5904

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 5904

Д.Ю. Бардин, Ц.Г. Истатков, Г.В. Мицельмахер

О РАСПАДЕ $\mu^+ \to e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu e^+ e^-$

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1971

2 ЭЛ5

P2 - 5904

Д.Ю. Бардин, Ц.Г. Истатков, Г.В. Мицельмахер

О РАСПАДЕ $\mu^{+} \to e^{+} \nu_{e} \bar{\nu}_{\mu} e^{+} e^{-}$

В этой статье рассматривается процесс

$$\mu^+ \to e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu e^+ e^- . \qquad (1)$$

Распад (1) уже наблюдался /1-3/ и в настоящее время доступен детальному изучению на опыте [x/], однако в литературе существует лишь грубая теоретическая оценка полной вероятности этого процесса /5/, полученная с использованием приближенного метода, предложенного Кроллом и Вадой /6/. Между тем вероятность распада (1) может быть надежно вычислена в низшем порядке по слабому и электромагнитному взаимодействиям. По этой причине точный расчет процесса (1) представляется интересным.

Мы вычислили дифференциальную вероятность распада (1), учитывая все диаграммы низшего порядка теории возмущений (рис. 1). Выражение для величины R , отношения дифференциальной вероятности процесса (1) к полной вероятности W_μ распада $\mu^+ \to e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$, приведе-

---

x/ Большое число событий процесса (1) должно наблюдаться в опытах по поиску распада $\mu^+ \to e^+ e^- e^+$. В настоящее время верхняя граница этого распада составляет величину $6 \cdot 10^{-9}$ /4/. С появлением мезонных фабрик статистика в подобных экспериментах может быть увеличена на несколько порядков.

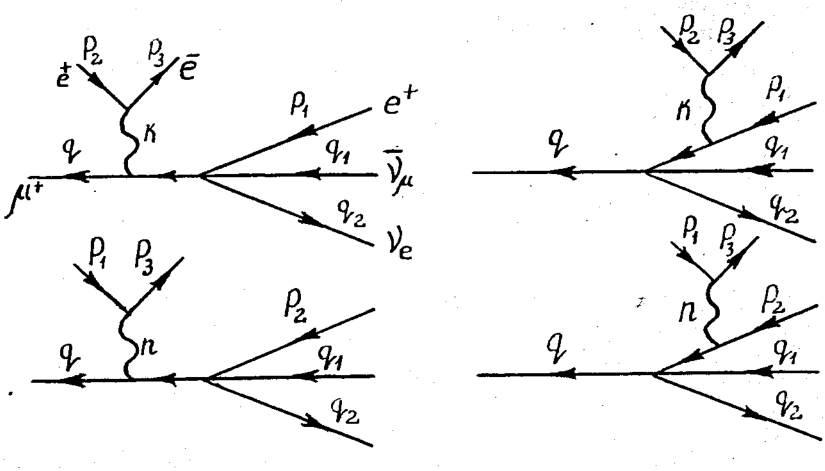

Рис. 1

но в приложении. Полная вероятность, а также распределения по суммарной энергии заряженных частиц и по инвариантным массам e^+e^-- пар получены интегрированием величины R методом Монте-Карло на ЭВМ. Способ расчета аналогичен описанному в приложении Б работы /7/. Полная вероятность распада была вычислена с точностью ≈ 3%, для чего понадобилось разыграть около 40000 событий в фазовом объеме конечных частиц. Для полной вероятности было найдено:

$$R_{tot} = \frac{W_{\mu 3e 2\nu}}{W_\mu} = (3{,}54 \pm 0{,}09)\cdot 10^{-5}.$$

Отметим, что вклад в полную вероятность интерференции прямых и обменных диаграмм составляет примерно 6%. На опыте можно измерять две инвариантные массы e^+e^--пар. Наблюдаемыми из-за тождественности позитронов являются величины

$$k^2_{min} = min\{-k^2, -n^2\} \quad \text{и} \quad k^2_{max} = max\{-k^2, -n^2\},^{x/}$$

где $k^2 = (p_2 + p_3)^2$ и $n^2 = (p_1 + p_3)^2$.

x/ Мы используем метрику, в которой скалярное произведение 4-импульсов p и q имеет вид $p\cdot q = \vec{p}\cdot\vec{q} - p_0 q_0$.

