров лептонов и фотонов от распадов (2). Выполненные расчеты показывают, что учет Q^2 -зависимости формфакторов весьма существенен. Расчеты показывают также, что основной вклад в широкие области спектров $K \rightarrow e \nu_e \gamma$ -распада дает структурное излучение. В случае $K \rightarrow \mu \nu_\mu \gamma$ -распада существенный вклад в спектры дают члены, описывающие интерференцию структурного и внутреннего тормозного излучений.

Вычисленные нами наблюдаемые чувствительны ко всем параметрам, характеризующим амплитуду процессов (2). Измерения спектров дали бы возможность, следовательно, получить информацию о всех параметрах. Эти измерения сильно затруднены из-за фона от $K_{\ell 3}$ -распада. В принципе от фона можно избавиться, если регистрировать импульсы лептона

и фотона, а также угол между ними. Ясно также, что имеется узкая область энергий лептонов (~ 20 МэВ), свободная от фона. Мы приведем результаты вычисления спектра фотонов в свободной от фона области. В работе излагаются также результаты вычисления продольной поляризации лептона.

2. Распад $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e \gamma$

Рассмотрим вначале распад $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e \gamma$. Диаграммы процесса представлены на рис.1 и рис.2. Диаграмма рис.1 отвечает испусканию γ -кванта позитроном. На рис.2 - диаграммы, отвечающие испусканию γ -кванта адронами. Матричный элемент распада запишем в виде:

$$\langle f | S | i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} e \frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{m}{4q_0 k_0 p_{10}} \right)^{1/2} \delta(k+p_1+p-q) \times \quad (3)$$

$$\times [\bar{u}(p) \hat{q}(1+\gamma_5) \frac{1}{-\hat{p}_1 - \hat{k} - im} \hat{v}(-p_1) f_{\pi} + \epsilon_{\alpha\beta} \gamma_{\alpha} \gamma_{\beta} \bar{u}(p) \gamma_{\beta}(1+\gamma_5) v(-p_1)].$$

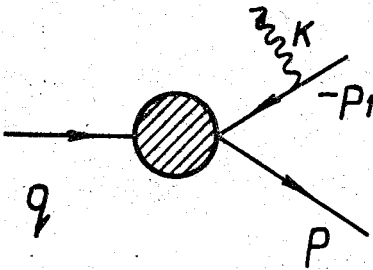


Рис. 1

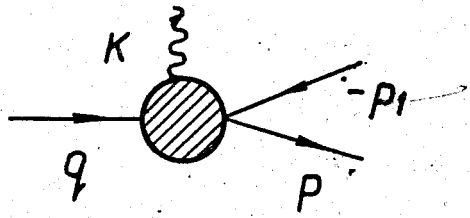


Рис. 2

Здесь k , p_1 , p и q - 4-импульсы фотона, позитрона, нейтрино и π -мезона, ϵ_a - вектор поляризации фотона, m - масса позитрона, а f_π - константа π -распада (вероятность $\pi \rightarrow \mu \nu_\mu$ распада равна

$$w_{\pi \rightarrow \mu \nu_\mu} = \frac{G^2}{8\pi} m^2 m_\pi^2 f_\pi^2 \frac{(1 - m^2/m_\pi^2)^2}{m_\mu^2 m_\pi^2} m_\mu \text{ и } m_\pi - \text{массы } \mu - \text{мезона и } \pi - \text{мезона). Втор-$$

рой член в квадратных скобках выражения (3), отвечающий диаграммам рис. 2, представляет собой сумму вкладов аксиального и векторного токов:

$$\mathcal{M}_{\alpha\beta} = \mathcal{M}_{\alpha\beta}^A + \mathcal{M}_{\alpha\beta}^V \quad (4)$$

Выделяя вклад пионного полюса в тензор $\mathcal{M}_{\alpha\beta}^A$, имеем

$$\epsilon_a \mathcal{M}_{\alpha\beta}^A = \epsilon_a \left[f_\pi \frac{q_\alpha Q_\beta}{q \cdot k} + f_\pi \delta_{\alpha\beta} + b(Q^2) (q_\alpha k_\beta - q \cdot k \delta_{\alpha\beta}) \right], \quad (5)$$

где

$$Q = p_1 + p = q - k.$$

Разлагая b по Q^2 и ограничиваясь линейными по Q^2 членами, запишем

$$b(Q^2) = b(0) \left(1 - \lambda^A \frac{Q^2}{m_\pi^2} \right). \quad (6)$$

Псевдотензор $\mathcal{M}_{\alpha\beta}^V$ имеет следующий вид:

$$\mathcal{M}_{\alpha\beta}^V = -a(Q^2) \epsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} k_\rho q_\sigma. \quad (7)$$

Используя гипотезу сохранения векторного тока и разлагая a по Q^2 , получаем /2/:

$$a(Q^2) = -\sqrt{2} a_0 \left(1 - \lambda^V \frac{Q^2}{m_\pi^2} \right). \quad (8)$$

Здесь a_0 - амплитуда распада $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$. Вероятность распада $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ связана с амплитудой a_0 соотношением

$$w_{\pi 0} = \pi a^2 a_0^2 m_\pi^3 . \quad (9)$$

Окончательно матричный элемент процесса (1) имеет вид:

$$\begin{aligned} \langle f | S | i \rangle = & i \frac{G}{\sqrt{2}} e \frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{m}{4q_0 k_0 p_{10}} \right)^{1/2} \delta(k+p_1+p-q) . \\ \epsilon_\alpha \{ & f_\pi m \bar{u}(p) (1-\gamma_5) \left[\frac{p_1 a}{p_1 k} - \frac{q a}{q k} + \frac{1}{2} \frac{\hat{k} \gamma_\alpha}{p_1 k} \right] u(-p_1) + \\ & + i \left[a \epsilon_{\alpha\beta\gamma\sigma} k_\rho q_\sigma - b (q_\alpha k_\beta - q k \delta_{\alpha\beta}) \right] \bar{u}(p) \gamma_\beta (1+\gamma_5) u(-p_1) \} . \end{aligned} \quad (10)$$

Первый член в фигурных скобках выражения (10) пропорционален амплитуде безрадиационного процесса f_π и описывает внутреннее тормозное излучение. Второй член описывает так называемое структурное излучение. Здесь и в дальнейшем мы будем пренебрегать возможными нарушениями T -инвариантности. Величины f_π , a и b при этом вещественны. Перейдем к наблюдаемым величинам. Удобно ввести переменные /3/

$$x = \frac{-2qk}{m_\pi^2}, \quad y = \frac{-2p_1 q}{m_\pi^2} . \quad (11)$$

В системе покоя π -мезона инварианты x и y равны соответственно энергии фотона и электрона в единицах $m_\pi/2$. Переменные x , y и $\cos \theta$ (θ - угол между импульсами фотона и позитрона в системе покоя π -мезона) связаны соотношением:

$$x = \frac{1+r-y}{1 - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}\sqrt{y^2-4r} \cos \theta} , \quad (12)$$

