

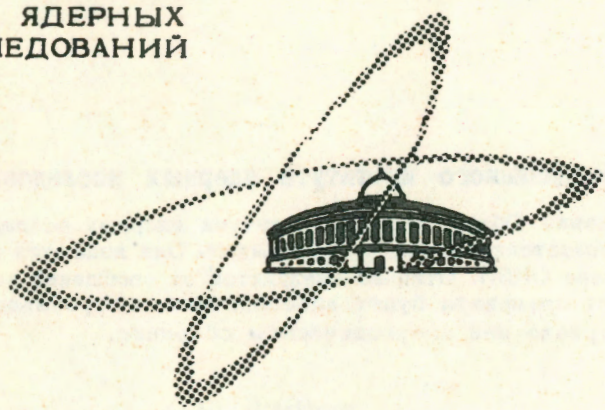
0058

ЭКЗ ЧИТ. ЗАЛА

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 6038



О.В. Думбрайс

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

МОДЕЛЬНО-НЕЗАВИСИМОЕ
ОПРЕДЕЛЕНИЕ НУЛЕЙ АМПЛИТУД
 K^+p - РАССЕЯНИЯ ВПЕРЕД

1971

P2 - 6038

О.В. Думбрайс

МОДЕЛЬНО-НЕЗАВИСИМОЕ
ОПРЕДЕЛЕНИЕ НУЛЕЙ АМПЛИТУД
 K^+ -р - РАССЕЙНИЯ ВПЕРЕД

Направлено в Nuclear Physics

**Научно-техническая
библиотека
ОИЯИ**

Думбрайс О.В.

P2-6038

Модельно-независимое определение нулей амплитуд $K^{\pm} p$ -
рассеяния вперед

С помощью аналитического продолжения амплитуды, параметризованной в физической области, к комплексным значениям энергии вычислены положения нулей амплитуды $K^{\pm} p$ - рассеяния вперед.

Метод основан на использовании известных свойств аналитичности амплитуды рассеяния и знаний экспериментальных данных в ограниченном интервале энергий. Не требуются никакие предположения о полюсных членах и об амплитуде в нефизической и асимптотической областях.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1971

Dumbrajs O.V.

P2-6038

Model-Independent Determination of Zeros of the
 $K^{\pm} p$ Forward Scattering Amplitudes

The locations of zeros of the $K^{\pm} p$ forward scattering amplitudes are calculated by means of the analytical continuation of the scattering amplitude parametrized in the physical region to the complex values of the energy.

The method exploits the known analyticity properties of the scattering amplitude and experimental data in a limited energy range. However, unlike conventional dispersion relation calculations, it requires no assumptions about the residues of the hyperon pole terms and the amplitudes in the unphysical and asymptotic regions.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1971

I. Введение

В последнее время проявился интерес к дисперсионным соотношениям для логарифма амплитуды^{/1-3/} и для её обратной величины^{/4/}. При помощи первых можно определить фазу амплитуды, если известен ее модуль, а также путем сравнения с экспериментальными данными проверять предполагаемые свойства аналитичности. В частности, они могут служить проверкой совместности основных предположений с данными по дифференциальному сечению и фазе амплитуды упругого рассеяния вперед. Дисперсионные соотношения для обратной величины амплитуды могут помочь нам связать различные параметры, что особенно важно в случае каон-нуклонного рассеяния, дисперсионная теория которого все еще страдает значительными недостатками. Поскольку нули амплитуды являются сингулярностями ее логарифма и обратной величины, то знание положения этих нулей является необходимым при работе с этими дисперсионными соотношениями. Нули в них играют роль неизвестных параметров подобно константам связи и константам вычитаний в обычных дисперсионных соотношениях.

В отличие от работ по $\pi^{\pm} p$ - рассеянию^{/5,6/}, данные о нулях амплитуды $K^{\pm} p$ - рассеяния вперед нам неизвестны.

Очевидно, что, работая с дисперсионными соотношениями для логарифма или обратной величины амплитуды, надо стремиться к тому, чтобы амплитуда имела по возможности меньше нулей. Поэтому относительно простая структура обычных амплитуд $K^{\pm} p$ - рассеяния вперед делает их более предпочтительными, чем симметричная (шесть попарно симметричных нулей) или антисимметричная (пять нулей) амплитуды^{/4/}.

