СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

P2 - 6305

А.П.Ванжа, М.М.Мусаханов

РАДИАЦИОННОЕ $\pi^+ p$ -РАССЕЯНИЕ И МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ ИЗОБАРЫ Δ^{++}(1236)

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1972

P2 - 6305

А.П.Ванжа, М.М.Мусаханов

РАДИАЦИОННОЕ $\pi^+ p$ -РАССЕЯНИЕ И МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ ИЗОБАРЫ $\Delta^{++}(1236)$

S U M M A R Y

It has been proposed to use the $\pi^+ p$ radiative scattering for determining the $\Delta^{++}(1236)$ magnetic moment /1/. However, this is possible only with some model. In our model Δ^{++} is a particle with spin 3/2 minimal electromagnetic interaction and the anomal magnetic moment. We use notations of ref. /1/, the Lagrangian (Π_5) and the propagator (Π_6). The contribution of diagrams 1, 2, 3 , 4' leads to the matrix elements $\mathcal{E}_\mu(\mathcal{M}_\mu^1+\mathcal{M}_\mu^2+\mathcal{M}_\mu^3+\mathcal{M}_\mu^{4'})$ which coincide with the corresponding expressions of ref. /1/ to within the terms $0\left(\frac{E-M}{M}, \frac{E-M-\omega}{M}\right)$. The contribution of diagram 4 has the form of (1). Using (1), (2) and (4-9) of ref. /1/, we find (3); hence, it appears that the additional term necessary for restoring gradient invariance is the form (4). We have (5) for $\mathcal{E}_\mu(\mathcal{M}_\mu^4+\mathcal{M}_\mu^5)$ in the Δ^{++} framework.

The difference between (5) and (13) of ref. /1/ is (6). The differential cross section is of the form (7) in the kinematics where the contribution of charges is depressed /1/.

Expression (7) contains F_5 and F_6 in addition to F_1, F_2, F_3, F_4 of ref. /1/. Besides it is necessary to replace $F_3 \rightarrow F_3 - F_5$ $(F_3 + F_6)$ and $\frac{\omega_1}{q_1} \to \frac{\omega_2}{q_2}$ $\left(\frac{\omega_2}{q_1} \to \frac{\omega_1}{q_2}\right)$ in C_1 (C_2). The curve $\frac{d\sigma}{d\omega}$ of ref. /1/ is changed also. The maximum of curves 1, 2, 3 are equal to 12.6 and 1.5 instead of 16.8 and 3.

