

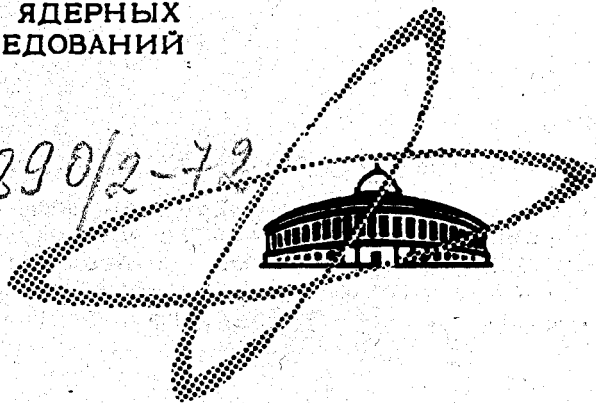
3-362

ЭФ, 1972, т. 6, в. 2, с 416-426, 72

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна.

890/2-72



P2 - 6230

А.Н.Заславский , Р.Ледниcki

КИРАЛЬНАЯ  $SU(2) \times SU(2)$  ДИНАМИКА  
И РЕАКЦИЯ  $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta_{1236}^{++}$   
ВБЛИЗИ ПОРОГА

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

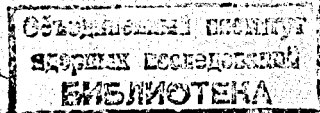
1972

P2 - 6230

А.Н.Заславский\*, Р.Ледницки

КИРАЛЬНАЯ  $SU(2) \times SU(2)$  ДИНАМИКА  
И РЕАКЦИЯ  $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$   
ВБЛИЗИ ПОРОГА 1236

Направлено в ЯФ



\* Երևանի ֆիզիկական ինստիտուտ

## §1. Введение

Успехи алгебры токов /1/ повлекли за собой многочисленные работы, в которых изучались ее следствия для простых процессов /2/ (длины  $\pi\pi$  и  $\pi N$  -рассеяния, распады, свойства  $A_1\rho\pi$  - системы и др.). Предложенный Вайнбергом метод /3/ получения результатов алгебры токов с помощью нелинейных эффективных лагранжианов, инвариантных относительно группы  $SU(2)\times SU(2)$ , позволяет существенно упростить вычисления и рассматривать сложные реакции, изучение которых в обычном подходе технически очень трудно. Сумма всех древесных графиков, дающих вклад в определенный процесс, где каждая из вершин кирально-инвариантна, воспроизводит результат алгебры токов для этого процесса. Использование метода алгебры токов при импульсе  $\pi$  - мезонов  $q \neq 0$ , вообще говоря, незаконно. Однако есть примеры, когда предсказания алгебры токов хорошо согласуются с экспериментом достаточно далеко от порога реакций /4/. Применение метода алгебры токов за порогом реакций является спекулятивным, но тем не менее может правильно отражать основные закономерности, свойственные киральной динамике, которая с такой точки зрения является способом параметризации экспериментальных данных вблизи порога реакций.

Представляет интерес в каждом конкретном случае выяснение вопроса об области применимости метода алгебры токов. Так, в работах <sup>/4,5/</sup> делается попытка описать реакцию  $\pi N \rightarrow \pi\pi N$  при энергиях в системе центра инерции  $\sqrt{s}$  более, чем 100 Мэв выше порога. В работе <sup>/5/</sup> авторы отмечают хорошее согласие полных сечений с теорией, но неудовлетворительное описание угловых распределений. В <sup>/4/</sup> удается хорошо описать также дифференциальные распределения в результате учета изобары  $\Delta_{1236}$  в промежуточном состоянии. Реакция  $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$  описывалась методом киральных лагранжианов также при  $\sqrt{s}$  более, чем 100 Мэв над порогом <sup>/6/</sup>. В работе <sup>/7/</sup> этот метод с хорошим результатом используется для получения длин  $\pi N$ -рассеяния. Отметим, однако, что в работах <sup>/4,6,7/</sup> вклад  $\Delta_{1236}$  учитывался не вполне последовательным образом.

В настоящей работе получены следствия алгебры токов для реакции  $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$  методом нелинейных эффективных лагранжианов. Для получения кирально-инвариантных лагранжианов мы используем подход, описанный в работе <sup>/8/</sup>, и предположение о максимальной гладкости <sup>/4/</sup>: взаимодействие не должно содержать производных от барионных полей и не более первых производных от мезонных полей. Рассмотрены дифференциальное сечение и зависимость элементов спиральной матрицы плотности  $\rho^0$ -мезона и изобары  $\Delta^{++}$  от переданного импульса; используются экспериментальные данные по двойному рождению резонансов при энергиях  $\sqrt{s} = 2,194$  Гэв <sup>/9/</sup> и 2,302 Гэв <sup>/10,11/</sup>. Мы последовательным образом учитываем вклад диаграмм с изобарой  $\Delta_{1236}$  в промежуточном состоянии.

Полная амплитуда содержит 10 подгоночных параметров; 6 параметров фиксируется:  $m_\rho$ ,  $m_A$  и  $M_\Delta$  - массы  $\rho$ ,  $A_1$  - мезонов и изобары  $\Delta_{1236}$ ;  $g_{\rho, A}$  - универсальные константы взаимодействия с  $\rho$ ,  $A_1$  -

мезонами и  $\lambda_1$  -распадная константа изобары. Полагается, что  $g_\rho^2/4\pi = 2$ ,  $g_A = g_\rho$  и  $|\lambda_1/m_\pi|^2 = 239$ , что соответствует ширине изобары  $\Gamma_\Delta = 120$  Мэв. Лучшая подгонка дает  $\chi^2 = 370$  (набор параметров фит 1, табл. 1), что при 95 степенях свободы означает согласие теории с экспериментом при удвоенных экспериментальных ошибках.

В § 2 описывается способ получения амплитуд, соответствующих отдельным древесным диаграммам (рис. 1). Дифференциальное сечение и спиральная матрица плотности заполняются с помощью спиральных амплитуд /12/, которые считаются на ЭВМ.

В § 3 обсуждаются полученные результаты. Отмечается существенный вклад диаграммы с изобарой в  $s$  -канале ( $A_s$ ) и сильная зависимость  $\chi^2$  от аномального магнитного момента  $A_1$  -мезона ( $\delta$ ). Возможно, что учет изобары с изоспином  $T=1/2$  и спин-четностью  $1/2^-$  или  $3/2^-$  может улучшить согласие с экспериментом и привести к большей согласованности параметров, полученных из разных экспериментальных данных, аналогично тому, как это получается при насыщении правил сумм Адлера-Вайсбергера /13/.