где

$$r = \frac{m^2}{m_\pi^2} . \quad (13)$$

Вычислим вначале спектр лептонов при условии, что угол θ больше некоторого фиксированного значения θ_0 . Обрезание по углу подавляет вклад внутреннего тормозного излучения. Для спектра находим следующее выражение:

$$\left(\frac{dR}{dy}\right)_{\theta_0} = \frac{1}{w_{\pi \rightarrow \mu\nu}} \int_{x_{min}}^{x_{max}} \frac{d^2w}{dx dy} dx = F_{IB} + \bar{F}_{INT} +$$

$$+ (1+\gamma)^2 \bar{F}_{SD}^{(+)} + (1-\gamma)^2 \bar{F}_{SD}^{(-)} + \bar{F}_{SD}^{\lambda},$$

$$F_{IB} = A_{IB} \left\{ \left[c + \frac{2}{c} \gamma(1-r) \right] \ell_u - 2(1-r) \left[\frac{\gamma}{\sigma} \ell_x + \Delta_{-1-r} \left(\frac{1}{u_{max}} - \frac{1}{u_{min}} \right) \right] \right\}$$

$$\bar{F}_{INT} = h F_{INT} = h A_{INT} c \left\{ (1+\gamma) \left[\Delta_1 - \ell_x + r \ell_u \right] + \right.$$

$$\left. + (1-\gamma) \left[\ell_x + (c-r) \ell_u \right] + \lambda^V \left[(1-c) (\Delta_1 + c \ell_u) - \Delta_2 \right] + \right.$$

$$\left. + \gamma \lambda^A \left[(3-2r+c) \Delta_1 - \Delta_2 - 2\ell_x + (2r-c)(1-c) \ell_u \right] \right\}, \quad (14)$$

$$\bar{F}_{SD}^{(+)} = h^2 F_{SD}^{(+)} = h^2 A_{SD} \left[c^2 \Delta_1 - c(2+c-r) \Delta_2 + (1+2c-r) \Delta_3 - \Delta_4 \right],$$

$$\bar{F}_{SD}^{(-)} = h^2 F_{SD}^{(-)} = h^2 A_{SD} c \left[c \Delta_1 - (c-r) \Delta_2 \right],$$

$$\bar{F}_{SD}^{\lambda} = h^2 F_{SD}^{\lambda} = h^2 A_{SD} \left\{ 2(\lambda^V + \gamma^2 \lambda^A) \left[2c^2 \Delta_1 - \right. \right.$$

$$\left. - 2c(2c+1-r) \Delta_2 + (2c^2 + 4c + 1 - 2cr - r) \Delta_3 - \right.$$

$$-(2c + 2-r) \Delta_4 + \Delta_5] + 2\gamma (\lambda^V + \lambda^A) [-2c \Delta_2 + \\ + (4c + 1-r) \Delta_3 - (2c + 2-r) \Delta_4 + \Delta_5] \} .$$

Здесь

$$A_{IB} = A_{INT} = \frac{\alpha \cdot r}{2\pi r_\mu (1-r_\mu)^2} , \quad A_{SD} = \frac{\alpha}{8\pi r_\mu (1-r_\mu)^2} , \quad (15)$$

$$r_\mu = \frac{m^2}{m_\pi^2} ; \quad h = -\frac{\alpha(0) m^2}{f_\pi} ,$$

а параметр γ определен следующим образом:

$$\gamma = \frac{b(0)}{a(0)} . \quad (16)$$

При сохранении векторного тока из (8) и (9) получаем

$$h = \text{sign} (a_0 f_\pi) \sqrt{\frac{2m_\pi w_{\pi 0}}{\pi}} \frac{1}{\alpha |f_\pi|} . \quad (17)$$

Отсюда находим ($\tau_{\pi 0} = 0,89 \cdot 10^{-16}$ сек), что

$$|h| = 2,7 \cdot 10^{-2} . \quad (18)$$

Далее в (14) введены следующие обозначения:

$$c = 1 + r - \gamma , \quad l_x = \ln \frac{x_{\max}}{x_{\min}} , \quad l_u = \ln \frac{u_{\max}}{u_{\min}} , \\ u_{\max(\min)} = x_{\max(\min)} - c , \quad (19)$$

$$\Delta_n = \frac{1}{n} (x_{\max}^n - x_{\min}^n) ,$$

где x_{\max} и x_{\min} - максимальное и минимальное значения переменной

x :

$$x_{max} = 1 - \frac{1}{2} y + \frac{1}{2} \sqrt{y^2 - 4r}$$

$$x_{min} = \frac{1+r-y}{1 - \frac{1}{2} y + \frac{1}{2} \sqrt{y^2 - 4r} \cos \theta_0} \quad (20)$$

Из (15) и (18) находим:

$$|h| A_{INT} = 1,9 \cdot 10^{-3} h^2 A_{SD}$$

Малость $|h| A_{INT}$ по сравнению с $h^2 A_{SD}$ определяет малость вклада интерференционного члена в вероятность распада. Вклад функции F_{SD}^λ также мал и мы обсудим его ниже. Начнем с рассмотрения вкладов в $(dR/dy)_\theta$ главных членов F_{IB} , $F_{SD}^{(+)}$ и $\bar{F}_{SD}^{(-)}$. На рис. 3 изображена зависимость этих функций от переменной y для значений θ_0 , равных $\pi/4$, $\pi/2$ и $3\pi/4$. Как видно из рис. 3, кривые $\bar{F}_{SD}^{(+)}$ и $\bar{F}_{SD}^{(-)}$ пересекаются. Такое поведение функций $\bar{F}_{SD}^{(+)}$ и $\bar{F}_{SD}^{(-)}$ означает, что измерение на опыте спектра $(dR/dy)_\theta$ в широкой области значений переменной y позволило бы однозначно определить параметр y . На рис. 4 приведены позитронные спектры при значениях θ_0 , равных $\pi/4$, $\pi/2$ и $3\pi/4$ для двух значений параметра y (0,4 и -2,0) и $\lambda^V = \lambda^A = 0$. Кривые на рис. 4 построены при $s = \text{sign}(a_0 f_\pi) = 1$. Для иллюстрации зависимости от s точками под кривой, отвечающей $\theta_0 = \pi/4$ и $y = -2$, изображены значения функции $(dR/dy)_{\pi/4}$ при $s = -1$. Для $y = 0,4$ спектры практически от s не зависят. Отметим, что в области $x \leq 0,43$, $y \leq 0,75$ имеется фон, обусловленный $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ с последующим распадом μ - мезона, а в области $x \leq 0,75$, $y \leq 0,75$ фон от распада $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$. От этих фонов можно избавиться, если с относительно небольшой точностью измерять x , y и θ .