В наиболее точном эксперименте [3] вероятность процесса (1) измерялась при условии, что суммарная энергия e^+e^--пары с меньшей инвариантной массой больше 10 Мэв. Было получено значение

$$R_{ex} = W_{\mu 3e2\nu}(E > 10\ \text{Мэв}) / W_\mu = (2{,}2 \pm 1{,}5)\cdot 10^{-5}.$$

Для этой величины в результате расчета нами было найдено $R_{ex} = (2{,}27 \pm 0{,}08)\cdot 10^{-5}$, согласующееся с экспериментом. Отметим, что приближенный расчет с использованием метода Кролла и Вады дает $R_{ex} = 4\cdot 10^{-5}$ [5].

На рис. 2 приведено вычисленное нами распределение по суммарной энергии заряженных частиц. Распределения по k^2_{min} и k^2_{max} приведены на рис. 3 и 4, соответственно[x]. Все распределения имеют вид гистограмм, при этом сумма вкладов во всех ячейках дает величину R_{tot}.

Анализ рассчитанных спектров инвариантных масс показывает, что импульсы всех трех заряженных частиц сильно скоррелированы (спектры приведены в логарифмической шкале!). Это свойство непосредственно следует из явного вида матричного элемента процесса внутреннего излучения пар. Сильная корреляция импульсов заряженных частиц объясняет резкий спад спектра суммарной энергии заряженных частиц в области максимума, что может быть использовано на опыте для отделения фонового процесса (1) при поисках распада $\mu^+ \to e^+ e^- e^+$.

В заключение сделаем следующие замечания.

1. Вероятность процесса (1) несколько изменится в теории с промежуточным W-бозоном. К диаграммам рис. 1 добавятся диаграммы структурного излучения типа изображенной на рис. 5.

---

x/ На рис. 2,3 и 4 указаны статистические ошибки расчета по методу Монте-Карло.