В Приложении изложен метод получения кирально-инвариантного взаимодействия  $A_{1\rho\pi}$  - системы и связей, включающих изобару  $\Delta_{1236}$ , в том числе и членов, исчезающих на массовой поверхности изобары.

Проведенные вычисления позволяют заключить, что предсказания алгебры токов не противоречат экспериментальным данным по реакции  $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$  вблизи порога.

## § 2. Амплитуды для реакции $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ в киральной динамике

В реакцию  $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$  вносят вклад диаграммы, приведенные на рис. 1. Сумма всех древесных графиков такого вида, где все вершины кирально-инвариантны, дает амплитуду процесса, инвариантного относительно преобразований группы  $SU(2) \times SU(2)$ , т.е. результат

Таблица 1

ФИТ	$\chi^2$	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$C_1$	$C_2$	$\delta$	$\mu$	$\mu_\Delta$	$\rho'$
I	370	-2,5 $\pm 0,1$	0,69 $\pm 0,01$	-5,0 $\pm 7,0$	(25 $\pm$ 32) $\times 10^2$	-128 $\pm 0,02$	(180 $\pm$ 0,04) $\times 10^{-4}$	1,08 $\pm 0,03$	0,18 $\pm 0,02$	-0,38 $\pm 0,01$	0,14 $\pm 0,02$
II	1000	-0,29 $\pm 0,04$	0,46 $\pm 0,23$	0,97 $\pm 0,20$	(31 $\pm$ 0,9) $\times 10^4$	-168 $\pm 0,15$	(1,1 $\pm$ 0,2) $\times 10^{-5}$	0,0	0,43 $\pm 0,05$	-0,46 $\pm 0,05$	-0,71 $\pm 0,14$
III	470	-2,2 $\pm 0,1$	0,64 $\pm 0,01$	—	—	-120 $\pm 0,02$	0,0	1,28 $\pm 0,05$	0,17 $\pm 0,02$	-0,34 $\pm 0,01$	-0,08 $\pm 0,03$

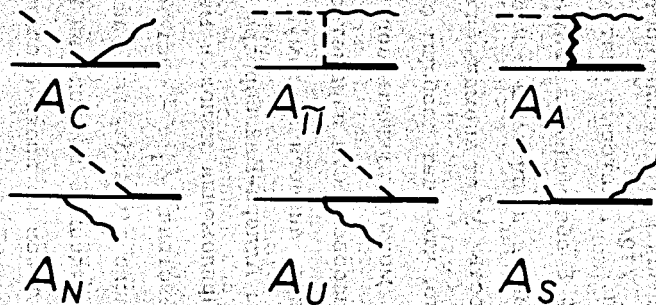


Рис. 1. Древесные диаграммы, вносящие вклад в реакцию  $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ .

алгебры токов /3/. Метод получения кирально-инвариантных лагранжианов обсуждается в Приложении.

Рассмотрим последовательно каждую из этих диаграмм: контактную, обмен  $\pi$  и  $A_1$  - мезонами, нуклонный полюс, учет изобары  $\Delta_{1236}$  в  $s$  и  $u$  -каналах.

1. Контактная диаграмма ( $A_c$ ). В матричный элемент, соответствующий диаграмме контактного взаимодействия (рис. 1), дают вклад две связи:  $\Delta N \pi$  -связь

$$L_{\Delta N \pi} = \frac{\lambda_1}{m_\pi} \bar{\Delta}_\mu N \nabla_\mu \pi^+ + h.c. \quad (1)$$

после постановки ковариантной производной  $\pi$  -мезона (П. 2), и  $\Delta N A_1$  -связь

$$L_{\Delta N A_1} = \beta \frac{g_A}{m_A} \bar{\Delta}_\mu \gamma_\nu N \tilde{A}_{\mu\nu} + h.c., \quad (2)$$

где ковариантный ротор  $A_1$  - мезона определен формулой (П. 3) Приложения. Вклад в полную амплитуду от контактной диаграммы записывается в виде <sup>x/</sup>:

$$A_c = (\bar{\Delta} \rho) u_p \pi^+ - i \frac{\beta'}{m_A} [(\bar{\Delta} \rho) \hat{q}_2 - (\bar{\Delta} \hat{q}_2) \rho] u_p \pi^+, \quad (3)$$

где  $q_1$  и  $q_2$  - четырехимпульсы  $\pi$  и  $\rho$  -мезонов,  $\hat{\rho} = \gamma_\mu \rho_\mu^\circ$  и  $(\bar{\Delta} \rho) = \bar{\Delta}_\mu^{++} \rho_\mu^\circ$ ;

$$\beta' = \beta \frac{m_\pi}{\lambda_1 f_\pi} \left( \frac{g_A m_\rho}{g_\rho m_A} \right)^2, \quad (\text{где } f_\pi \approx 95 \text{ Мэв} - \text{распадная константа } \pi -$$

мезона).

<sup>x/</sup> Амплитуда  $A$  определена здесь через  $S$  -матрицу следующим образом:

$$S = (2\pi)^4 A \delta^{(4)}(p_i - p_f) \frac{g_\rho \lambda_1}{m_\pi} (2\pi)^{-6} (M_p M_\Delta / 4 \omega_1 \omega_2 E_1 E_2)^{1/2},$$

где  $E_1, E_2, \omega_1$  и  $\omega_2$  - энергии протона, изобары,  $\pi$  и  $\rho$  -мезонов в с.п.и.,  $M_p$  - масса протона.

2. Обмен  $\pi$  и  $A_1$ -мезонами.  $\pi$ -мезонный полюсной член возникает из  $\Delta N \pi$ -связи (1). Кроме того, необходимо учесть  $\rho \pi \pi$ -взаимодействие, содержащееся в общем лагранжиане (П. 1):

$$L_{\rho \pi \pi} = -g_{\rho} (\vec{\rho}_{\mu} \cdot \vec{\pi} \times \partial_{\mu} \vec{\pi} - \frac{\epsilon}{m_{\rho}^2} \vec{\rho}_{\mu\nu} \cdot \partial_{\mu} \vec{\pi} \times \partial_{\nu} \vec{\pi}) . \quad (4)$$

Константа  $\epsilon$  связана с  $\delta$ -аномальным магнитным моментом  $A_1$ -мезона соотношением (П. 7). После простых вычислений для амплитуды  $A_{\pi}$  получим:

$$A_{\pi} = -2 \frac{\bar{l} + \epsilon}{k^2 + m_{\pi}^2} (\bar{\Delta} k) (\rho q_1)_{\mu} u_{\rho} \pi^{+}, \quad k_{\mu} = q_{1\mu} - q_{2\mu} . \quad (5)$$

