

Б-708

2/6.11-71

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна.

2010/2-71



P2 - 5861

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Р.Э. Блувштейн, В.М. Дубовик, А.А. Чешков

ПЕРЕХОДНЫЕ ТОРОИДНЫЕ
ФОРМФАКТОРЫ ЛЕГКИХ ЯДЕР

1971

P2 - 5861

Р.Э. Блуштейн, В.М. Дубовик, А.А. Чешков

ПЕРЕХОДНЫЕ ТОРОИДНЫЕ
ФОРМФАКТОРЫ ЛЕГКИХ ЯДЕР

Направлено в ЯФ

S U M M A R Y

In the long-wave approximation the transverse electrical multipole form factors $E_e(-k^2)$ are usually [4,7] replaced by the charge f.f. $G_e(-k^2)$. In reality $E_e(-k^2)$ have an exact structure [1,2]

$$E_e(-k^2) = \omega Q_e(-k^2) + k^2 T_e(-k^2), \quad (1)$$

where $T_e(-k^2)$ are the independent f.f. corresponding to static moments with special physical properties and called by us toroidal. [4]

The transition of the nucleus ${}_{82}^{208}\text{Pb} \quad y^P = \frac{3}{2}^- \rightarrow \frac{1}{2}^+$ is considered which is induced by high-energy electrons scattered at large angles. This example shows that the ordinary replacement $E_e \rightarrow \omega Q_e$ with a subsequent neglect of the contribution from its in the cross section, as compared to the contribution of the corresponding magnetic f.f. $M_e(-k^2)$ is not also justified quantitatively

Taking into account (1) for the transition $\frac{3}{2}^- \rightarrow \frac{1}{2}^+$ the scattering cross section is of the form

$$d\sigma = d\sigma_0 \left[Q_1^2 + \frac{2}{5} k^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{k^2} \right) \left[\frac{3}{5} M_2^2 + T_1^2 + \text{Im}(\omega Q_1 T_1) + \omega^2 Q_1^2 \right] \right]. \quad (2)$$

From the calculations of Q_1 , T_1 and M_2 by the shell model with L-S coupling it follows that the fact $\omega Q_1 \ll M_2$ but $T_1 \sim M_2$.

Conclusions: 1) to estimate correctly the contribution from it is necessary to take into account its exact structure (1);
 ii) to find the magnetic f.f. (starting with M_2) it is not enough, as is usually suggested, to measure the cross sections at large angles (eq. (2)), but it is rather necessary to perform correlation measurements.

A set of experiments for separate determination of the f.f. of the transition $\frac{3}{2}^- \rightarrow \frac{1}{2}^+$ is discussed in detail.

1. Из мультипольного разложения электромагнитного тока в классическом и квантовом случае, проведенного в работах ^{/1,2/}, следует, что поперечные электрические формфакторы $E_{\ell}(-k^2)$ имеют структуру:

$$E_{\ell}(-k^2) = \omega Q_{\ell}(-k^2) + k^2 T_{\ell}(-k^2), \quad k^2 \equiv |\vec{k}|^2, \quad (1)$$

т.е. состоят из представителей двух независимых мультипольных семейств: зарядовых $Q_{\ell}(-k^2)$ и тороидных $T_{\ell}(-k^2)$ мультипольных формфакторов. Как показано в работе ^{/2/}, выделение тороидных формфакторов возможно только в таких процессах, где передаваемые импульсы $k_{\mu}^2 \neq 0$.