Обсудим теперь вклад функции \bar{F}_{SD}^λ . Если предположить, что для формфактора $a(Q^2)$ имеет место дисперсионное соотношение без вычитаний и учесть вклад только ρ - мезона, то $\lambda^V = \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2} = 0,033$. При других предположениях (вычитания, учет вкладов остальных промежуточных состояний и проч.) значение λ^V может оказаться иным. Интересно отметить, что, вследствие градиентной инвариантности, как дисперсионное соотношение без вычитаний, так и дисперсионное соотношение с одним вычитанием в случае, если доминирует A_1 - резонанс, приводят /7/ к $\lambda^A = \frac{m_\rho^2}{m_{A_1}^2} = 0,017$. Мы вычислили вклад функции \bar{F}_{SD}^λ при $\lambda^V = 0,033$; 0,1 и $\lambda^A = 0,017$; 0,1. Оказалось, что даже при $\lambda^V = \lambda^A = 0,1$ значения функции dR/dy отличаются от соответствующих значений dR/dy при $\lambda^V = \lambda^A = 0$ не более чем на 4%. Для $\lambda^V = 0,033$ и $\lambda^A = 0,017$ это отличие не превышает 1%.

Перейдем теперь к обсуждению спектра γ -квантов от распада (1) при том же условии $\theta \geq \theta_0$. Имеем:

$$\left(\frac{dR}{dx}\right)_{\theta_0} = \frac{1}{w_{\pi \rightarrow \mu \nu}} \int_{y_{min}}^{y_{max}} \frac{d^2 w}{dx dy} dy = \bar{\Phi}_{IB} + \bar{\Phi}_{INT} +$$

$$+ (1 + \gamma)^2 \bar{\Phi}_{SD}^{(+)} + (1 - \gamma)^2 \bar{\Phi}_{SD}^{(-)} + \bar{\Phi}_{SD}^\lambda,$$

(21)

$$\bar{\Phi}_{IB} = A_{IB} \left\{ - \frac{x^2 + 2x_1(1-r)}{x^2} \delta_1 + \frac{x^2 + 2d(1-r)}{x} \ell_v - 2r(1-r) \delta_{-1} \right\},$$

$$\bar{\Phi}_{INT} = h \Phi_{INT} = h A_{INT} \left\{ (1 + \gamma) \left[-d \delta_1 + \frac{x_1}{x} \delta_2 + r x \ell_v \right] + \right.$$

$$+ (1-\gamma) \left[(d-x) \delta_1 - \frac{x_1}{x} \delta_2 + x(x-r) \ell_v \right] +$$

$$+ \lambda^V x_1 x [-\delta_1 + x \ell_v] + \gamma \lambda^A x_1 \left[(-2d+x) \delta_1 + \frac{2x_1}{x} \delta_2 + x(2r-x) \ell_v \right] \}.$$

$$\bar{\Phi}_{SD}^{(+)} = h^2 \Phi_{SD}^{(+)} = h^2 A_{SD} [-r x \delta_2 + x_1 \delta_3] ,$$

$$\bar{\Phi}_{SD}^{(-)} = h^2 \Phi_{SD}^{(-)} = h^2 A_{SD} [x^2 d \delta_1 - x(x_1+d) \delta_2 + x_1 \delta_3] ,$$

$$\bar{\Phi}_{SD}^{\lambda} = h^2 \Phi_{SD}^{\lambda} = h^2 A_{SD} \{ 2(\lambda^V + \gamma^2 \lambda^A) x_1 [x^2 d \delta_1 -$$

$$- 2d x \delta_2 + 2x_1 \delta_3] + 2\gamma (\lambda^V + \lambda^A) x_1 (-x^2 d \delta_1 + 2x x_1 \delta_2) \} .$$

Здесь

$$d = 1 + r - x, \quad x_1 = 1 - x ,$$

$$\ell_v = \ln \frac{v_{max}}{v_{min}} , \quad (22)$$

$$v_{max(min)} = y_{max(min)}^{-d} ,$$

$$\delta_n = \frac{1}{n} (v_{max}^n - v_{min}^n) .$$

Из (12) следует, что $y_{max} = 1+r$. Если $0 \leq x \leq 1 - \sqrt{r}$, то

$$y_{min} = \frac{d \left(\frac{x}{2} - 1 \right) + \left(\frac{x}{2} \cos \theta_0 \right) \sqrt{(1-r-x)^2 - r x^2 \sin^2 \theta_0}}{\left(\frac{x}{2} \cos \theta_0 \right)^2 - \left(\frac{x}{2} - 1 \right)^2} \quad (23)$$

Если $1 - \sqrt{r} \leq x \leq 1-r$, то $y_{min} = \frac{4r \left(1 - \frac{x}{2} \right)}{d}$, при условии,

что $\theta_0 \leq \theta_1$, где $\sin \theta_1 = \frac{1-r-x}{\sqrt{r}x}$. При $\theta_0 \geq \theta_1$ y_{min} дается вы-

ражением (23). Как и в предыдущем случае, вклады $\bar{\Phi}_{IN}^{\lambda}$ и $\bar{\Phi}_{SD}^{\lambda}$ малы. За-
висимость от x функций $\bar{\Phi}_{IB}^{\lambda}$, $\bar{\Phi}_{SD}^{(+)}$ и $\bar{\Phi}_{SD}^{(-)}$, дающих основной вклад,
представлена на рис. 5 ($\theta_0 = \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$). Как видно из этих графиков,

$\bar{\Phi}_{SD}^{(+)}$ и $\bar{\Phi}_{SD}^{(-)}$ имеют поведение, существенно отличное от поведения $\bar{F}_{SD}^{(+)}$
и $\bar{F}_{SD}^{(-)}$. Они нигде не пересекаются и дают большой вклад в спектр

γ -квантов при $x \gtrsim 0,5$. На рис. 6 изображены спектры γ -квантов
при $\theta = \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$ для значений γ , равных 0,4 и -2,0 и $\lambda^V = \lambda^A = 0$.

Отметим, что при $\lambda^V = \lambda^A = 0,1$ вклад $\bar{\Phi}_{SD}^{\lambda}$ не превышает 5%.