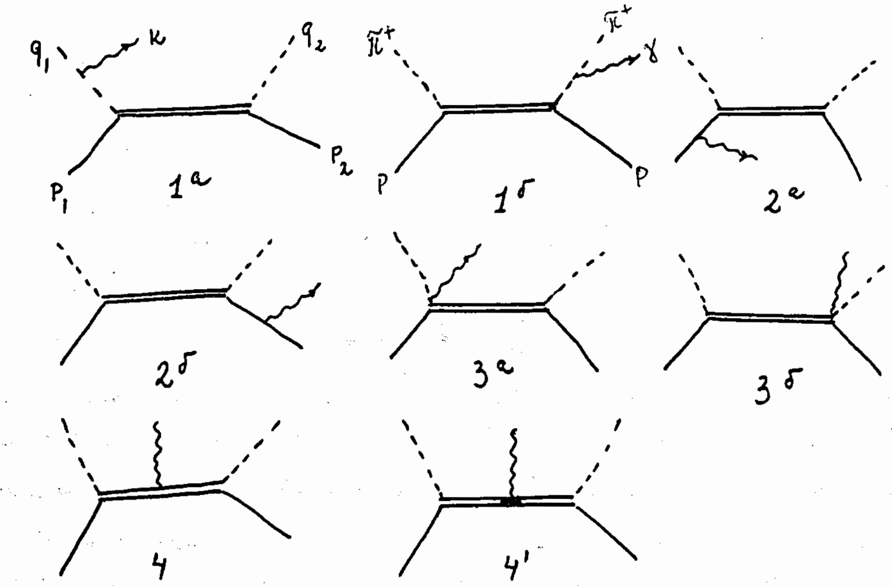
В в е д е н и е

Возможность измерения магнитного момента изобары связана с тем, что его вклад в амплитуду реакции $\pi^+ p \to \pi^+ p \gamma$ в области резонанса пропорционален $\omega/-\omega + i\Gamma/2$ (ω - энергия фотона) и при $\omega \approx \frac{\Gamma}{2}$ сравним с вкладом от магнитного момента протона. Это обстоятельство было впервые отмечено в работе Кондратюка и Пономарева /1/. В той же работе /1/ амплитуда, связанная с излучением заряда изобары, восстанавливалась с помощью градиентной инвариантности. Однако для членов, линейных по ω такая процедура неоднозначна в соответствии с теоремой Лоу /2,3/. Другими словами, градиентная инвариантность позволяет найти амплитуду излучения заряда изобары только лишь в предельном случае $\omega \to 0$. Таким образом, корректное выделение вклада магнитного момента изобары возможно лишь в рамках модели, где изобара рассматривается как частица спина 3/2. Мы вычислили амплитуду процесса в в рамках этой модели и рассмотрели те изменения, которые необходимо внести в выражение для сечения, приведенное в /1/.

В дальнейшем мы не будем обсуждать вопросы, связанные с кинематикой и фоном, подробно рассмотренные в работе /1/. Некоторые детали расчетов приведены в приложении, формулы которого отмечаются буквой "П".

Амплитуда и сечение процесса

Используем лагранжиан (Π_5) и пропагатор (Π_6) и выпишем диаграммы, дающие вклад в наш процесс:



Здесь диаграммы 4 и 4' представляют вклад заряда и магнитного момента изобары соответственно. Вычисление вклада диаграмм 1, 2, 3 и 4' приводит к матричным элементам

$$\epsilon_\mu (M^1_\mu + M^2_\mu + M^3_\mu + M^{4'}_\mu),$$

совпадающим с соответствующими выражениями работы /1/ с точностью до членов порядка $O(\frac{E-M}{M}, \frac{E-M-\omega}{M})$ которыми пренебрегаем.

Займемся более подробно вкладом от диаграммы 4, который имеет следующий вид:

$$\epsilon_\mu M^4_\mu = \frac{e}{m_\pi^2}\lambda_1\lambda_2 u(p_2)\frac{\Pi_{\alpha\rho}(p-k)}{s_2-M^2+iM\Gamma_2}\Gamma_{\mu,\rho\sigma}\frac{\Pi_{\sigma\beta}(p)}{s_1-M^2+iM\Gamma_1}u(p_1)\epsilon_\mu q_{1\beta}q_{2\alpha}, \quad (1)$$

---

x/ Используем в дальнейшем обозначения работы /1/.

где $P=p_1+q_1$, $P-k=p_2+q_2$ и

$$k_\mu\Gamma'_{\mu,\rho\sigma} = Q_\Delta(\Lambda_{\rho\sigma}(P-k) - \Lambda_{\rho\sigma}(P)),$$
$$\Lambda_{\rho\alpha}(P)\cdot\Pi_{\alpha\sigma}(P) = \Pi_{\rho\alpha}(P)\Lambda_{\alpha\sigma}(P) = (P^2-M^2)\delta_{\rho\sigma}. \quad (2)$$

Сумма матричных элементов $\epsilon_\mu(M^1_\mu + M^2_\mu + M^3_\mu + M^{4'}_\mu + M^4_\mu)$ все еще не является градиентно-инвариантной, так как знаменатели пропагаторов содержат мнимую часть, связанную с шириной изобары и, во-вторых, так как мы ввели, следуя /1/, зависимость Λ и Γ от энергии.