Для локализации нулей мы применили технику фазовых кривых. Фазовая кривая определяется соотношением

$$\phi(\omega) \equiv \arctg \frac{A(\omega)}{D(\omega)} = \text{const}, \quad (1)$$

где $f_{\pm}(\omega) \equiv D_{\pm}(\omega) + iA_{\pm}(\omega)$ является амплитудой $K^{\pm}p$ -рассеяния вперед в лабораторной системе. Нормировка выбрана так, чтобы оптическая теорема имела бы вид

$$\mathcal{Z}_{\pm}(\omega) = 4\pi A_{\pm}(\omega)/k, \quad (2)$$

где K и ω - импульс и энергия каона в лабораторной системе соответственно. Очевидно, что фазовые кривые могут пересекаться только в нулях и полюсах амплитуды, которые являются логарифмическими точками ветвления. Теоретически можно локализовать нули также и при помощи кривых постоянного модуля, которые должны быть ортогональны к фазовым кривым. Однако практически при помощи кривых постоянного модуля очень трудно, а иногда и невозможно определить положение нулей^{/6/}.

Мы вычислили амплитуды $f_{\pm}(\omega)$ путем обобщения нашего модельно-независимого метода анализа данных по упругому рассеянию вперед^{/7-10/}.

2. Математический анализ

Определим функцию расхождения

$$\Delta(\omega) = f_{-}(\omega) + \frac{\omega + m_k}{4\pi^2} I(\omega), \quad (3)$$

где

$$I(\omega) = \int_{m_k}^{\omega} \left[\frac{\mathcal{Z}_{+}(\omega')}{(\omega' - m_k)(\omega' + \omega)} - \frac{\mathcal{Z}_{-}(\omega')}{(\omega' + m_k)(\omega' - \omega)} \right] k' d\omega', \quad (4)$$

W - наибольшая энергия, при которой известно экспериментальное значение полного сечения $\mathcal{Z}_{\pm}(\omega)$.

Рассмотрим замкнутый контур в ω - плоскости, состоящий из прямой линии, соединяющей точки $-W + i\epsilon$ и $W + i\epsilon$ ($\epsilon \rightarrow 0^+$) и полуокружности $S(W)$. Применяя теорему Коши к функции

$$F(\omega'; \omega) = \frac{f_{-}(\omega')}{(\omega' + m_k)(\omega' - \omega)} \quad (5)$$

вдоль этого контуре и используя хорошо известные свойства аналитичности и кросс-симметрии $f_{\pm}(\omega)$ /II/, легко показать, что для $-W \leq \omega \leq W$

$$\Delta(\omega) = U(\omega) + \frac{\omega + m_k}{\pi} \mathcal{J}(\omega) + \mathcal{D}_{+}(m_k), \quad (6)$$

где

$$U(\omega) = \frac{\omega + m_k}{\pi} \left[\sum_{\gamma=A, Z} \frac{\pi X(\gamma)}{(\omega_{\gamma} + m_k)(\omega_{\gamma} - \omega)} + \int_{\omega_{KA}}^{m_k} \frac{A_{-}(\omega') d\omega'}{(\omega' + m_k)(\omega' - \omega)} \right], \quad (7)$$

$$\omega_{\gamma} = \frac{m_{\gamma}^2 - m_p^2 - m_k^2}{2m_p}, \quad (8)$$

$$X(\gamma) = \frac{g_{\gamma}^2 [(m_{\gamma} - m_p)^2 - m_k^2]}{4m_p^2}, \quad (9)$$

$$\mathcal{J}(\omega) = \text{Im} \int_{S(\omega)} \frac{f_{-}(\omega') d\omega'}{(\omega' + m_k)(\omega' - \omega)}, \quad (10)$$

а g_{γ} - константа связи $K\bar{p}\gamma$.