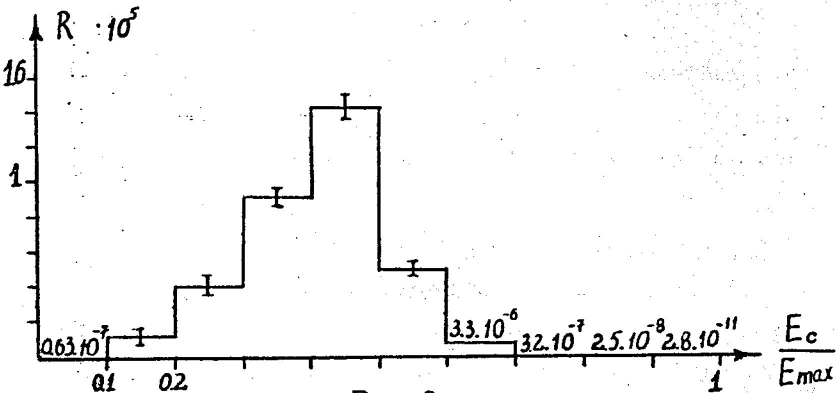

Рис. 2

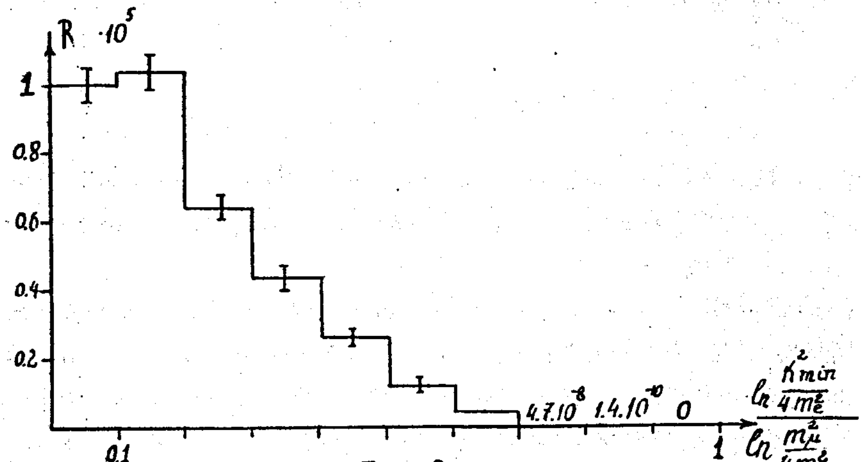

Рис. 3

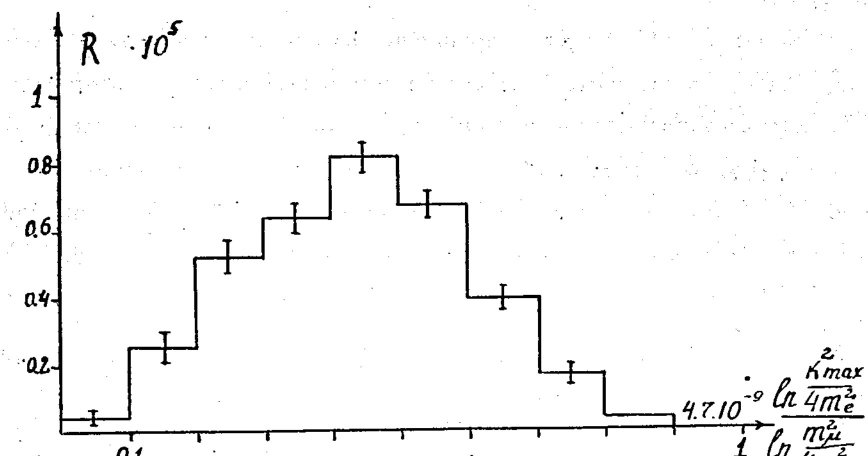

Рис. 4

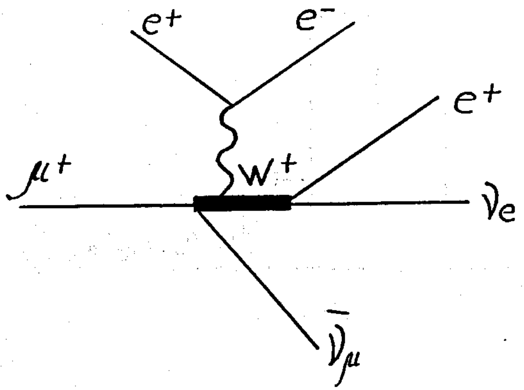

Рис. 5

Для оценки вклада этой диаграммы можно воспользоваться результатами работы [5], в которой рассчитан вклад диаграммы структурного излучения в процесс со свободным γ-квантом.

В этой работе показано, что в модели с W^{+}-бозоном появляются поправки (m_{μ}/m_{w}) к дифференциальной вероятности, рассчитанной в обычной теории (m_{μ} – масса мюона). При использовании существующей нижней границы массы W-бозона ($m_{w} > 2$ Гэв) видно, что эти поправки меньше 0,25%.

2. В процесс (1) могут в принципе дать вклад так называемые аномальные взаимодействия. В модели шестифермионного взаимодействия [8-9] появятся дополнительные диаграммы типа показанной на рис. 6. Вклад W_6 в вероятность процесса (1) диаграммы рис. 6 вычислен в работе [9]. Используя новое ограничение на константу G_6, полученное из опытов по поиску распада $\pi^{+} \to e^{+} \nu_{e} e^{+} e^{-}$ [10], можно найти

$$W_6 < 10^{-10} W_{\mu} . \qquad (2)$$

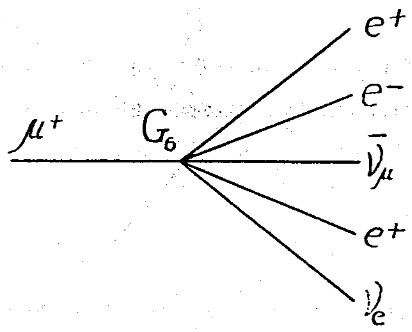

Рис. 6

В модели 4-фермионного аномального взаимодействия /11/ в процесс (1) дадут вклад диаграммы (см. рис. 7).

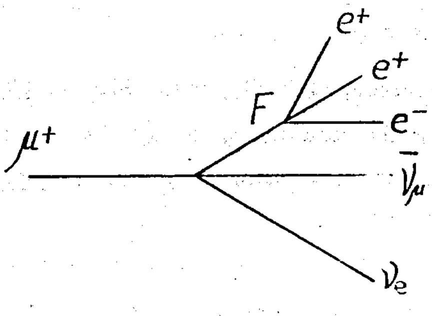

Рис. 7

Для вклада этой диаграммы мы получили

$$W_4 = \frac{F^2 m_\mu^4}{2^6 3^2 5 \pi^4} W_\mu . \qquad (3)$$

Используя значение для верхней границы константы F аномального 4-фермионного взаимодействия, полученное из опытов по ee -рассеянию /12/ $F \lesssim 0{,}7 \cdot 10^{-2}$ (Гэв)$^{-2}$, из (3) получим

$$W_4 < 10^{-14} W_\mu . \qquad (4)$$

Оценки (2) и (4) убеждают в том, что вклад в полную вероятность интерференции обычных диаграмм с диаграммами рис. 6 и 7 будет также пренебрежимо мал. Таким образом, процесс (1) нечувствителен к рассмотренным модификациям слабого взаимодействия.