Используя (1) и (2) и формулы (4-9) из работы /1/, находим, что

$$k_\mu(M^1_\mu + M^2_\mu + M^3_\mu + M^{4'}_\mu + M^4_\mu) = -k_\mu M^5_\mu =$$

$$= \frac{2e}{m_\pi^2} q_{2\alpha}q_{1\beta}\bar u(p_2)\{2Pk\,\lambda_1\lambda'\frac{\Pi_{\alpha\beta}(P)}{s_1-M^2+iM\Gamma_1} + 2Pk\lambda_2\lambda'\frac{\Pi_{\alpha\beta}(P-k)}{s_2-M^2+iM\Gamma_2} + \quad (3)$$

$$+\lambda_1\lambda_2\frac{-2Pk\,iM\Gamma'\Pi_{\alpha\beta}(P)+iM\Gamma_1(\Pi_{\alpha\beta}(P)-\Pi_{\alpha\beta}(P-k))}{(s_1-M^2+iM\Gamma_1)(s_2-M^2+iM\Gamma_2)}]u(p_1)$$

Пользуясь (3), найдем, что дополнительное слагаемое, необходимое для восстановления градиентной инвариантности, имеет вид:

$$M^5_\mu = -\frac{2e}{m_\pi^2}q_{2\alpha}q_{1\beta}\bar u(p_2)\{2p_\mu[\lambda_1\lambda'\frac{\Pi_{\alpha\beta}(P)}{s_1-M^2+iM\Gamma_1} + \lambda_2\lambda'\frac{\Pi_{\alpha\beta}(P-k)}{s_2-M^2+iM\Gamma_2} - \quad (4)$$

$$-\lambda_1\lambda_2\frac{iM\Gamma'\Pi_{\alpha\beta}(P)}{(s_1-M^2+iM\Gamma_1)(s_2-M^2+iM\Gamma_2)}] + \lambda_1\lambda_2\frac{iM\Gamma_1\, d\Pi_{\alpha\beta}(p')/dp'_\mu|_{p'=p}}{(s_1-M^2+iM\Gamma_1)(s_2-M^2+iM\Gamma_2)}\}u(p_1)$$

При получении (4) мы предположили, что первое слагаемое связано с диаграммами $1^б$, $2б$, $3^б$, второе – с $1^а$, $2^а$, $3^а$, а третье и четвертое – с 4.

После несложных вычислений найдем явный вид для $\epsilon_\mu (M_\mu^4 + M_\mu^5)$ в системе покоя изобары:

$$\epsilon_\mu (M_\mu^4 + M_\mu^5) = \frac{2e}{m_\pi^2} \frac{\lambda_1 \lambda_2}{M(E - M + i\Gamma_{1/2})(E - M - \omega + i\Gamma_{2/2})} \cdot \tag{5}$$

$$[(E - M - \omega + i\Gamma_{1/2})\omega_2 \epsilon_e q_{1r} + (E - M + i\Gamma_{1/2})\omega_1 q_{2e}\epsilon_{er}]\, d_{er} ,$$

где $d_{er} = \delta_{er} - \frac{1}{3}\sigma_e \sigma_r$ и опущен вклад от нормального магнитного момента.

Разность между (5) и формулой (13) из работы[1] равна

$$\epsilon_\mu (M_\mu^4 + M_\mu^5) - \epsilon_\mu (M_\mu^4 + M_\mu^5)_{кп} = \frac{2e}{m_\pi^2} \frac{\lambda_1 \lambda_2}{M(E - M + i\Gamma_{1/2})(E - M - \omega + i\Gamma_{2/2})} \tag{6}$$

$$[(\frac{\omega}{2} + i\frac{\Gamma_1 - \Gamma_R}{2})\omega_1 q_{2e}\epsilon_r - (\frac{\omega}{2} - \frac{\Gamma_1 - \Gamma_R}{2})\omega_2 \epsilon_e q_{1r}]\, d_{er}$$

где использовано, что $\lambda_1 \lambda_2 \approx \lambda_1 \lambda_2 - 2(Pk\lambda')^2 = \lambda_R^2$.

Найдем те изменения, которые необходимо внести в сечение процесса.