Предположим, что полные сечения известны экспериментально в области $m_k \leq \omega \leq W$, так что интеграл $I(\omega)$ можно согласно (4) вычислить для всех ω . Поэтому если $f_{\pm}(\omega)$ известна из эксперимента при какой-то энергии ω , то $\Delta(\mp\omega)$ согласно (3) выражается через экспериментальные данные, при этом для K_p^+ - рассеяния надо применить условие кросс-симметрии $f_{-}(-\omega) = f_{+}^*(\omega)$. С другой стороны, уравнение (6) представляет $\Delta(\omega)$ как сумму неизвестных вкладов от нефизической и асимптотической областей. Можно получить быстро сходящееся разложение для функции $\Delta(\omega)$ при помощи одного из вариантов конформного отображения.

Из уравнения (7) видно, что единственными сингулярностями $U(\omega)$ в ω - плоскости являются оба гиперонных полюса и нефизический разрез, соединяющий точки ветвления при $\omega_{\pi A}$ и m_k .

Введем новую переменную

$$\zeta = \frac{\sqrt{\omega - m_k} - \sqrt{\omega - \omega_2}}{\sqrt{\omega - m_k} + \sqrt{\omega - \omega_2}} \quad (II)$$

При подходящем выборе квадратных корней (II) представляет собой конформное отображение $\zeta(\omega)$, которое преобразует всю ω - плоскость в единичный круг $|\zeta| = 1$. С другой стороны, функция $f(\zeta)$ имеет точки ветвления только при $\omega = \pm W$, так что ее можно разложить в ряд по ω для $|\omega| < W$. Поэтому, как видно из (6), для $|\omega| < W$ функцию расхождения можно представить в форме

$$\Delta(\omega) = \frac{1}{\zeta - \zeta_A} \sum_{n=0}^{\infty} a_n \zeta^n + \frac{\omega + m_k}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} b_n \omega^n, \quad (I2)$$

где

$$b_n = \text{Im} \int \frac{f_{-}(\omega') d\omega'}{\omega'^{(n+1)} (\omega' + m_k)} \quad (I3)$$

В работах /7,8/ мы определили для физических значений ω и ζ коэффициенты разложения (I2) с конечным числом членов путем подгонки (I2) к экспериментальным значениям $\text{Re} \Delta(\omega)$. В итоге мы знаем функцию расхождения $\Delta(\omega)$ на определенном участке реальной оси в ζ -плоскости, на котором была произведена подгонка. Остается продолжить функцию расхождения к комплексным значениям энергии, т.е. вычислить $\Delta(\omega)$ согласно (I2) при комплексных значениях ζ и ω , а дальше, зная $\text{Re} \Delta(\omega)$ и $\text{Im} \Delta(\omega)$ из (3) найти $\mathcal{D}_{-}(\omega)$ и $A_{-}(\omega)$.

3. Результаты

Результаты вычислений представлены графически на рисунке, где фазовые кривые (I) показаны как функция $\text{Re} \omega$ и $\text{Im} \omega$. Приведена также одна кривая постоянного модуля.

Видны две точки, в которых фазовые кривые пересекаются. Первая точка соответствует Λ -полюсу. Вторую точку - $\omega_0 = (0,052; 0,496)$, мы интерпретируем как положение нуля. Второй нуль, сопряженный этому, лежит в нижней полуплоскости.

Интересно определить, конечно, сколько нулей имеется вообще. Следуя работам /12,13/, мы получаем, что

$$|f_{-}(\omega)| \sim \text{const} \cdot \omega^{2-n} \cdot |\omega|^{-\phi(\omega)/\pi} \cdot |\omega|^{-\phi(-\infty)/\pi}, \quad (I4)$$

где ϕ - фаза амплитуды f_{-} определена для реальных значений ω так, что $\phi = 0$ вне разрезов на реальной оси, а n и m - число нулей и полюсов амплитуды. Мы знаем, что на концах правого и

левого разрезом $\mathcal{D}_-(\omega_{\kappa_1}) > 0$, $\mathcal{D}_-(\omega_{\kappa_2}) = \mathcal{D}_+(\omega_{\kappa_2}) < 0$. Продолжая $\phi(\omega)$ к $\pm \infty$, находим $\phi(\infty) = \phi(-\infty) = \frac{\Sigma}{2}$. Следовательно, $|\phi(\omega)| \sim \text{const} \cdot |\omega|^{n-2}$. Предполагая, что $\mathcal{Z}(\pm\infty) \rightarrow \text{const}$, на основе оптической теоремы заключаем, что $n = 3$.

