

С 324.1

Г-577

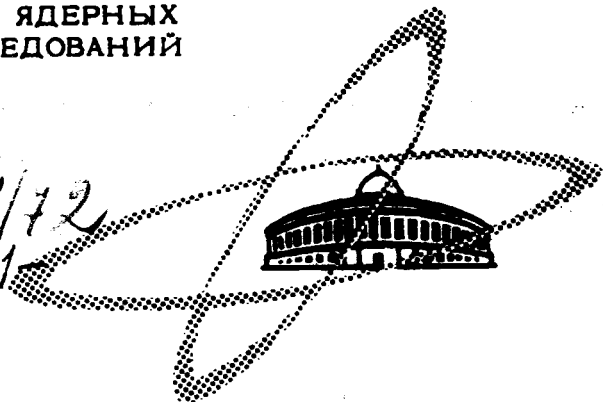
ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 6128

8/72  
1/1

6128



ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

А.Б. Говорков

СООТВЕТСТВИЕ  
МЕЖДУ ПАРАФЕРМИ-СТАТИСТИКОЙ  
И ОБЫЧНОЙ ФЕРМИ-СТАТИСТИКОЙ

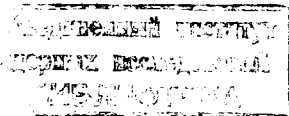
1971

P2 - 6128

А.Б. Говорков

СООТВЕТСТВИЕ  
МЕЖДУ ПАРАФЕРМИ-СТАТИСТИКОЙ  
И ОБЫЧНОЙ ФЕРМИ-СТАТИСТИКОЙ

*Направлено в **Physics Letters***



Парадокс параполя, открытого Грином<sup>/1/</sup> и Волковым<sup>/2/</sup>, состоит в том, что перестановки вторично квантованных параполевых операторов не образуют унитарных представлений группы перестановок<sup>/3,4/</sup>. По этой причине оказывается невозможным связать перестановки параполевых операторов с перестановками тождественных частиц, подчиняющихся какой-либо промежуточной статистике.

В связи с этим в литературе возникла дискуссия<sup>/3-9/</sup> о соответствии между первично квантованной теорией парачастиц и вторично квантованной теорией параполя. Было указано на тонкое различие между "перестановками места" операторов и "перестановками частиц" в конфигурационном пространстве<sup>/4,6-9/</sup>. В некоторых работах вышеуказанное соответствие отвергалось<sup>/3,4/</sup>, в других работах<sup>/8,9/</sup> устанавливалось.

Этот вопрос, однако, упрощается, если мы примем тот факт, что параполе описывает нетождественные частицы, или, что то же самое, описывает тождественные обычные (бозе- или ферми-) частицы с внутренними степенями свободы. Такое заключение было выведено Черниковым<sup>/10/</sup> и автором<sup>/11,12/</sup> из примера параферми-квантования второго порядка. Здесь мы свяжем этот результат с вышеуказанной дискуссией.

Рассмотрим параферми-поле второго порядка, чьи операторы рождения,  $\alpha(s)^+$ , и уничтожения,  $\alpha(s)$ , удовлетворяют трilinearным коммутационным соотношениям <sup>/1,2/</sup>

$$\alpha(s_1)^+ \alpha(s_2) \alpha(s_3) + \alpha(s_3) \alpha(s_2) \alpha(s_1)^+ = 2\delta_{s_1 s_2} \alpha(s_3), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \alpha(s_1) \alpha(s_2)^+ \alpha(s_3) + \alpha(s_3) \alpha(s_2)^+ \alpha(s_1) = \\ & = 2\delta_{s_1 s_2} \alpha(s_3) + 2\delta_{s_2 s_3} \alpha(s_1), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\alpha(s_1)^+ \alpha(s_2)^+ \alpha(s_3)^+ + \alpha(s_3)^+ \alpha(s_2)^+ \alpha(s_1)^+ = 0 \quad (3)$$

плюс эрмитово сопряженным соотношениям. Здесь  $s_i$  относится к  $i$ -му пространственному (скажем, импульсному) и спиновому одночастичному состоянию.

Мы рассмотрим только фоковское представление с единственным вакуумным состоянием  $|0\rangle$ , для которого

$$\alpha(s) |0\rangle = 0 \quad \text{для всех } s. \quad (4)$$

Любой вектор состояния парафермионов может быть поставлен во взаимнооднозначное соответствие с некоторыми состояниями обычных фермионов двух сортов <sup>/10-12/</sup>. Операторы рождения последних следует написать в чередующемся порядке:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2^k k!} \alpha(s_1)^+ \alpha(s_2)^+ \alpha(s_3)^+ \dots \alpha(s_{2k})^+ |0\rangle = \\ & = \frac{1}{k!} n(s_1)^+ p(s_2)^+ n(s_3)^+ \dots p(s_{2k})^+ |0\rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{1}{2^k k! \sqrt{2(k+1)}} a(s_1)^+ a(s_2)^+ a(s_3)^+ \dots a(s_{2k})^+ a(s_{2k+1})^+ |0\rangle = \quad (6)$$

$$= \frac{1}{k! \sqrt{k+1}} p(s_1)^+ n(s_2)^+ p(s_3)^+ \dots n(s_{2k})^+ p(s_{2k+1})^+ |0\rangle.$$

Если теперь мы переставим какие-либо параоператоры, то это приведет к перестановке пространственных (импульсных) и спиновых состояний фермионов без перестановки их внутренних состояний, т.е. без обмена  $n \leftrightarrow p$ . Тогда тождественные фермионы могут оказаться в симметричном состоянии и вектор состояния должен обратиться в ноль. Например, если  $s_2 = s_3 \neq s_1$ , то такой результат получается перестановкой первого и второго параоператоров в (5) и (6). Этот результат приводит к парадоксу Галиндо и Индюрена<sup>/3/</sup>.