В кинематике[1], где подавлен вклад от зарядов, сечение выглядит следующим образом:

$$\frac{d^3\sigma}{d\omega\, d\delta_1\, d\delta_2} \sim C_0 + C_1 \delta_1 + C_2 \delta_2 , \tag{7}$$

$$\delta_{1,2} = 1 + \cos\theta_{1,2} ,\quad \theta_{1,2} = (\widehat{\vec{k}, \vec{q}_{1,2}}) ,\quad \delta_{1,2} < 0{,}3 .$$

$$C_0 = | F_1(1 + \mu_1) - F_2(1 + \mu_2) - (\frac{\omega_2}{q_2} - \frac{\omega_1}{q_1}) F_3 + F_4 + \frac{\omega_1}{q_1} F_5 + \frac{\omega_2}{q_2} F_6 |^2 ,$$

где в дополнение к F_1, F_2, F_3, F_4 работы /1/ появились

$$F_5 = \frac{\lambda_1\lambda_2}{M} \frac{q_1 q_2[\omega - i(\Gamma_1 - \Gamma_R)]}{(E - M + i\Gamma_{1/2})(E - M - \omega + i\Gamma_{2/2})},$$

$$F_6 = \frac{\lambda_1\lambda_2}{M} \frac{q_1 q_2[\omega + i(\Gamma_1 - \Gamma_R)]}{(E - M + i\Gamma_{1/2})(E - M - \omega + i\Gamma_{2/2})}$$

В C_1 необходимо заменить F_3 на $F_3 - F_5$ x/, а в C_2 заменить F_3 на $F_3 + F_6$.

График $\frac{d\sigma}{d\omega}$, приведенный в /1/ для иллюстрации, также изменяется. Максимумы кривых 1,2 и 3 уменьшаются с 16, 8 и 3 до 12,6 и 1,5.

Авторы выражают благодарность Л.И. Лапидусу за поддержку и интерес к работе, а также выражают благодарность Л.А. Кондратюку, Л.А.Пономареву и А.В. Тарасову за полезные обсуждения и ценные замечания.

Приложение

Свободный лагранжиан поля со спином 3/2 имеет вид /5,6,7/

$$\mathfrak{L}_{\text{св}} = \bar{\Psi}_\mu \Lambda_{\mu\nu} \Psi_\nu, \quad \Lambda_{\mu\nu} = (\hat{\partial} + M)\delta_{\mu\nu} + A(\gamma_\mu \partial_\nu + \gamma_\nu \partial_\mu) + B\gamma_\mu \hat{\partial} \gamma_\nu - CM\gamma_\mu \gamma_\nu$$

где $A \neq -1/2$ произвольное число, $B = \frac{3}{2}A^2 + A + \frac{1}{2}$, $C = 3A^2 + 3A + 1$.

Из (П$_1$) следует уравнение и дополнительные условия, исключающие лишние компоненты у вектор-спинора Ψ_μ, $\Lambda_{\mu\nu}\Psi_\nu = 0$,

$$\gamma_\mu \Psi_\mu = \partial_\mu \Psi_\mu = 0.$$

При контактном преобразовании

$$\Psi_\mu \longrightarrow \Psi'_\mu = \Psi_\mu + a\gamma_\mu\gamma_\nu\Psi_\nu \qquad a \neq -1/4,$$

$$\mathfrak{L}_{\text{св}}(\Psi', A) = \mathfrak{L}_{\text{св}}(\Psi, A') \qquad (\text{П}_2)$$

где $A' = A(1 + 4a) + 2a$.

---

x/ Кроме этого в $C_{1,2}$ необходимо заменить $\frac{\omega_{1,2}}{q_{1,2}}$ на $\frac{\omega_{2,1}}{q_{2,1}}$

Пропагатор (П6) также содержит параметр A , так как числитель пропагатора $\Pi_{\alpha\beta}(P)$ находится из условия[4]

$$\Lambda_{\rho\alpha}(P)\Pi_{\alpha\tau}(P) = \Pi_{\rho\alpha}(P)\Lambda_{\alpha\tau}(P) = (P^2-M^2)\delta_{\rho\tau} \qquad (\Pi_3)$$

Однако из (Π_2) следует, что равноправны любые значения параметра A, поскольку поля Ψ_μ и Ψ'_μ равнопригодны для описания поля со спином 3/2.