В заключение сделаем замечание относительно возможной проверки
предсказываемого **CVC**-соотношения

$$|a(0)| = \sqrt{2} |a_0| \quad (24)$$

Так как вклад интерференции мал, то, как видно из (14) и (21), изуче-
ние спектра позитронов и γ -квантов дает возможность определить
лишь $(a+b)^2$ и $(a-b)^2$. Очевидно, что для $|a|$ и $|b|$ может быть
найден при этом два решения, отличающихся заменой $|a| \leftrightarrow |b|$. От-
метим, что проверка соотношения (24) не эквивалентна обычным провер-
кам **CVC**. Это связано с тем, что в матричный элемент процесса
 $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ могут давать вклад пропорциональные e^2 члены гамильтониана
взаимодействия. Им отвечают диаграммы с испусканием двух фотонов из
одной точки. Соответствующие члены гамильтониана слабого взаимодей-
ствия, дающие вклад в матричный элемент процесса $\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$, пропорцио-

нальны. G_e (диаграммы с испусканием γ -кванта и лептонной пары из одной точки). Несмотря на отмеченную выше двузначность, проверка соотношения (24) представляет, следовательно, большой интерес.

3. Распады $K^+ \rightarrow l^+ \nu_l \gamma$

В этом разделе мы рассмотрим распады $K^+ \rightarrow l^+ \nu_l \gamma$. Начнем с процесса

$$K^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \gamma \quad (25)$$

Спектры позитронов и γ -квантов даются, очевидно, выражениями (14)–(16), (6), (8) и (21)–(23), в которых необходимо сделать следующие замены:

$$m_\pi \rightarrow m_K, \quad w_{\pi \rightarrow \mu\nu} \rightarrow w_{K \rightarrow \mu\nu}, \quad \gamma \rightarrow \gamma_K = \frac{b_K(0)}{a_K(0)}, \quad f_\pi \rightarrow f_K, \quad h \rightarrow h_K, \quad (26)$$

где

$$h_K = \frac{-a_K(0) m_K^2}{f_K} \quad (27)$$

Параметры h_K , γ_K , λ_K^V и λ_K^A вычислялись в работах [7]. При этом делались предположения о насыщении дисперсионных соотношений ближайшими резонансами (K^* и K_A), а также использовались алгебра токов и $SU(3)$ -симметрия. Мы приведем вначале для $\theta_0 = \pi/2$ графики не зависящих от значений этих параметров функций F_{IB} , $F_{SD}^{(\pm)}$, F'_{SD} , F''_{SD} и Φ_{IB} , $\Phi_{SD}^{(\pm)}$, Φ'_{SD} , Φ''_{SD} (рис. 7 и рис. 8). Вклады интерференционных членов пренебрежимо малы (менее 1%). Функции F'_{SD} , F''_{SD} и Φ'_{SD} , Φ''_{SD} определены следующим образом:

$$F_{SD}^\lambda = (\lambda_K^V + \gamma_K^2 \lambda_K^A) F'_{SD} + \gamma_K (\lambda_K^V + \lambda_K^A) F''_{SD}$$

$$\Phi_{SD}^{\lambda} = (\lambda_{K}^{V} + \gamma_{K}^2 \lambda_{K}^{A}) \Phi'_{SD} + \gamma_{K} (\lambda_{K}^{V} + \lambda_{K}^{A}) \Phi''_{SD} .$$

Из графиков на рисунках 7 и 8 видно, что преобладает структурное излучение (это имеет место также и при всех θ для $x \geq 0,05$ и $y \leq 0,95$). Вклады F'_{SD} и F''_{SD} (Φ'_{SD} и Φ''_{SD}) сравнимы с вкладом $F_{SD}^{(\pm)}$ ($\Phi_{SD}^{(\pm)}$). Все эти функции имеют различное поведение. Измерение спектров позитронов (γ -квантов) в широкой области x (y) позволило бы, следовательно, получить информацию о всех параметрах, характеризующих структурную часть амплитуды процесса $K^+ \rightarrow e^+ \nu_e \gamma$. Такие измерения затрудняются фоном от K^+_{e3} -распада. От этого фона можно, однако избавиться, если отбирать события с $y \geq 0,92$. На рис. 9 приведены графики функций Φ_{1B} , $\Phi_{SD}^{(+)}$, $\Phi_{SD}^{(-)}$, Φ'_{SD} и Φ''_{SD} в области, свободной от фона. Как видно из рис. 9, в этой области доминируют $\Phi_{SD}^{(+)}$, Φ'_{SD} и Φ''_{SD} .

На рис. 10 и 11 изображены спектры позитронов и γ -квантов от распада $K \rightarrow e \nu_e \gamma$ для значений параметров h_K , λ_K^V и λ_K^A , полученных в работах /7/: $|h_K| = 0,46$, $\lambda_K^V = \frac{m_K^2}{m_{K^*}^2} = 0,3$, $\lambda_K^A = \frac{m_K^2}{m_{KA}^2} = 0,15$. Для параметра $|\gamma_K|$ в этих работах найдены различные значения в интервале от 0,05 до 0,85. На рис. 10 и 11 приведены спектры при значениях γ_K , равных 0,5, -0,5 и 0. Для каждого значения γ_K построены спектры при $\lambda_K^V = 0,3$ и $\lambda_K^A = 0,15$ (сплошные кривые) и при $\lambda_K^A = \lambda_K^V = 0$ (пунктирные кривые). Как видно, при анализе экспериментальных данных необходимо учитывать Q^2 -зависимость векторного и аксиального формфакторов. Отметим, что вследствие малости вкладов интерференционных членов измерение лептонного и фотонного спектров в $K \rightarrow e \nu_e \gamma$ -распаде не позволяет однозначно определить параметры $|h_K|$, γ_K , λ_K^V и λ_K^A (как и в случае $\pi \rightarrow e \nu_e \gamma$).

В таблице 1 приводится полная вероятность $w_{K \rightarrow e \nu \gamma} / w_{K \rightarrow \mu \nu}$ при двух значениях обрезания по энергии фотона Δ ($k_0 \geq \Delta$).

Таблица 1

Δ	$ \gamma_K = 0,5$		$\gamma_K = 0$	
	$\lambda_K^V = 0,3; \lambda_K^A = 0,15$	$\lambda_K^V = \lambda_K^A = 0$	$\lambda_K^V = 0,3; \lambda_K^A = 0,15$	$\lambda_K^V = \lambda_K^A = 0$
1 Мэв	$7,5 \cdot 10^{-5}$	$6,4 \cdot 10^{-5}$	$6,1 \cdot 10^{-5}$	$5,1 \cdot 10^{-5}$
5 Мэв	$7,4 \cdot 10^{-5}$	$6,3 \cdot 10^{-5}$	$6,0 \cdot 10^{-5}$	$5,0 \cdot 10^{-5}$