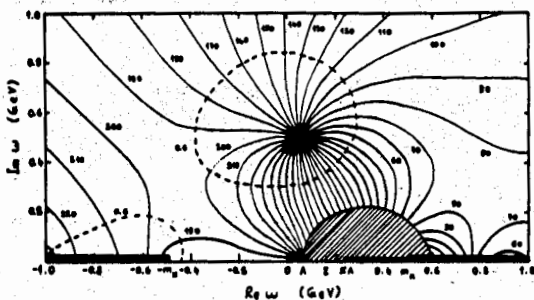
Мы нашли два нуля; третий ноль, из-за знаков вычетов Λ и Σ -полюсов, должен находиться на реальной оси в интервале $\omega_1 < \omega < \omega_2$. К сожалению, наш метод не позволяет исследовать эту область из-за плохой сходимости ряда в (12) дальше Λ -полюса /7,8/. Мы поэтому отказались от продолжения $\Delta(\omega)$ дальше от центра в ξ -плоскости, чем $|\xi| \approx 0,36$. В ω -плоскости это как раз и соответствует заштрихованной области. Для того, чтобы исследовать эту область, очевидно, необходимо использовать обычные вычисления на основе дисперсионных соотношений. В этой связи мы хотели бы упомянуть о работе /14/, где для $K^{\pm}p$ -рассеяния применялся метод, очень похожий на наш /8,9/. Авторы работы /14/ использовали так называемое оптимальное отображение (ω -плоскость отображалась в эллипс), которое увеличивает область сходимости. Мы, однако, думаем, что их метод, хотя и мощнее в принципе, вряд ли даст что-нибудь на практике, поскольку их эллипс (если нарисовать его в соответствующем масштабе!) очень близок к кругу.

Я выражаю благодарность В.З.Балуни за обсуждения и Н.М.Куину за критические замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. R.Odorico. Nuovo Cimento, 54A, 96 (1968).
2. J.A.McClure and S.Jorna. Nuovo Cimento, 67A, 667 (1970).
3. В.З.Балуни, Ю.С.Вернов. ТМФ, 5, 235 (1970).
4. N.Zovko. Institute "Ruder Bošković" Zagreb preprint IRB-TP-8-70.
5. S.Jorna and J.A.McClure. Nucl. Phys., B12, 68 (1969).
6. A.Shafee. University of Cambridge preprint HEP 7I-I.
7. O.V.Dumbrais, T.Yu.Dumbrais and N.M.Queen. JINR preprint, E2-52I6, Dubna, 1970.
8. O.V.Dumbrais, T.Yu.Dumbrais and N.M.Queen. Nucl. Phys., B26, 497 (1971).
9. O.V.Dumbrais and N.M.Queen. Lettere al Nuovo Cimento, I, 524 (1971).
10. O.V.Думбрайс, ЯФ, I3, 1096 (1971).
11. N.M.Queen, M.Restignoli and G.Violini. Fortschr. Phys., I7, 467 (1969).
12. M.Sugawara and A.Tubis. Phys. Rev., II0, 2127 (1963).
13. N.M.Queen. Nucl.Phys., B10, 89 (1969).
14. Yung-An.Chao and E.Pietarinen. Phys. Rev. Lett., 26, 1060 (1971).

Рукопись поступила в издательский отдел
15 сентября 1971 года.



Фазовые кривые амплитуды $f_-(\omega)$. Сплошные кривые соответствуют постоянным значениям угла фазы в градусах. Вдоль прерывистой кривой модуль $f_-(\omega)$ имеет постоянное значение $-0,6 \phi_m$. Затрихованная область соответствует области $|\xi| \geq 0,36$ в ξ - плоскости, где сходимость ряда в (12) уже очень плохая.