Решение проблемы[7] состоит в таком включении взаимодействия, что

$$\mathfrak{L}_{\text{вз}}(\Psi', A) = \mathfrak{L}_{\text{вз}}(\Psi, A') \qquad (\Pi_4)$$

и использовании теоремы[8], согласно которой физические наблюдаемые величины инвариантны по отношению к любому контактному преобразованию поля.

Согласно этой теореме амплитуды, получаемые с помощью лагранжианов (Π_1), (П4) и пропагатора (П6), не будут зависеть от параметра A , а на промежуточных этапах вычислений мы можем использовать любое удобное значение этого параметра.

В результате получим:

$$\mathfrak{L}_{\text{вз}} = \frac{\lambda}{im_\pi}\bar{\Psi}\,\theta_{\mu\nu}\,\Psi_\nu\,(\partial_\mu + ieA_\mu)\,\phi_\pi + \qquad (\Pi_5)$$
$$e\,\bar{\Psi}_\rho\,[Q_\Delta\Gamma_{\mu,\rho\tau}A_\mu + \frac{2}{3}\frac{\mu'_\Delta}{2m_p}\,i\,S_{\mu\nu,\rho\tau}\,F_{\mu\nu}]\,\Psi_\tau\,,$$

где $\theta_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} + [z + \frac{1}{2}A(1+4z)]\,\gamma_\mu\,\gamma_\nu$,

$$\Gamma_{\mu,\rho\tau} = -\gamma_\mu\,\delta_{\rho\tau} - A(\gamma_\rho\,\delta_{\mu\tau} + \gamma_\tau\,\delta_{\mu\rho}) - B\,\gamma_\rho\,\gamma_\mu\,\gamma_\tau\,,$$

$$S_{\mu\nu,\rho\tau} = -\frac{1}{2}\sigma_{\mu\nu}\,\delta_{\rho\tau} - (\delta_{\mu\rho}\delta_{\nu\tau} - \delta_{\mu\tau}\,\delta_{\nu\rho}) + \dots$$

Q_Δ и μ'_Δ - заряд и аномальный магнитный момент изобары.

При условии, что изобара не должна давать вклада в s -волн $\pi p \to \pi p$ реакции на пороге, $z = 1/2$.

Пропагатор, следующий из (Π_3), имеет вид

$$G_{\alpha\beta}(P) = \frac{\Pi_{\alpha\beta}(P)}{P^2 - M^2 + iM\Gamma(P^2)}\,, \quad \Pi_{\alpha\beta}(P) = (\hat{P}+M)[-\delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{3}\gamma_\alpha\,\gamma_\beta +$$
$$+\frac{1}{3M}(\gamma_\alpha P_\beta - \gamma_\beta P_\alpha) + \frac{2}{3M^2}P_\alpha P_\beta] - \frac{P^2-M^2}{M^2}\,\frac{1}{3}\,\frac{A+1}{2A+1}\,[\frac{1}{2}\,\frac{A+1}{2A+1}\,\hat{P}\,\gamma_\alpha\gamma_\beta - \qquad (\Pi_6)$$
$$-\frac{A}{2A+1}M\,\gamma_\alpha\gamma_\beta + \gamma_\alpha P_\beta + \frac{A}{2A+1}P_\alpha\,\gamma_\beta].$$

При конкретных вычислениях удобно положить $A = -1$.

Литература

1. Л.А. Кондратюк, Л.А. Пономарев. ЯФ, 7, 111, 1968.
2. F.E. Low. Phys. Rev., 110, 974, 1958.
3. S.L. Adler, Y.Dothan. Phys. Rev., 151, 1267, 1966.
4. K.Dormuth, Y. Takahashi. Progr.Theor.Phys., 44, 1077, 1970.
5. K. Johnson, E.C.G.Sudarshan. Ann.Phys.,(N.Y.), 13, 26, 1961.
6. C.Fronsdal. N. Cim. Suppl., 9, 416, 1958.
7. L.M. Nath, B.Etemadi, J.Kimel. Phys.Rev., D3,2153,1971.
8. S.Kamefuchi, L.O'Raifeartaigh, A.Salam. Nucl.Phys., 28, 259, 1961.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 февраля 1972 года.