В заключение рассмотрим распад

$$K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \gamma \quad (28)$$

Амплитуда процесса (28) характеризуется теми же параметрами, что и амплитуда процесса (25) ($\mu - e$ - универсальность). Ясно также, что для получения спектров μ - мезонов и фотонов в (14), (15) и (21), кроме замены (26), необходимо заменить массу электрона на массу μ - мезона. Графики функций F_{IB} , $F_{SD}^{(+)}$, Φ_{IB} , $\Phi_{SD}^{(+)}$, ..., входящих в выражения (14) и (21) и не зависящих от параметров h_K , ... приведены на рис. 12 и 13. Функции $F_{INT}^{(+)}$, $F_{INT}^{(-)}$, F_{INT}^V и F_{INT}^A определены следующим образом:

$$F_{INT} = (1 + \gamma_K) h_K F_{INT}^{(+)} + (1 - \gamma_K) h_K F_{INT}^{(-)} + \lambda_K^V h_K F_{INT}^V + \gamma_K \lambda_K^A h_K F_{INT}^A \quad (29)$$

где F_{INT} дается выражением (14). Аналогично определены $\Phi_{INT}^{(+)}$, ... Из рис. 12 и 13 видно, что как в спектр μ -мезонов, так и в спектр фотонов дают существенный вклад интерференционные члены. Это означает, что спектры зависят от знака параметра h_K . Расчеты показывают также, что влияние на фотонный и мюонный спектры членов, содержащих параметры λ_K^V и λ_K^A , невелико (не более 3% при $\lambda_K^V = 0,3$ и $\lambda_K^A = 0,15$). На рис. 14 приведены графики функции Φ_{IV} , $\Phi_{SD}^{(+)}$, ... при дополнительном условии $y \geq 0,97$ (область, свободная от фона $K_{\mu 3}$ -распада). Отметим, что при значениях параметра обрезания по энергии фотона, равных 1 и 5 Мэв, полная вероятность $w_{K \rightarrow \mu \nu}$ соответственно равна $1,0 \cdot 10^{-2} w_{K \rightarrow \mu \nu}$ и $5,3 \cdot 10^{-3} w_{K \rightarrow \mu \nu}$.

Очевидно, что дополнительную информацию о структурной части амплитуды $K \rightarrow \ell \nu_{\ell} \gamma$ распадов можно получить, если измерять поляризацию лептона. Приведем вычисленную с помощью (10) поляризацию лептона как функцию скаляров x и y (при фиксированных x и y по \vec{p} и \vec{k} произведено интегрирование).

$$\begin{aligned}
 \vec{P} &= -\frac{a G^2 m_K}{16(2\pi)^2} \frac{\vec{p}_1}{p_{10}} \frac{1}{\frac{d^2 w}{dx dy}} \left\{ 4m_{\ell}^2 f_K^2 \frac{c}{u x^2} [x^2 + 2(1+r-x) - \right. \\
 &- \frac{2r xy}{u} + 2r g (2-x - \frac{(1+r)x}{u})] - 4m_{\ell}^2 f_K m_K^2 c [(a+b) \times \\
 &\times (\frac{x-1}{x} + \frac{r}{u} \frac{y(2(1-x)-y)}{(y^2-4r)} + (a-b) (\frac{y}{u} - \frac{1}{x} - \frac{(y-2r)g}{ux})] + \\
 &+ m_K^6 [(a+b)^2 (u(x-1) + xr) (u-2rg) + (a-b)^2 (u-xy-2rg) c] \left. \right\} = \\
 &= P \frac{\vec{p}_1}{|\vec{p}_1|} .
 \end{aligned} \tag{30}$$

$$u = x + y - l - r, \quad c = l + r - y, \quad g = \frac{xy - 2u}{y^2 - 4r}$$

m_ℓ - масса лептона,

а $\frac{d^2 w}{dx dy}$ - вероятность распада. Выражение для $\frac{d^2 w}{dx dy}$ хорошо известно /3,4/:

$$\frac{d^2 w}{dx dy} = \frac{a G^2 m_K}{16(2\pi)^2} \left\{ 4m_\ell^2 f_K^2 \frac{c}{u x^2} \left[x^2 + 2(1-x)(1-r) - \frac{2rx(1-r)}{u} \right] - \right. \\ \left. - 4m_\ell^2 f_K m_K^2 c \left[(a+b) \left(\frac{x-l}{x} + \frac{r}{u} \right) + (a-b) \left(\frac{x-r}{u} - \frac{x-l}{x} \right) \right] + \right. \\ \left. + m_K^6 \left[(a+b)^2 u(u(1-x) - xr) + (a-b)^2 ((1-x)(1-y) + r) c \right] \right\}. \quad (31)$$

На рис. 15 изображена поляризация μ^+ -мезона от $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \gamma$ распада как функция y при различных значениях параметров $|h_K|$ и γ_K и при $\lambda_K^V = \lambda_K^A = 0$. По переменной x произведено интегрирование.

В заключение выражаем глубокую благодарность С.М. Коренченко, Г.В. Мицельмахеру, Л.Л. Неменову, В.И. Огиевскому, Я.А. Смородинскому, М.В. Терентьеву за полезные обсуждения.

Литература

1. P. Depommier, J. Heintze, C. Rubbia and V. Scergel. Phys. Lett., 7, 285, 1963.
2. V.G. Vaks and B.L. Ioffe. Nuovo Cim., 10, 342, 1958. см. также P. de Baenst and J. Pedtieu. Nuovo Cim., 53, 137, 1968.

3. S.G.Brown and S.A.Bludman. Phys.Rev., 136, B1160, 1964.
4. M.G.Smoes. Nucl.Phys., B20, 237, 1970.
5. T.Das, V.S. Mathur and S.Okubo. Phys.Rev.Lett., 19, 859, 1967. S.G.Brown and G.B.West. Phys.Rev., 168, 1605, 1968.
В.С.Березинский. ЯФ, 8, 1208, 1968.
J.S.Vaishya. Phys.Rev., 173, 1757, 1968.
6. R.J.Macek et al. Phys.Rev., D1, 1249, 1970.
7. A.Q.Sarker. Phys.Rev., 173, 1749, 1968.
R.Rochmore. Phys.Rev., 177, 2573, 1969.
N.J.Carron and R.L.Schult. Phys.Rev., D1, 3171, 1970.
8. D.E.Neville. Phys.Rev., 124, 2037, 1961.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 марта 1972 года.

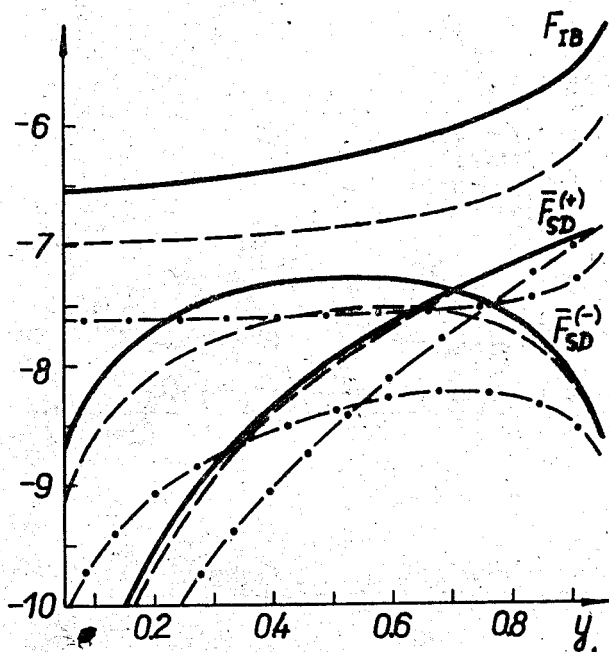


Рис. 3. Функции F_{IB} , $\bar{F}_{SD}^{(+)}$, $\bar{F}_{SD}^{(-)}$ для процесса $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e \gamma$.
Углы обрезания: $\pi/4$ (сплошные линии), $\pi/2$ (пунктирные линии), $3\pi/4$ (штрих-пунктирные линии). Масштаб логарифмический.