В данной работе рассматриваются тороидные формфакторы перехода ядра ${}^9\text{Be}$ в возбужденное состояние при рассеянии на нем высокоэнергетических электронов. При изучении рассеяния электронов на легких и средних ядрах обычно используется параметризация тока (см. например, ^{/3/}), в которой $E_{\ell}(-k^2)$ в явном виде не разделено. При использовании точного определения $E_{\ell}(-k^2)$ никаких недоразумений из-за этого, конечно, возникать не может, однако принято заменять $E_{\ell}(-k^2)$ первым членом суммы (1), т.е. зарядовой частью $\omega Q_{\ell}(-k^2)$, что приводит к потере независимых параметров $T_{\ell}(-k^2)$ и к возможности количественных ошибок. Так, например, в ряде работ по рассеянию электронов на ядрах ^{/4/}, исходя из замены $E_{\ell} \rightarrow \omega Q_{\ell}$, утверждается,

что вкладом E_{ρ} в сечение можно пренебречь. В действительности, как будет показано ниже, вклад тороидной части в сечение рассеяния может быть существенным и пренебрежение им может приводить к значительным ошибкам при определении из экспериментальных данных высших магнитных моментов, начиная с квадрупольного. Заметим также, что возможность больших вкладов E_{ρ} была рассмотрена в работе ^{/3/}: основной вклад в сечение рассеяния на ${}^7\text{Li}$ без изменения орбитальной четности ядра при $\theta > 120^\circ$ дает E_2 (см. рис. Зв ^{/3/}).

В настоящей работе рассмотрен переход $3/2^- \rightarrow 1/2^+$ ядра ${}^9\text{Be}$ при рассеянии на нем высокоэнергетических электронов на большие углы. Формфакторы перехода найдены в оболочечной модели с $L-S$ связью и показано, что из-за малой энергии возбуждения вкладом зарядового дипольного формфактора в поперечную часть тока можно пренебречь. Напротив, тороидный дипольный формфактор существенен.

Найдены области значений передаваемых импульсов, для которых вклад тороидного дипольного формфактора становится доминирующим.

Подробно обсужден полный опыт для отдельного измерения всех формфакторов перехода $3/2^- \rightarrow 1/2^+$.

2. Рассмотрим рассеяние электронов на неполяризованных ядрах ${}^9\text{Be}$, находящихся в основном состоянии $P_{3/2^-}$. В результате рассеяния ядро переходит в возбужденное состояние $S_{1/2^+}$ с энергией возбуждения $\omega = 1,665$ Мэв ^{/5/}. Так как начальное и конечное состояния ядра имеют различную четность, то согласно правилам отбора, возникающим при пространственном отражении (см. таблицу 1 в приложении), в сечение такого процесса дадут вклад электрический $Q_1(-k^2)$ и тороидный $T_1(-k^2)$ дипольные и магнитный квадрупольный $M_2(-k^2)$ формфакторы.

Сечение рассеяния такого процесса имеет вид: ^{/6/}:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{неполяр.}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Мотт}} \left[\sigma_{\parallel} + \left(\frac{1}{2} + tg^2 \frac{\theta}{2}\right) \sigma_{\perp} \right],$$

где $\sigma_{||}$ определяется только зарядовой продольной частью тока, а σ_{\perp} — поперечной частью J_{\perp} и содержит квадраты модулей магнитного M_2 тороидного T_1 и зарядового Q_1 формфакторов, а также интерференционные члены $Im(\omega Q_1 T_1)$. При этом величина $|Q_1|^2$ и интерференционный член входят в сечение σ_{\perp} с кинематическим фактором $(\frac{\omega}{M})^2$ и $\frac{\omega}{M}$ соответственно. Поэтому для упругих процессов ($\omega=0$) и для неупругих процессов с низкой энергией возбуждения вклады этих членов несущественны. В нашем случае $\omega = 1,665$ Мэв, $(\frac{\omega}{M})^2 \approx 10^{-6}$ и в поперечной части сечения доминируют магнитный и тороидный формфакторы.