Для вычисления вклада диаграммы  $A_A$ , соответствующей обмену  $A_1$ -мезоном, получим из общего лагранжиана (П. 1)  $A_1 \rho \pi$ -связь

$$L_{A_1 \rho \pi} = -\frac{g_A}{g_{\rho}} f_{\pi} \vec{\rho}_{\mu\nu} \{ [ \bar{l} - (\frac{m_{\rho}}{m_A})^2 (1 + \delta) ] \partial_{\mu} \vec{\pi} \times \vec{A}_{\nu} + [ \bar{l} - (\frac{m_{\rho}}{m_A})^2 ] \vec{\pi} \times \partial_{\mu} \vec{A}_{\nu} \} . \quad (6)$$

Необходимо также кирально-инвариантным образом определить  $\Delta N A_1$ -взаимодействие:

$$L_{\Delta N A_1} = -g_A f_{\pi} \frac{\lambda_1}{m_{\pi}} (\frac{m_A g_{\rho}}{m_{\rho} g_A})^2 \bar{\Delta}_{\mu} N \vec{A}_{\mu} + g_A \frac{\beta}{m_A} \bar{\Delta}_{\mu} \gamma_{\nu} N \vec{A}_{\mu\nu} + h.c. \quad (7)$$

Первый член в (7) легко получить, подставляя в (1) ковариантную производную  $\pi$ -мезона. В работе /6/ при изучении реакции  $u p \rightarrow \pi^{-} \Delta^{++}$  опущен второй член в  $\Delta N A_1$ -связи, что меняет и величину вклада контактной диаграммы  $A_c$ . Вклад диаграммы  $A_A$  в амплитуду реакции  $\pi^{+} p \rightarrow \rho^{0} \Delta^{++}$  имеет вид

$$A_A = \frac{\bar{l}}{k^2 + m_A^2} \{ \delta [ (\bar{\Delta} q_2) (\rho q_1) - (\bar{\Delta} \rho) (k q_2) + \beta' (D_2^{\wedge} + (k q_2) D_1^{\wedge}) ] + m_{\rho}^2 [ \delta + \bar{l} - (\frac{m_A}{m_{\rho}})^2 ] [ (\bar{\Delta} \rho) + m_A^{-2} (\bar{\Delta} k) (\rho q_1) - \beta' D_1^{\wedge} ] \} u_{\rho} \pi^{+}, \quad (8)$$



где  $\hat{D}_1 = i[(\bar{\Delta}k)\hat{\rho} - (\Delta\rho)k]$  и  $\hat{D}_2 = i[(\bar{\Delta}q_2)\hat{q}_1 - (\bar{\Delta}q_1)\hat{q}_2](\rho q_1)$ . (8)

3. Учет нуклонного полюса ( $A_N$ ) и вклада изобары  $\Delta_{1236}$  в  $s$  и  $u$ -каналах ( $A_s, A_u$ ). Как известно, существует однопараметрическое семейство уравнений для частицы со спином 3/2 и однопараметрическое семейство соответствующих функций Грина. Без ограничения общности мы используем то уравнение, которому соответствует пропагатор простейшего вида <sup>/7/</sup>:

$$\hat{G}_{\mu\nu}(p) = \frac{M_\Delta - i\hat{p}}{p^2 + M_\Delta^2} \left[ \delta_{\mu\nu} - \frac{i}{3} \gamma_\mu \gamma_\nu + \frac{i}{3M_\Delta} (\gamma_\mu p_\nu - \gamma_\nu p_\mu) + \frac{2}{3M_\Delta^2} p_\mu p_\nu \right]. \quad (9)$$

$\Delta N\pi$ -взаимодействие выбираем в виде:

$$L_{\Delta N\pi} = \frac{\lambda_1}{m_\pi} \bar{\Delta}_\mu (\delta_{\mu\nu} + a_1 \gamma_\mu \gamma_\nu) N \nabla_\nu \vec{\pi} + h.c., \quad (1')$$

где второй член исчезает на массовой поверхности изобары  $\Delta_{1236}$  вследствие дополнительного условия

$$\gamma_\mu \vec{\Delta}_\mu = 0. \quad (10)$$

Значение параметра  $a_1$  зависит от выбора пропагатора и не может быть зафиксировано, как это сделано в <sup>/7/</sup>. Аналогичным образом строятся  $\Delta\Delta\rho$ ,  $\Delta\Delta\pi$  и  $\Delta N\rho$ -взаимодействия (см. Приложение).

Для амплитуд  $A_s$  и  $A_u$ , соответствующих вкладу  $\Delta_{1236}$  в  $s$  и  $u$ -каналах, получим окончательно:

$$A_s = -i \frac{3}{2} \bar{\Delta}_\alpha [\hat{\rho} \delta_{\alpha\beta} - \rho_\alpha \gamma_\beta - i \frac{\mu_\Delta}{m_\rho} (\hat{\rho} \hat{q}_2 - \hat{q}_2 \hat{\rho}) \delta_{\alpha\beta} + i \frac{c}{m_\rho} (\rho_\alpha q_{2\beta} - \rho_\beta q_{2\alpha}) - \quad (11)$$

$$- i \frac{a_2}{m_\rho} (\hat{\rho} \hat{q}_{2\alpha} - \hat{q}_2 \hat{\rho}_\alpha) \gamma_\beta] \hat{G}_{\beta\mu}(q_1 + p_1) (\delta_{\mu\nu} + a_1 \gamma_\mu \gamma_\nu) q_{1\nu} u_p \vec{\pi}^+$$

$$A_u = \frac{c_2}{M_p} \Delta_a (\hat{q}_1 \delta_{a\beta} + a_4 q_{1a} \gamma_\beta) \gamma_5 G_{\beta\mu} (p_2 - q_1) [\hat{\rho} q_{2\mu} - \hat{q}_2 \rho_\mu + \\ + a_3 \gamma_\mu (\hat{q}_2 \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{q}_2)] \gamma_5 u_p \pi^+, \quad (12)$$

где  $p_1$  и  $p_2$  - четырехимпульсы протона и изобары,  $c_2 = hk^*/2\lambda_1$ , а параметры  $h$ ,  $k^*$ ,  $\mu_\Delta$ ,  $c_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  и  $a_4$  определены формулами (П.10, 12).

Амплитуда однопуклонного члена ( $A_N$ ) имеет вид

$$A_N = \frac{i}{2} \frac{iM_p + \hat{p}_2 - \hat{q}_1}{(p_2 - q_1)^2 + M_p^2} [-\hat{\rho} + i \frac{\mu}{m_\rho} (\hat{\rho} \hat{q}_2 - \hat{q}_2 \hat{\rho})] u_p \pi^+, \quad (13)$$

где  $\mu$  - свободный параметр во взаимодействии

$L_{NN\rho} = g_\rho (\bar{N} i \gamma_\mu \frac{\vec{\tau}}{2} N \vec{\rho}_\mu + \frac{\mu}{m_\rho} \bar{N} \sigma_{\mu\nu} \frac{\vec{\tau}}{2} N \vec{\rho}_{\mu\nu})$ , связанный в модели векторной доминантности с аномальным магнитным моментом нуклона.