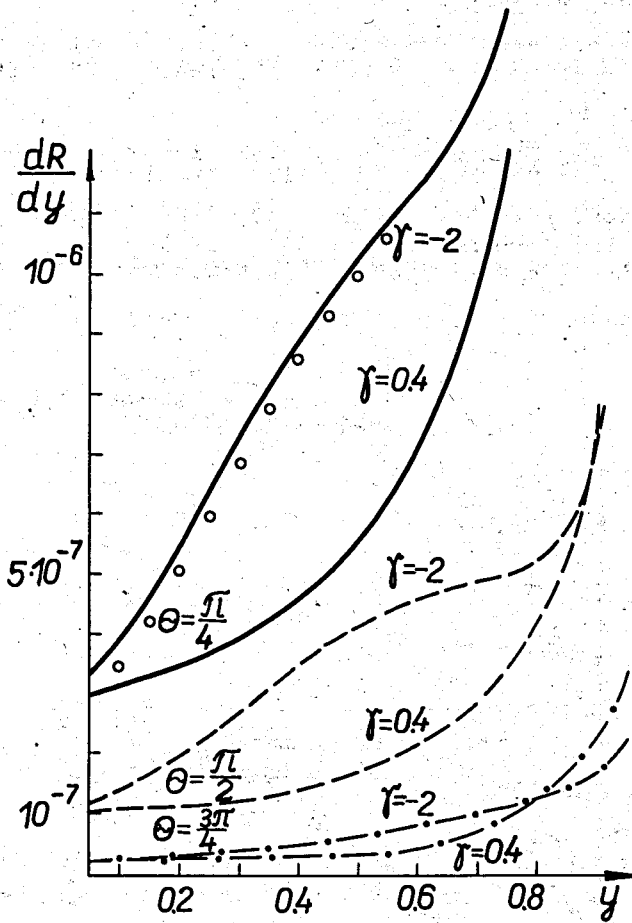


Рис. 4. Спектры позитронов от $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e$ распада при значениях γ , равных 0,4 и -2,0. Углы обрезания $\pi/4$, $\pi/2$ и $3\pi/4$.

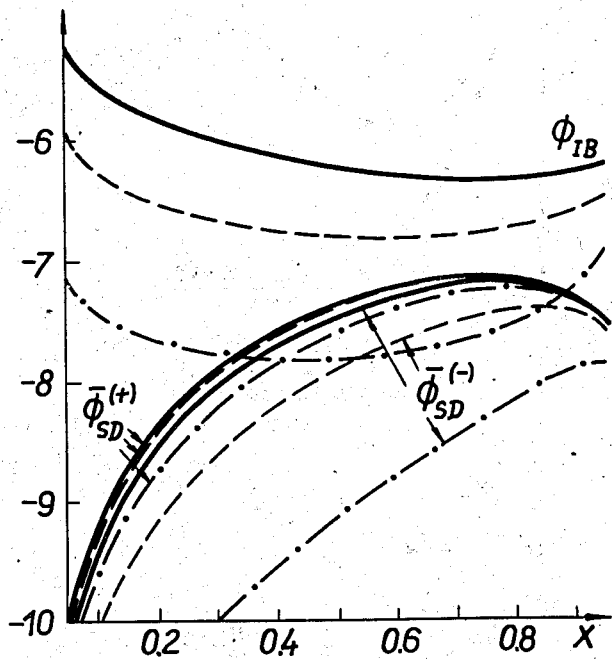


Рис. 5. Функции Φ_{IB} , $\bar{\Phi}_{SD}^{(+)}$ и $\Phi_{SD}^{(-)}$ для процесса $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e \gamma$. Углы обрезания θ_0 равны $\pi/4$, $\pi/2$ и $3\pi/4$. Масштаб логарифмический.

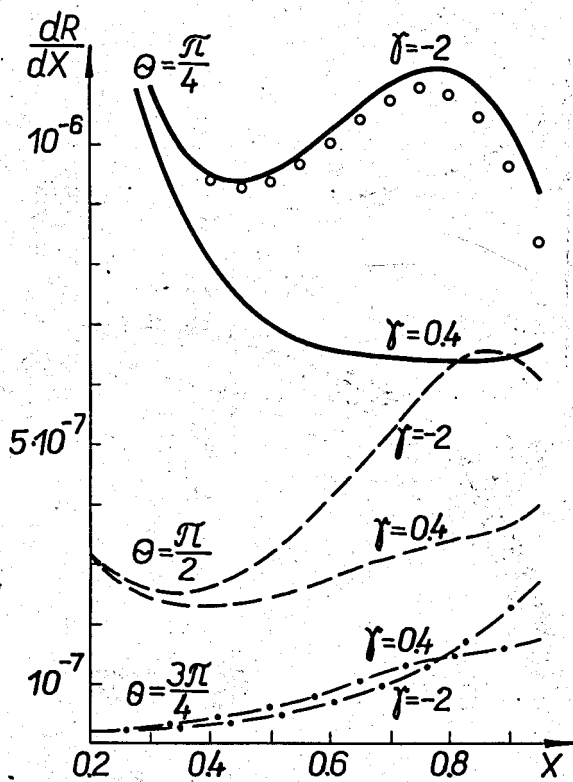


Рис. 6. Спектры фотонов от $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e \gamma$ распада при значениях γ , равных 0,4 и -2,0. Углы обрезания $\pi/4$, $\pi/2$ и $3\pi/4$.