Перейдем теперь в конфигурационное представление. В его пространстве фоковское представление реализуется на классе функций, удовлетворяющих следующим свойствам. Они антисимметричны по аргументам, стоящим на чётных местах, и по аргументам, стоящим на нечётных местах. Мы размещаем эти группы аргументов в две строки. Такие функции могут быть поставлены во взаимнооднозначное соответствие с волновыми функциями обычных фермионов двух сортов<sup>/12/</sup>.

$$\Psi ( \begin{matrix} x_2 & & & & x_{2k} \\ x_1 & & x_3 & \dots & x_{2k-1} \end{matrix} ) = \quad (7)$$

$$= \Phi ( [ x_1 x_3 \dots x_{2k-1} ]_n , [ x_2 \dots x_{2k} ]_p ),$$

$$\Psi ( \begin{matrix} & x_2 & & & x_{2k} \\ x_1 & & x_3 & \dots & x_{2k+1} \end{matrix} ) \quad (8)$$

$$= \Phi ( [ x_2 \dots x_{2k} ]_n , [ x_1 x_3 \dots x_{2k+1} ]_p ),$$

где  $x_i$  относится к пространственным и спиновым координатам  $i$ -ой частицы. Функции в правых частях (7) и (8) антисимметричны по аргументам, стоящим в одних и тех же квадратных скобках с индексами  $n$  или  $p$ , указывающими сорт фермионов.

Теперь перестановка двух аргументов парачастиц, стоящих в различных строках, соответствует перестановке двух различных фермионов вместе с обменом их внутренних состояний, т.е. с обменом  $n \leftrightarrow p$ . Можно осуществить тогда унитарные представления группы перестановок с помощью функций (7) и (8) в конфигурационном пространстве, и может быть построена полная квантовая механика парачастиц<sup>/12/</sup>.

Таким образом, мы приходим к заключению о том, что оба описания и в конфигурационном пространстве, и в пространстве заполнения одночастичных состояний — являются полными. Но "перестановки частиц" в первом сопровождаются перестановками внутренних состояний соответствующих фермионов, тогда как "перестановки мест" во втором не сопровождаются такими перестановками.

Мы могли видеть, что состояниям парачастиц в фоковском пространстве соответствуют состояния обычных фермионов с числом  $p$ -фермионов, либо равным числу  $n$ -фермионов, либо большим его на единицу. Если мы хотим получать другие состояния этих фермионов, мы должны включить в рассмотрение другие представления параполя<sup>/11,12/</sup>.

В рамках параполя можно ввести "сильное" взаимодействие, включающее в себя локальный ток в форме коммутатора

$$j(x) = : [\bar{\psi}(x), \gamma_{\mu} \psi(x) ] : \quad (9)$$

Здесь двоеточия означают нормальное произведение параполевых операторов (произведение с вычетом его вакуумного среднего).

"Сильное" взаимодействие не различает один от другого сорта фермионов. Однако можно ввести "электромагнитное" взаимодействие,

которое будет их отличать. Оно включает в себя другой локальный (только для параполя второго порядка) ток <sup>12/</sup>

$$j(x) = \frac{e}{2} : \psi(x) \gamma_\mu \psi(x) : \quad (10)$$

Заметим, что в рамках <sup>6,13/</sup> парафермионы второго порядка связывались с обычными фермионами двух сортов, которые, однако, были динамически неразличимыми.

Мы, однако, не можем ввести "слабое" взаимодействие, которое было бы ответственно в рамках теории параполя за переходы фермионов одного сорта в другой.

Таким образом, теория параферми-поля второго порядка оказывается некоторой полевой моделью изосимметрии фермионов двух сортов, типа протонов и нейтронов, чьи сильное и электромагнитное взаимодействия включены, а слабое взаимодействие выключено.

Заметим, что настоящий подход отличается от подхода Грина <sup>11/</sup>, состоящего в так называемом анзацте Грина. Последний является приводимым представлением параполя, тогда как фоковское представление неприводимо.

#### Литература

1. H.S. Green. Phys.Rev., 90, 270 (1953).
2. Д.В. Волков. ЖЭТФ, 36, 1560 (1959); там же, 38, 518 (1960).  
(английский перевод: Sov.Phys. JETP, 9, 1107 (1959); 11, 379 (1960)).
3. A. Galindo, F. Indurain. Nuovo Cim., 30, 1040 (1963).
4. M. Yamada. Nucl.Phys., B6, 596 (1968).
5. O.W. Greenberg. "Parafield Theory" в трудах конференции "Mathematical Theory of Elementary Particles", под редакцией Goodman, Segal, MIT-press, Cambridge, Massachusetts and London, England, 1966, p.29.

6. P.V. Landshoff, H.P. Stapp. Ann.Phys. (N.Y.), 45, 72 (1967).
7. Y. Ohnuki, S. Kamefuchi. Ann.Phys. (N.Y.), 57, 543 (1970).
8. R.H. Stolt, J.R. Taylor. Nucl.Phys., B19 1 (1970).
9. R.H. Stolt, J.R. Taylor. Nuovo Cim., A5, 185 (1971).
10. N.A. Chernikov. Acta Physica Polonica, 21, 51 (1962).
11. А.Б. Говорков. ЖЭТФ, 54, 1785 (1968) (английский перевод: Sov.Phys. JETP, 27, 960 (1968)).
12. A.B. Govorkov. Ann.Phys. (N.Y.) 53, 349 (1969).
13. K. Druhi, R. Haag, J.E. Roberts. Commun.Math.Phys., 18, 204 (1970).

Рукопись поступила в издательский отдел  
18 ноября 1971 года.