Полная амплитуда процесса  $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ , инвариантная относительно преобразований группы  $SU(2) \times SU(2)$ , имеет вид

$$A = A_c + A_\pi + A_A + A_N + A_s + A_u,$$

где амплитуды, соответствующие древесным графикам рис. 1., определены формулами (3), (5), (11) - (13). Для дифференциального сечения реакции  $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$  имеем

$$\frac{d\sigma_{i \rightarrow f}}{d\Omega} = \frac{1}{2} \frac{g_\rho^2}{4\pi} \left| \frac{\lambda_1}{m_\pi} \right|^2 \frac{P}{Q \cdot s} M_p M_\Delta | \langle f | A | i \rangle |^2 \frac{d\Omega}{2\pi}, \quad (14)$$

$Q, E_1$  и  $P, E_2$  - импульс и энергия протона и изобары в с.ц.и.

Обсуждаемая реакция определяется 12 спиральными амплитудами /12/.

Состояния частиц и  $\gamma$ -матрицы Дирака задаются ЭВМ в виде комп-

лексных матриц. Поскольку спиральные амплитуды  $\langle \lambda_\rho \lambda_\Delta | A(\theta^*) | \lambda_p \rangle$  зависят только от угла рассеяния в с.ц.и.  $\theta^*$  ( $\lambda_\rho, \lambda_\Delta$  и  $\lambda_p$  - спиральности  $\rho^0$ -мезона, изобары  $\Delta^{++}$  и протона), можно с помощью ЭВМ посчитать для каждой экспериментальной точки  $\theta^*$  набор 12 амплитуд. Они определяют не только дифференциальное сечение (14), но и угловые корреляции в распаде резонансов  $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  и  $\Delta^{++} \rightarrow p \pi^+$  /11/. Действительно, матричный элемент процесса  $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \Delta^{++} \rightarrow p \pi^+$  записывается (пренебрегается эффектом конечных ширин резонансов и интерференцией за счет тождественных  $\pi^+$ -мезонов) в виде

$$M_{\lambda_\rho \lambda_p, \lambda_\Delta \lambda_p} \propto \sum_{\lambda_\Delta \lambda_p} e^{i\pi \lambda_\Delta} \langle \lambda_\rho \lambda_\Delta | A(\theta^*) | \lambda_p \rangle f_\rho(m_{12}) f_\Delta(m_{34}) D_{\lambda_\Delta \lambda_p}^{3/2*}(\phi^\Delta, \theta^\Delta, 0) D_{\lambda_\rho}^{1*}(\phi^\rho, \theta^\rho, 0),$$

$\lambda_p$  - спиральность протона от распада  $\Delta^{++}$ ;  $\theta^\Delta, \phi^\Delta$  и  $\theta^\rho, \phi^\rho$  обозначают полярный и азимутальный углы вылета протона  $p'$  и  $\pi^-$ -мезона в системах покоя  $\Delta^{++}$  и  $\rho^0$  соответственно;  $m_{12}$  и  $m_{34}$  - эффективные массы  $\pi^+ \pi^-$  и  $p' \pi^+$ -комбинаций;  $f_a(m) = (m_a^2 - m^2 - im_a \Gamma_a)^{-1}$ , где  $m_a$  и  $\Gamma_a$  - масса и ширина резонанса  $a$ .

$D$  - функции обозначаются как  $D_{\mu\nu}^J(a, \beta, \gamma)$  /12/. Отсюда получаем выражение корреляционных коэффициентов  $a_1, a_2, \dots, a_{19}$  (коэффициенты, входящие в выражение для распределения по углам  $\theta^\Delta, \phi^\Delta, \theta^\rho, \phi^\rho$ ) через спиральные амплитуды. Детальный анализ спиральных амплитуд для реакции  $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ , и вычисление коэффициентов  $a_1, a_2, \dots, a_{19}$ , с их помощью проведены в /10/. Чтобы учесть эффект больших ширин изобары и

$\rho$ -мезона, вводится их зависимость от эффективных масс  $m_{12}$  и  $m_{34}$  /11/. Выражение (14) умножается на функцию полной энергии  $\alpha(s) = \int BW_\rho(m_{12}) BW_\Delta(m_{34}) [P(m_{12}, m_{34}) / P(m_\rho, M_\Delta)] dm_{12}^2 dm_{34}^2$ , где  $BW_a(m) = m_a^2 \Gamma_a^2(m) / [(m_a^2 - m^2)^2 + m_a^2 \Gamma_a^2(m)]$  - релятивистская формула

Брейта-Вигнера и  $P(m_{12}, m_{34})$  - импульс разлета систем с эффективны-

ми массами  $m_{12}$  и  $m_{34}$  в с.ц.и.,  $P(m_\rho, M_\Delta) = P$ . Энергиям  $\sqrt{s} = 2,194$  Гэв и  $2,302$  Гэв соответствуют  $a = 0,51$  и  $0,58$ , при  $s \rightarrow \infty$   $a(s) \rightarrow 1$ . Отметим, что в случае контактного члена точные расчеты практически совпадают с приближенными. Поскольку при получении самих экспериментальных данных пользуются еще более грубыми приближениями /11/, не имеет смысла добиваться большей строгости ценой существенного усложнения расчетов.

Далее производится минимизация  $\chi^2$ , в который входит экспериментальная информация о дифференциальных сечениях при энергиях  $\sqrt{s} = 2,194$  Гэв /9/ и  $2,302$  Гэв /11/, и информация о корреляционных коэффициентах  $a_1, a_2, \dots, a_{19}$  для нескольких интервалов  $\cos \theta^*$  при энергии  $\sqrt{s} = 2,302$  Гэв /10/. Всего имеется 105 экспериментальных точек. Так как наш подход, по-видимому, справедлив в лучшем случае вблизи порога и при малых передачах импульса, ошибки в дифференциальном сечении для 4 точек с  $\cos \theta^* < 0,6$  завышены в 5 раз.