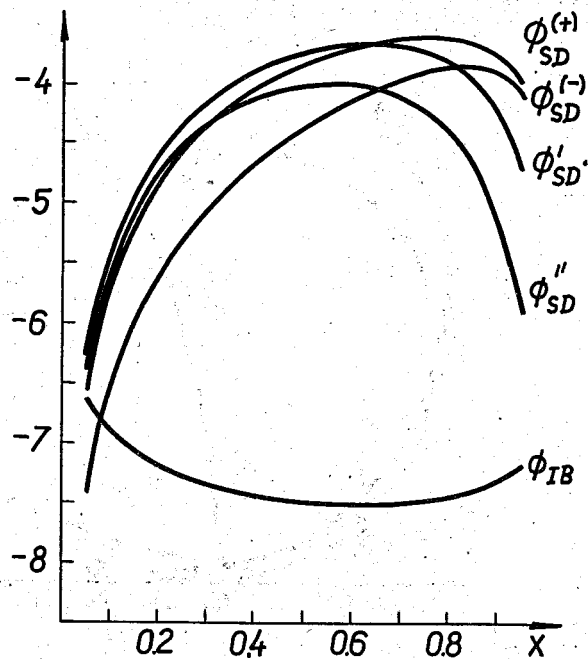
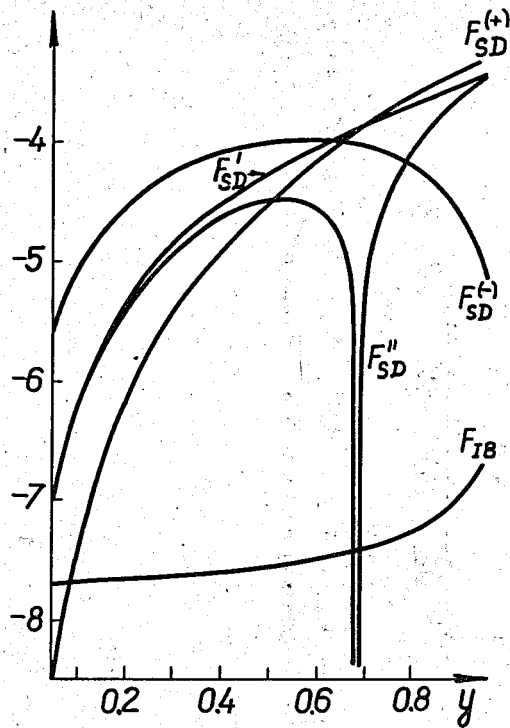


Рис. 7 и 8. Функции F_{IB} , $F_{SD}^{(+)}$, $F_{SD}^{(-)}$, F_{SD}' , F_{SD}'' (рис. 7) и Φ_{IB} , $\Phi_{SD}^{(+)}$, $\Phi_{SD}^{(-)}$, Φ_{SD}' и Φ_{SD}'' (рис. 8). Угол обрезания $\pi/2$. Масштаб логарифмический. Функция F_{SD}'' при $y \leq 0,68$ становится отрицательной. На рис. 7 изображен логарифм ее модуля.

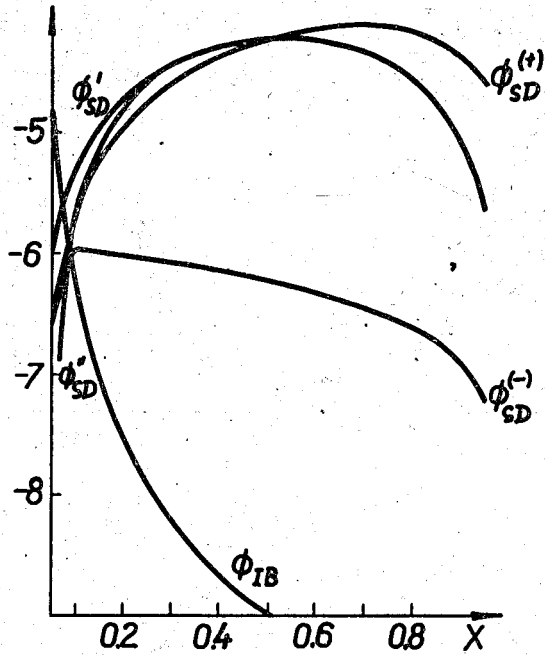


Рис. 9. Функции Φ_{IB} , $\Phi_{SD}^{(+)}$, $\Phi_{SD}^{(-)}$, Φ_{SD}' и Φ_{SD}'' для $K \rightarrow e \nu$ при $y > 0,92$ (свободная от фона K_{e3} распада область).

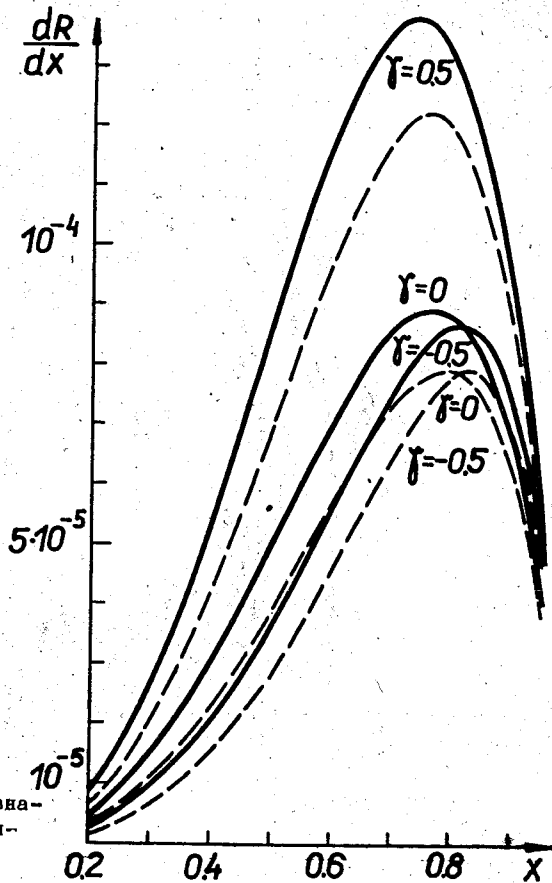
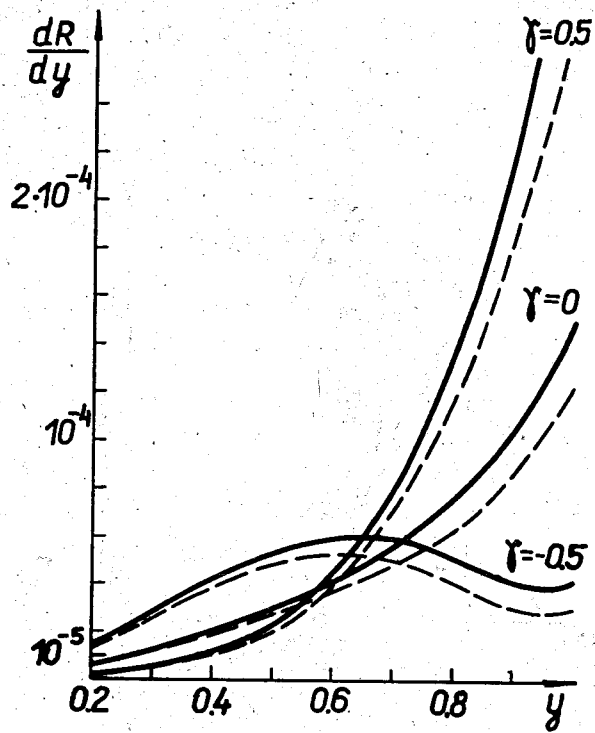


Рис. 10 и 11. Спектры позитронов (рис. 10) и фотонов (рис. 11) при значениях γ_K , равных 0,5; -0,5 и 0 (процесс $K \rightarrow e \nu_e \gamma$). Сплошные кривые отвечают $\lambda_K^V = 0,3$ и $\lambda_K^A = 0,15$, пунктирные $\lambda_K^V = \lambda_K^A = 0$.