Авторы благодарны В.А. Бумажнову за помощь в расчетах, а также С.М. Биленькому, С.М. Коренченко и Н.М. Шумейко за обсуждение результатов работы.

Литература

1. И.И. Гуревич, Б.А. Никольский, Л.В. Суркова. ЖЭТФ, 37,318 (1959).
2. J.Lee, N.P. Samios. Phys.Rev.Lett., 3, 55 (1959).
3. R.R.Crittenden,W.D.Walker, J.Ballam. Phys.Rev., 121, 1823 (1961).
4. С.М. Коренченко, Б.Ф. Костин, Г.В. Мицельмахер, К.Г. Некрасов, В.С. Смирнов. Препринт ОИЯИ, Дубна, Р1-5542 (1970).
5. S.G.Eckstein, R.H.Pratt. Ann. of Phys., 8, 297 (1959).
6. N. Kroll, W.W.Wada.Phys.Rev., 98, 1355 (1955).
7. Д.Ю. Бардин, С.М. Биленький, Г.В. Мицельмахер, Н.М. Шумейко. Препринт ОИЯИ, Р1-5520, Дубна, 1970 .

8. T. Ericson, S.L. Glashow. Phys.Rev., 133, B130 (1964).
9. А. Ванжа, А. Исаев, Л. Лапидус. ЯФ, 12, 595 (1970).
10. С.М. Коренченко, Б.Ф. Костин, Г.В. Мицельмахер, К.Г. Некрасов, В.С. Смирнов. ЯФ, 13, 339 (1970).
11. Л. Окунь, Б. Понтекорво, К. Руббиа. ЯФ, 4, 1202 (1966).
12. S.C.C. Ting. 14th Int. Conf. on High Energy Physics, Vienna, 1968, p.43.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 июня 1971 года.

Приложение

Здесь мы приведем выражение для величины R -отношения дифференциальной вероятности процесса (I) к полной вероятности распада $\mu^+ \to e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$. Величину R можно представить в виде суммы двух слагаемых, отличающихся друг от друга заменой $P_1 \rightleftarrows P_2$. Приведено выражение для одного из этих слагаемых. Второе обозначается символом $[P_1 \rightleftarrows P_2]$.

$$
\begin{aligned}
R = {} & \frac{96\alpha^2}{2\pi^6 m_\mu^6} d\Gamma \Big\{ \frac{1}{k^2} \Big[y^2 (p_1 q_1) \big(4 m_\mu^2 ((kq_2) - (qq_2)) - 4(kq)(kq_2) + 2k^2 (qq_2) \big) + \\
& + x^2 (qq_2) \big(-4m^2 ((p_1 q_1) + (kq_1)) - 4(kp_1)(kq_1) + 2k^2 (p_1 q_1) \big) - 2xy \big(4(p_1 q_1)(qq_2)(p_1 q) + \\
& + 2(qq_2) t(p_1 q k q_1) - 2(p_1 q_1) t(q p_1 k q_2) - k^2 t(q p_1 q_1 q_2) \big) \Big] + \\
& + \frac{4}{k^4} \Big[y^2 (p_1 q_1) \big(2(qp_3)(2((qp_3) - (kp_3))((qq_2) - (kq_2)) + (2(qk) - k^2)(q_2 p_3)) + m^2 (2(kq_2)(kq) - k^2 (qq_2)) \big) + \\
& + x^2 (qq_2) \big(2(p_1 p_3)(2((p_1 p_3) + (kp_3))((p_1 q_1) + (kq_1)) - (2(kp_1) + k^2)(p_3 q_1)) + m^2 (2(kp_1)(kq_1) - k^2 (p_1 q_1)) \big) - \\
& - 2xy \big((2(p_1 p_3)(p_1 q_1) + t(p_1 p_3 k q_1))(2(qp_3)(qq_2) - t(q p_3 k q_2)) - \epsilon(p_1 p_3 k q_1) \epsilon(q p_3 k q_2) \big) \Big] + \\
& + \frac{2}{k^2 n^2} \Big[y y^e \big\{ (qq_2)(2(qp_3)(t(nqkq_1) - 2t(p_3 q k q_1)) + m_\mu^2 t(n p_3 k q_1)) - k^2 (2(qp_3) t(q_1 n q q_2) + \\
& + m_\mu^2 t(q_1 n p_3 q_2)) + 2t(n q p_3 q_1) t(k p_3 q q_2) - 2\epsilon(n q p_3 q_1) \epsilon(k p_3 q q_2) + \\
& + (p_3 q_1)(2(qp_3)(t(n p_3 k q_2) - 2t(q p_3 k q_2)) + m^2 t(n q k q_2)) - k^2 (2(qp_3) t(q_2 n p_3 q_1) + \\
& + m^2 t(q_2 n q q_1)) + (qp_3)(2k^2 t(q_1 p_3 q q_2) + 4(qp_3)(p_3 q_1)(qq_2) + k^2 n^2 (q_1 q_2)) \big\} + \\
& + x x^e (qq_2) \big\{ (p_3 q_1)(4((kn)^2 + m^4) - (k^2 + n^2)^2) + ((kq_1) + (nq_1))((k^2 + n^2) \times \\
& \times (k^2 + n^2 - 2(kn)) - 4m^4) \big\} -
\end{aligned}
$$