### §3. Сравнение с экспериментом и обсуждение результатов

1. На рис. 2 и 3 приведены результаты расчетов и экспериментальные данные для дифференциального сечения при энергиях  $\sqrt{s} = 2,194$  Гэв и  $2,302$  Гэв и зависимость наиболее существенных корреляционных коэффициентов от  $\cos \theta^*$  при  $\sqrt{s} = 2,302$  Гэв. Подчеркнем, что при  $\theta^* = 0$  существенны только коэффициенты  $a_1, a_2, a_3, a_{12}$  и  $a_{18}$ , остальные корреляционные коэффициенты не дают вклада по кинематическим соображениям /10/.

2. Общая кирально-инвариантная амплитуда реакции  $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$  содержит 10 свободных параметров с учетом членов, дающих вклад только вне массовой поверхности изобары (параметры  $a_1, \dots, a_4$ ).

6 параметров  $m_\rho$ ,  $m_A$ ,  $M_\Delta$ ,  $g_\rho$ ,  $g_A$  и  $\lambda_1$  фиксируются:  
 $m_\rho = 0,765$  Гэв,  $M_\Delta = 1,236$  Гэв,  $g_\rho^2/4\pi = 2$  и  $|\lambda_1/m_\pi|^2 = 239$  (что соответствует ширине изобары 120 Мэв). Полагаем  $m_A^2 = 2m_\rho^2$  и  $g_A = g_\rho$ , что приводит к соотношению Каварабаяши-Сузуки  $2(g_\rho f_\pi/m_\rho)^2 = 1$ .  
 Соотношение ( П.7) в этом случае принимает вид  $\delta = -(1+4\epsilon)$ .

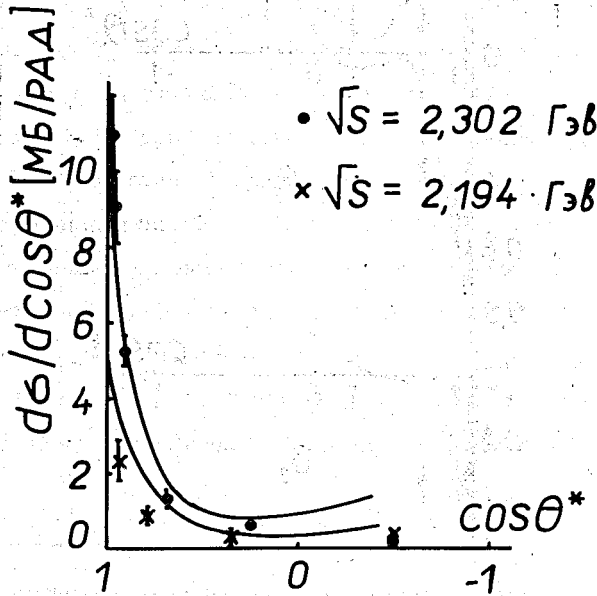


Рис. 2. Зависимость дифференциального сечения реакции  $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$  от косинуса угла вылета  $\rho^0$ -мезона ( $\theta^*$ ) в с.ц.и. при энергиях  $\sqrt{s} = 2,194$  Гэв /9/ и  $2,302$  Гэв /11/. Теоретические кривые вычислены с набором параметров ФИТ 1, табл. 1.

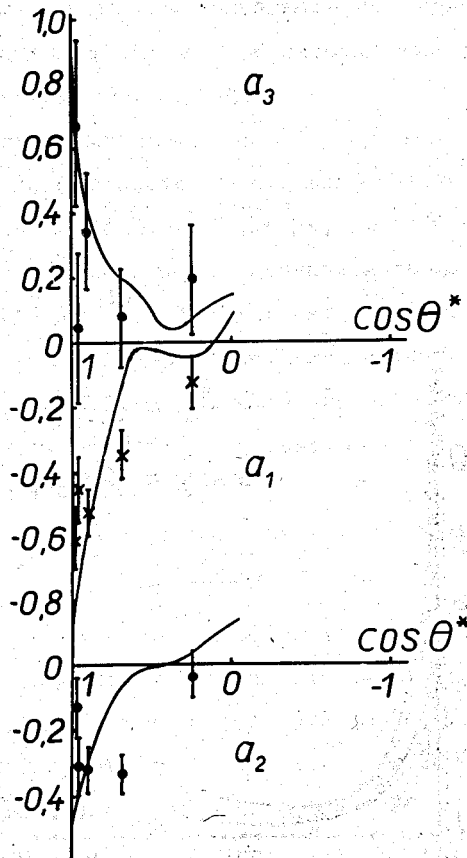


Рис. 3. Зависимость коэффициентов  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$ , входящих в угловое распределение продуктов распада  $\rho^0$ -мезона и изобары  $\Delta^{++}$  от  $\cos \theta^*$  при энергии  $\sqrt{s} = 2,302$  Гэв /10/.

Хорошее согласие с экспериментальными данными ( $\chi^2 = 370$ , что при 95 степенях свободы означает согласие теории с экспериментом при удвоенных экспериментальных ошибках) получается с набором параметров ФИТ 1, табл. 1. Из-за сделанных приближений (как в теории, так и в эксперименте) ожидать слишком хорошего согласия не следует. Наиболее существенных параметров пять:  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $c_1$ ,  $\mu \Delta$  (вклад  $\Delta_{1236}$  в  $s$ -канале) и  $\delta$  -аномальный магнитный момент  $A_1$  -мезона. Это ясно также и из величин ошибок. Вклад диаграммы  $A_u$  оказывается несущественным и состоит в основном из членов, обращающихся в нуль вне массовой поверхности изобары, которые во многих работах вообще не учитывались /4/ или учитывались некорректно /7/. Если вкладом диаграммы  $A_u$  пренебречь ( $c_2 = 0$ ), то подгонка дает  $\chi^2 = 470$  и набор параметров ФИТ III - табл. 1, который практически не отличается от параметров ФИТ 1, табл. 1. В табл. 1 приводятся также параметры, полученные при зафиксированном значении  $\delta = 0$ , ФИТ II. Соответствующий  $\chi^2 = 1000$  означает согласие теории с экспериментом при утроенных экспериментальных ошибках. Если фиксировать  $\delta = -1$ , что наиболее согласуется (в предположении  $g_A = g_\rho$  и  $m_A^2 = 2m_\rho^2$ ) с данными встречных пучков /14/ по ширине  $\rho$ -мезона и отношению  $g_{\rho\pi\pi}/g_\rho$ , ( $\epsilon \approx 0$ ), получается слишком большое значение  $\chi^2 (\approx 8000)$  /X/.

---

X/ Имеющиеся данные по поляризации в распаде  $A_1 \rightarrow \rho\pi$  приводят к противоречивым значениям  $\delta$ . Так, в /15/ получается с большой точностью  $\delta = 0$ , а в /16/  $\delta \approx -1,5$  получено в предположении, что  $g_A = g_\rho$ .