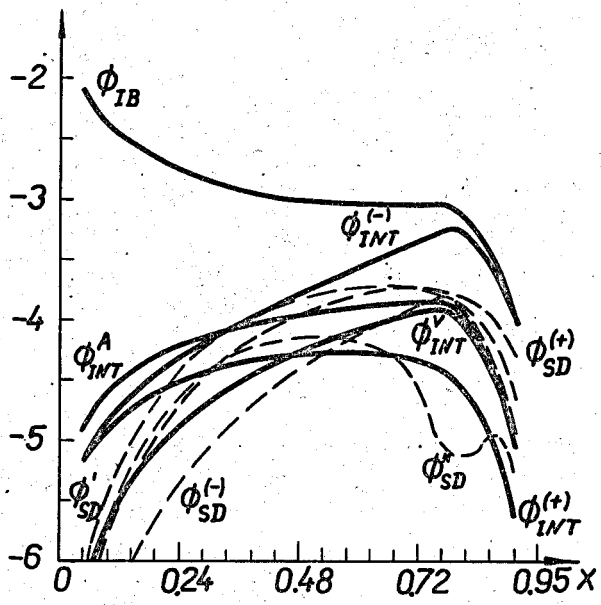
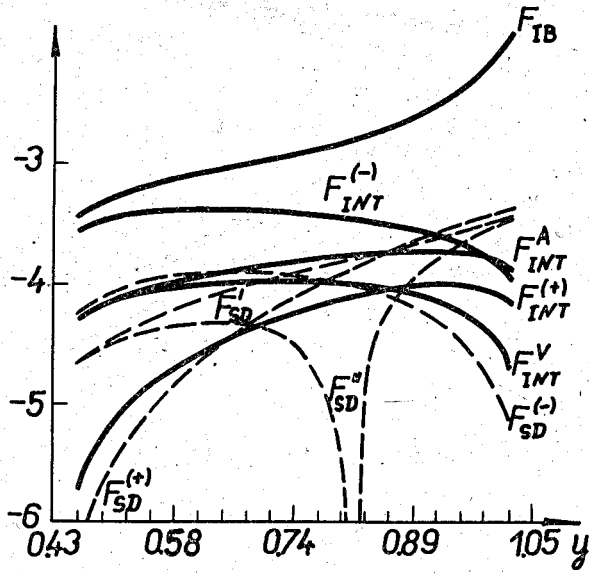


Рис. 12 и 13. Функции F_{IB} , $F_{SD}^{(+)}$, ... (рис. 12) и Φ_{IB} , $\Phi_{SD}^{(+)}$, ... (рис. 13) для процесса $K \rightarrow \mu\nu\mu\gamma$. Угол обрезания $\pi/2$. Функции $F_{INT}^{(-)}$ и F_{INT}^A , а также $\Phi_{INT}^{(+)}$ и Φ_{INT}^A отрицательны. На рис. 12 и 13 изображены логарифмы модулей этих функций.

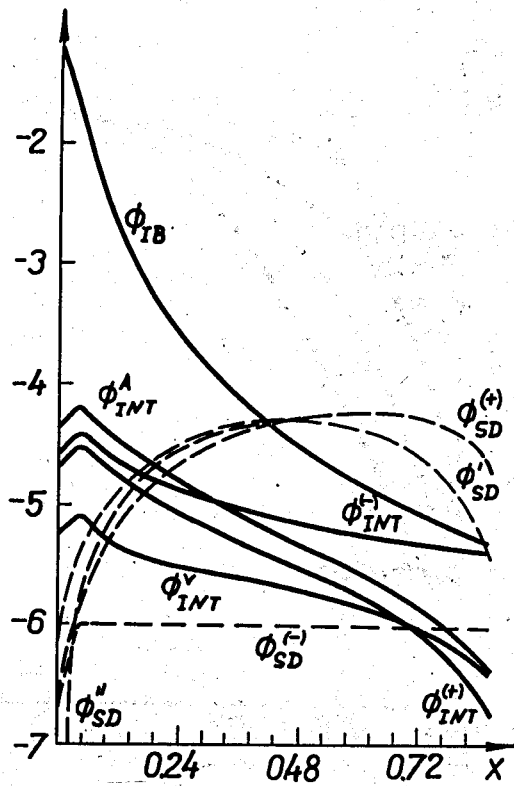


Рис. 14. Функции ϕ_{IB} , $\phi_{SD}^{(+)}$, ... для распада $K \rightarrow \mu \nu_{\mu} \gamma$ при $y > 0,97$ (область, свободная от фона $K_{\mu 3}$ распада). Функции $\phi_{INT}^{(+)}$ и ϕ_{INT}^A отрицательны.

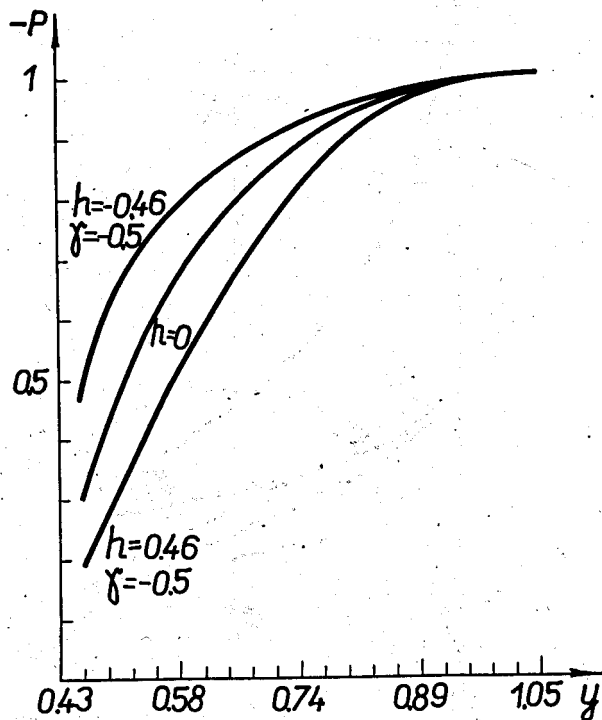


Рис. 15. Поляризация μ -мезона от $K \rightarrow \mu \nu_\mu \gamma$ - распада.