$$-yx^e\Big\{(qq_2)\Big(4m^2\big((kn)(qq_1)-(kq_1)(nq)\big)-4(nk)\,t(nqp_3q_1)-2\,(k^2+n^2+2m^2)\times$$

$$\times\big(t(p_3qkq_1)+t(nkqq_1)\big)+4\big((kq)+(nq)-2(p_3q)-k^2/2\big)\,t(nkp_3q_1)+$$

$$+4(nq_1)\big(2m^2(kq)+(k^2+n^2-2m^2)(p_3q)\big)+4(p_3q_1)\Big(\big(k^2-n^2+2m^2+2(kn)\big)(p_3q)+$$

$$+n^2(kq)-k^2(nq)\Big)-4m^2k^2(nq_1)\Big)-2m^2\big((kn)\,t(qq_1kq_2)-(kq_1)\,t(qnkq_2)\big)-$$

$$-2t(nkp_3q_1)\big(t(qnkq_2)-2t(qp_3kq_2)\big)-2(nq_1)(k^2+n^2-2m^2)\,t(qp_3kq_2)-$$

$$-2(p_3q_1)\Big(\big(k^2-n^2+2m^2+2(kn)\big)t(qp_3kq_2)+n^2k^2(qq_2)-k^2\,t(qnkq_2)\Big)+$$

$$+k^2(k^2+n^2+2m^2)\big(t(q_1p_3qq_2)+t(nq_1qq_2)\big)-2\epsilon(nkp_3q_1)\big(\epsilon(qnkq_2)-2\epsilon(qp_3kq_2)\big)+$$

$$+(nk)\Big(2(p_3q_1)\,t(nkq_2q)-2(p_3q_2)\,t(q_1nqk)+2(p_3q)\,t(q_1nq_2k)+$$

$$+k^2t(q_1nqq_2)-n^2t(q_1kq_2q)\Big)\Big\}\quad+\;[p_1\rightleftarrows p_2]\Big\}\quad,$$

где

$$d\Gamma=\frac{d^3\vec p_1}{2p_{10}}\,\frac{d^3\vec p_2}{2p_{20}}\,\frac{d^3\vec p_3}{2p_{30}}\,\frac{d^3\vec q_1}{2q_{10}}\,\frac{d^3\vec q_2}{2q_{20}}\;\delta(q-p_1-p_2-p_3-q_1-q_2)\ ,$$

$$x=\big(2(p_1k)+k^2\big)^{-1}\quad,\quad y=\big(2(qk)-k^2\big)^{-1}\ ,$$

$$x^e=\big(2(p_2n)+n^2\big)^{-1}\quad,\quad y^e=\big(2(qn)-n^2\big)^{-1}\ ,$$

$$t(abcd)=(ab)(cd)+(ad)(bc)-(ac)(bd)\ ,$$

$$\epsilon(abcd)=\epsilon_{\alpha\beta\rho\sigma}\,a_\alpha b_\beta c_\rho d_\sigma\ ,$$

m - масса электрона.