Возможно, что учет изобары с изоспином  $1/2$  и спин-четностью  $1/2^-$  или  $3/2^-$  приведет к более приемлемому значению аномального магнитного момента  $A_1$  -мезона, чем  $\delta = 1$ . Например, ее учет при насыщении правил сумм Адлера-Вайсбергера позволяет улучшить согласие с экспериментом /13/.

3. Как показано в /10/, основной вклад в реакцию  $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$  дает при малых углах  $\theta^*$  спиральная амплитуда  $\langle 0 \ 1/2 | A(\theta^*) | 1/2 \rangle$ . На рис. 4 показаны вклады в эту амплитуду от отдельных графиков. Мнимая часть амплитуды  $A$  оказывается пренебрежимо мала (значение  $\chi^2$  практически не зависит от мнимых частей комплексных параметров). Видно, что при малых  $\theta^*$  происходит вычитание амплитуд, в результате которого поведение полной амплитуды описывается  $\pi$  - мезонным полюсом.

4. Параметры (табл. 1), зафиксированные из условия соответствия предсказаний алгебры токов и данных по реакции  $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ , могут быть использованы при изучении других сложных процессов, полный анализ которых в алгебре токов может быть проведен только методом эффективных лагранжианов: например, реакций  $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ ,  $\pi N \rightarrow \pi \Delta_{1236}$ ,  $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$  и других процессов. Вычисление в киральной динамике процесса  $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$  в /6/ не свободно от ошибок.

Таким образом, парное рождение резонансов  $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$  описывается в киральной динамике достаточно удовлетворительным образом. Большинство параметров получаются разумными. Возникает указание на то, что константа  $\delta$  должна принимать значение, близкое к нулю, что подсказывает целесообразность обсуждения более точных методов определения этого параметра из экспериментальных данных.



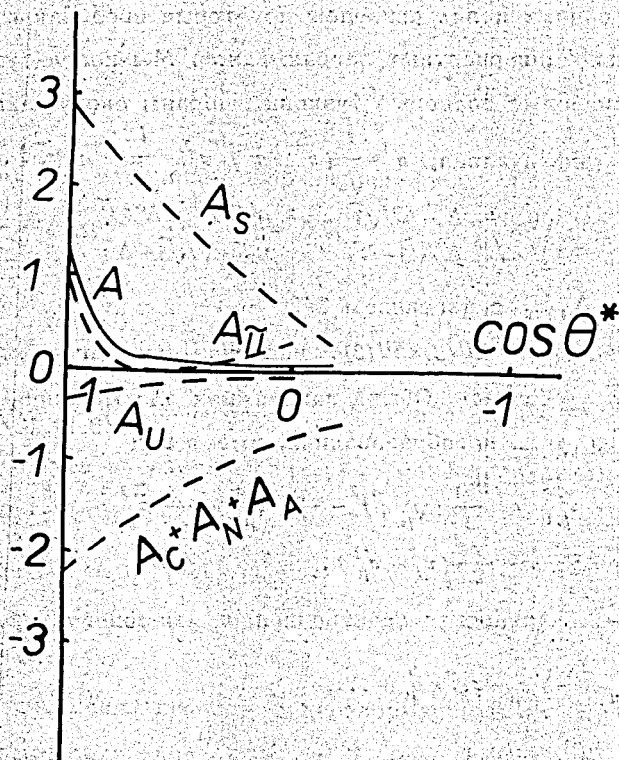


Рис. 4. Вклады древесных диаграмм (рис. 1) в амплитуду без изменения спиральности  $\langle 0 | 1/2 | A(\theta^*) | 1/2 \rangle$ , вычисленные с набором параметров ФИТ 1, табл. 1.

Авторы благодарны И.М. Граменицкому и В.И. Огневскому, по инициативе которых выполнена эта работа, а также Б.Н. Валуеву, С.Б. Герасимову и С.Г. Матияну за полезные обсуждения.

### Приложение

В справочных целях приведем некоторые сведения о методе получения кирально инвариантных лагранжианов. Мы используем метрику Паули. Изоспиновые волновые функции выбраны следующим образом:

$$N = \begin{pmatrix} u_p \\ u_n \end{pmatrix} \quad \text{для нуклона, } \pi^1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\pi^+ + \pi^-), \pi^2 = \frac{i}{\sqrt{2}}(\pi^+ - \pi^-), \pi^3 = \pi^0 \text{ для } \pi \text{-мезона и } \Delta^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \Delta^{++} - \Delta^0 / \sqrt{3} \\ \Delta^+ / \sqrt{3} - \Delta^- \end{pmatrix}, \Delta^2 = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \Delta^{++} + \Delta^0 / \sqrt{3} \\ \Delta^+ / \sqrt{3} + \Delta^- \end{pmatrix}, \Delta^3 = -\sqrt{\frac{3}{2}} \begin{pmatrix} \Delta^+ \\ \Delta^0 \end{pmatrix} -$$

для изобары  $\Delta_{1236}$  с изоспином  $3/2$ .

1. Нелинейный  $SU(2) \times SU(2)$  инвариантный лагранжиан для  $A_1, \rho, \pi$ -мезонов. Общий лагранжиан для мезонов, инвариантный при  $SU(2) \times SU(2)$ -преобразованиях, имеет вид /8,17,18/:

$$L = -\frac{r^2}{4} (\vec{v}_{\mu\nu}^2 + \vec{a}_{\mu\nu}^2) - \frac{d_1^2}{2} (\nabla_\mu \vec{\phi})^2 - \frac{r^2}{4} \vec{v}_{\mu\nu}^2 - \frac{r_A^2}{4} \vec{a}_{\mu\nu}^2 - d_2 \vec{v}_{\mu\nu} \cdot \nabla_\mu \vec{\phi} \times \nabla_\nu \vec{\phi} - \frac{m^2}{2} (\vec{v}_\mu^2 + \vec{a}_\mu^2), \quad (\text{П. 1})$$

где  $\nabla_\mu \vec{\phi}$  - ковариантная производная  $\pi$ -мезона:

$$\nabla_\mu \vec{\phi} = \partial_\mu \vec{\phi} - f \vec{a}_\mu - f \vec{\phi} \times \vec{v}_\mu + \dots, \quad (\text{П. 2})$$

$\vec{v}_{\mu\nu}$  и  $\vec{a}_{\mu\nu}$  - ковариантные роторы  $\rho$  и  $A_1$ -мезонов:

$$\vec{v}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{v}_\nu - \partial_\nu \vec{v}_\mu + f [\vec{v}_\mu \times \vec{v}_\nu + \vec{a}_\mu \times \vec{a}_\nu],$$

$$\vec{a}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{a}_\nu - \partial_\nu \vec{a}_\mu + f [\vec{v}_\mu \times \vec{a}_\nu + \vec{a}_\mu \times \vec{v}_\nu].$$

Вместо них часто удобно пользоваться роторами  $\vec{v}_{\mu\nu}$  и  $\vec{a}_{\mu\nu}$  /8/ связанными с  $\vec{v}_{\mu\nu}$  и  $\vec{a}_{\mu\nu}$  преобразованиями:

$$\vec{v}_{\mu\nu} = \vec{v}_{\mu\nu} + \vec{\phi} \times \vec{a}_{\mu\nu} + \dots \quad \text{и} \quad \vec{a}_{\mu\nu} = \vec{a}_{\mu\nu} + \vec{\phi} \times \vec{v}_{\mu\nu} + \dots, \quad (\text{П. 3})$$

где выписаны члены в низшем порядке по  $\pi$ -мезонным полям. Чтобы исключить нефизическую связь  $\vec{a}_\mu \partial_\mu \vec{\phi}$  и правильно нормировать кинетические члены, необходимо сделать замены:

$$\vec{v}_\mu = Z_\rho^{-1} \vec{\rho}_\mu, \quad \vec{a}_\mu = Z_A^{-1} (\vec{A}_\mu + F_\pi D_\mu \vec{\phi}) \quad \text{и} \quad \vec{\phi} = f_\pi \vec{\pi}^{-1}, \quad \text{где} \quad (\text{П. 4})$$

$$Z_{\rho,A} = (r^2 + r_{\rho,A}^2)^{1/2}, \quad f_\pi = d_1 \frac{Z_\rho m_A}{Z_A m_\rho} \quad \text{и} \quad F_\pi = \left( \frac{g_\rho f_\pi}{m_\rho} \right)^2 g_A^{-1} + \dots$$

В отличие от [8] вводится ковариантная производная [12]  $D_\mu \vec{\phi} = \partial_\mu \vec{\phi} + f \vec{v}_\mu \times \vec{\phi}$ . Здесь и в дальнейшем используются перенормированные константы:

$$g_\rho = Z_\rho^{-1} f, \quad g_A = Z_A^{-1} f, \quad m_\rho = Z_\rho^{-1} m, \quad m_A = Z_A^{-1} (m^2 + d_1^2 f^2)^{1/2} \quad \text{и} \quad (\text{П. 5})$$

аномальный магнитный момент  $A_1$ -мезона  $\delta = -1 + \left( \frac{g_A}{g_\rho} \right)^2 (1 + 2d_2 g_\rho Z_\rho^{-1})$ .

Отметим, что перенормировка  $\pi$ -мезонного кинематического члена приводит к формуле

$$\left( \frac{g_\rho f}{m_\rho} \right)^2 = 1 - \left( \frac{m_\rho g_A}{m_A g_\rho} \right)^2, \quad (\text{П. 6})$$

которая переходит в соотношение Каварабаяши-Сузуки, если положить  $g_A = g_\rho$  и  $m_A^2 = 2m_\rho^2$ .

После проведения процедуры перенормировки получаются кирально-инвариантные связи для  $\rho\pi\pi$  и  $A_1\rho\pi$ -систем, формулы (4) и (6). Константы  $\epsilon$  и  $\delta$ , входящие в  $\rho\pi\pi$  и  $A_1\rho\pi$ -взаимодействия, связаны соотношением

$$\delta = -1 + \left( \frac{m_A}{m_\rho} \right)^2 [1 - C(1 + 2\epsilon)], \quad (\text{П. 7})$$

которое переходит в формулу (5.3) из /12/, если потребовать отсутствие трilinearной комбинации производных в  $\rho\pi\pi$ -связи, т.е.  $\epsilon = 0$ . Константа  $C = [(m_\rho / g_\rho f_\pi)^2 - 1]^{-1}$  равна 1, если выполняется соотношение Каварабаяши-Сузуки. Ковариантная производная  $\pi$ -мезона принимает после преобразований (П. 4) вид:

$$\nabla_\mu \vec{\pi} = f_\pi (C+1) \nabla_\mu \vec{\phi} = \partial_\mu \vec{\pi} - f_\pi g_A (C+1) \vec{A}_\mu - g_\rho \vec{\pi} \times \vec{\rho}_\mu + \dots, \quad (\text{П. 2})$$

где  $C+1 = (m_A g_\rho / m_\rho g_A)^2$  получается из (П. 6).

2.  $SU(2) \times SU(2)$  инвариантные  $\Delta\Delta\rho$ ,  $\Delta N\rho$ ,  $\Delta\Delta\pi$ -связи.

Свободный лагранжиан для поля со спином 3/2 выбирается в соответствии с видом пропагатора (9):

$$L_{\Delta\Delta} = -\bar{\Delta}_\alpha [(\gamma_\mu \delta_{\alpha\beta} - \gamma_\beta \delta_{\alpha\mu} - \gamma_\alpha \delta_{\beta\mu} + \gamma_\alpha \gamma_\mu \gamma_\beta) \partial_\mu \vec{\Delta}_\beta + M_\Delta (\delta_{\alpha\beta} - \gamma_\alpha \gamma_\beta) \vec{\Delta}_\beta].$$

Минимальное  $\Delta\Delta\rho$ -взаимодействие получается заменой

$$\begin{aligned} \partial_\mu \vec{\Delta}_\beta &\rightarrow \partial_\mu \vec{\Delta}_\beta - i g_\rho \left[ \frac{1}{2} (\vec{\tau} \vec{\rho}_\mu) \vec{\Delta}_\beta + i \vec{\rho}_\mu \times \vec{\Delta}_\beta \right]; \\ L'_{\Delta\Delta\rho} &= i g_\rho \bar{\Delta}_\alpha (\gamma_\mu \delta_{\alpha\beta} - \gamma_\beta \delta_{\alpha\mu} - \gamma_\alpha \delta_{\beta\mu} + \gamma_\alpha \gamma_\mu \gamma_\beta) \left[ \frac{1}{2} (\vec{\tau} \vec{\rho}_\mu) \vec{\Delta}_\beta + i \vec{\rho}_\mu \times \vec{\Delta}_\beta \right], \end{aligned} \quad (\text{П. 9})$$

где  $\vec{\tau}$  -изоспиновые матрицы.

В духе предположения о максимальной гладкости /4/ включается только взаимодействие без производных от барионных полей и содержащее не более первых производных от мезонных полей. Общая кирально-инвариантная связь, удовлетворяющая таким условиям и включающая также взаимодействие вне массовой поверхности изобары, записывается в виде:

$$\begin{aligned} L''_{\Delta\Delta\rho} &= i \frac{g_\rho}{m_\rho} \bar{\Delta}_\alpha (-i \mu_\Delta \sigma_{\mu\nu} \delta_{\alpha\beta} + c_1 \delta_{\alpha\mu} \delta_{\beta\nu} + a_2 \gamma_\nu \gamma_\beta \delta_{\alpha\mu} + a_2^* \gamma_\alpha \gamma_\mu \delta_{\beta\nu}) \cdot \\ &\cdot \left[ \frac{1}{2} (\vec{\tau} \vec{\rho}_{\mu\nu}) \vec{\Delta}_\beta + i \vec{\rho}_{\mu\nu} \times \vec{\Delta}_\beta \right]. \end{aligned} \quad (\text{П. 10})$$

При учете дополнительного условия (10) для изобары в конечном состоянии некоторые члены в ( П. 9) и ( П. 10) несущественны и  $\Delta\Delta\rho$  -взаимодействие несколько упрощается:

$$L_{\Delta\Delta\rho} = i \frac{3}{2} g_{\rho} \overline{\Delta}^{++} (\rho \delta_{\alpha\beta} - \rho_{\alpha} \gamma_{\beta} - \frac{\mu_{\Delta}}{m_{\rho}} \gamma_{\mu} \gamma_{\nu} \rho_{\mu\nu} \delta_{\alpha\beta} + \frac{c_1}{m} \rho_{\alpha\beta} + \frac{a_2}{m_{\rho}} \gamma_{\lambda} \gamma_{\beta} \rho_{\alpha\lambda}) \Delta_{\beta}^{++} \quad (\text{П. 11})$$

Аналогичным образом вводятся общие (в предположении гладкости)

$\Delta N\rho$  и  $\Delta\Delta\pi$  -связи:

$$L_{\Delta N\rho} = -\frac{g_{\rho} k^*}{2M_{\rho}} \overline{\Delta}^+ (\gamma_{\mu} \delta_{\alpha\beta} + a_3 \gamma_{\alpha} \gamma_{\beta} \gamma_{\mu}) \gamma_5 N_{\rho\beta\mu} + h.c. \quad (\text{П.12})$$

$$L_{\Delta\Delta\pi} = -\frac{ih}{m_{\pi}} \overline{\Delta}^+ (\gamma_{\mu} \delta_{\alpha\beta} + a_4 \gamma_{\beta} \delta_{\alpha\mu} + a_4^* \gamma_{\alpha} \delta_{\beta\mu} + a_5 \gamma_{\alpha} \gamma_{\mu} \gamma_{\beta}) \gamma_5 [\frac{i}{2} (\vec{r} \nabla_{\mu} \vec{\pi}) \vec{\Delta}_{\beta} + i \nabla_{\mu} \vec{\pi} \times \vec{\Delta}_{\beta}]$$

Вклад в реакцию  $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$  дает связь

$$L_{\Delta N\rho} = \frac{g_{\rho} k^*}{2M_{\rho}} \sqrt{\frac{2}{3}} \overline{\Delta}^+ (\gamma_{\mu} \delta_{\alpha\beta} + a_3 \gamma_{\alpha} \gamma_{\beta} \gamma_{\mu}) \gamma_5 u_{\rho} \rho_{\beta\mu}, \quad (\text{П. 13})$$

и с учетом дополнительного условия (10) связь:

$$L_{\Delta\Delta\pi} = -\frac{ih}{m_{\pi}} \sqrt{\frac{3}{2}} \overline{\Delta}^{++} (\gamma_{\mu} \delta_{\alpha\beta} + a_4 \gamma_{\beta} \delta_{\alpha\mu}) \gamma_5 \Delta_{\beta}^+ \partial_{\mu} \pi^+ \quad (\text{П. 14})$$

### Литература

1. S.L.Adler. Phys.Rev.Lett., 14, 1051 (1965);  
W.J. Wiesberger. Phys.Rev.Lett., 14, 1047 (1965).
2. S. Weinberg. Proc. of 14th Conf. on High Energy Phys., Vienna, 1968; ed. J.Prentki, J.Steinberger, Geneva, p. 253.
3. S.Weinberg. Phys.Rev.Lett., 18, 507 (1967); Phys.Rev., 166, 1568 (1968); J.Schwinger. Phys.Lett., 24B, 473 (1967); P.Chang, F.Gursey. Phys.Rev., 164, 1752 (1967).
4. Ch.Hattori et al. DPNУ 36. Preprint Nagoya University (1969).

5. W.F.Long, J.S.Kovacs. Phys.Rev., D1, 1333 (1970).
6. H.W. Huang. Phys.Rev., 174, 1799 (1968).
7. R.D. Peccei. Preprint CTP 33 (1968); Phys.Rev., 181, 1902 (1969).
8. K.Dietz, J.Honercamp; Z. Physik, 222, 46 (1969).
9. F.E.James, H.L.Kraybill.Phys.Rev., 142, 896 (1966).
10. Н. Ангелов, И.М. Граменицкий, Х. Каназирски, П. Керачев, Р. Леднички, А.М. Моисеев, А. Прокеш, Л.А. Тихонова, А.Б. Фенюк, М. Христов, М.Д. Шафранов. Препринт ОИЯИ, P1-4668 (1969); И.М. Граменицкий, Р. Леднички, А.М. Моисеев, А. Прокеш, Л.А.Тихонова, М.Д. Шафранов. Препринт ОИЯИ, P1-5236 (1970).
11. Н.А. Ангелов, И.М. Граменицкий, Х. Каназирски, П. Керачев, Р.Леднички, А.М. Моисеев, А. Прокеш, Л.А. Тихонова, А.Б. Фенюк, М. Христов, М.Д. Шафранов. Препринт ОИЯИ, P1-4657 (1969), Ядерная физика, т. 12, вып. 4, 788 (1970).
12. M.Jacob, G.Wick. Ann.Phys., 7, 404 (1959).
13. H.Narari.Phys.Rev.Lett., 16, 964 (1966).
14. M. Gourdin. Ref. TH. 1238 - CERN (1970).
15. C.D.Frogatt, G.Ranft.Phys.Rev.Lett.,23, 943 (1969); G.Ascoli et al. Phys.Rev.Lett., 25, 962 (1970).
16. J. Ballam et al. SLAC PUB 627, Phys.Rev.,D1,94(1970).
17. H.J.Schnitzer, S.Weinberg.Phys.Rev.,164, 1828 (1967); J.S.Gernstein, H.J.Schnitzer. Phys.Rev., 170, 1638 (1968); J.Wess, B.Zumino. Phys.Rev., 163, 1727 (1967).
18. V.I.Ogievetsky, B.M.Zupnik. Nucl.Phys., B24, 612 (1970).

Рукопись поступила в издательский отдел  
14 января 1972 года.