При этом условии сечение рассеяния электронов на неполяризованных ядрах при переходе $3/2^- \rightarrow 1/2^+$ выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{неполяр.}} &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{МОТТ}} \frac{k^2}{9} \{ |Q_1(-k^2)|^2 + \\ &+ \frac{2}{5} k^2 \left(\frac{1}{2} + \text{tg}^2 \frac{\theta}{2}\right) [|T_1(-k^2)|^2 + \frac{3}{5} |M_2(-k^2)|^2] \}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{МОТТ}} = \frac{a^2}{4E^2} \frac{\text{ctg}^2 \frac{\theta}{2}}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \frac{1}{1 + \frac{2E}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2}}.$$

$k^2 \equiv |\vec{k}|^2$ — квадрат передаваемого импульса, θ — угол рассеяния, M — масса ядра, E — энергия падающего электрона в лабораторной системе.

Мультипольные формфакторы нормированы в данной работе так, что при $\vec{k}^2=0$ они равны соответствующим величинам мультипольных моментов.

При вычислении сечения (2) (и далее, сечения (16), (17)) сделаны следующие приближения:

а) так как $Z\alpha \ll 1$, учитывается лишь первый борновский член, что является хорошей аппроксимацией для легких ядер, б) масса электрона во всех формулах положена равной нулю ($m_e = 0$), что справедливо при интересующих нас энергиях.

Из выражения (2) видно, что $|T_1(-k^2)|^2$ и $|M_2|-k^2|^2$ входят в сечение с близкими по величине кинематическими факторами (см. также (27) в ^{16/}).

Мы покажем в разделе 3 в рамках оболочечной модели, что поведение этих формфакторов как функций k^2 одинаково.

3. Вычислим переходные $3/2^- \rightarrow 1/2^+$ электрический и тороидный дипольные и магнитный квадрупольный формфакторы ядра ${}^9\text{Be}$, пользуясь определениями соответствующих операторов

$$Q_{\ell m} = \frac{(2\ell+1)!!}{(-ik)^\ell \sqrt{4\pi(2\ell+1)}} \int \rho(\vec{x}, t) f_\ell^*(k\mathbf{x}) \vec{Y}_{\ell m}^*(\vec{n}) d^3x, \quad (3)$$

$$M_{\ell m} = \frac{i(2\ell+1)!!}{(-ik)^\ell \sqrt{4\pi(2\ell+1)(\ell+1)}} \int f_\ell^*(k\mathbf{x}) \vec{Y}_{\ell m}^{*(0)}(\vec{n}) \vec{J}(\vec{x}) d^3x, \quad (4)$$

$$T_{\ell m} = \frac{(2\ell+1)!!}{(-ik)^{\ell+1} \sqrt{4\pi(\ell+1)}} \int f_\ell^*(k\mathbf{x}) \vec{Y}_{\ell m}^{*(\ell+1)}(\vec{n}) \vec{J}(\vec{x}) d^3x. \quad (5)$$

Здесь $\rho(\vec{x}, t)$ и $\vec{J}(\vec{x})$ - плотность заряда и тока, причем

$$\vec{J}(\vec{x}) = \frac{1}{c} \dot{\vec{j}}(\vec{x}) - \nabla \vec{x} \times \vec{\mu}(\vec{x}),$$

где

$$\dot{\vec{j}}(\vec{x}) = \frac{e\hbar}{2m} (\psi_f^* \nabla \psi_i - \psi_i \nabla \psi_f^*),$$

а $\vec{\mu}(\vec{x})$ - вектор намагничивания. Шаровые векторы $\vec{Y}_{\ell m}^{(\sigma)}(\vec{n})$ ($\sigma=0, \pm 1$) и сферические гармоники $Y_{\ell m}(\vec{n})$ определены в ^{17/}, $f_\ell(k\mathbf{x})$ - сферическая функция Бесселя.

Ядро ${}^9\text{Be}$ в основном состоянии $P_{3/2^-}$ - имеет конфигурацию $(1s)^4(1p)^5$. Конфигурациями возбужденных состояний, которые могут давать вклад

в Q_1 , T_1 и M_2 являются $(1s)^4(1p)^4(2s)$, $(1s)^4(1p)^4(1d)$, $(1s)^3(1p)^6$ и т.д. Мы не будем производить смешивания этих конфигураций, а используем модель независимых частиц, в которой эти состояния вырождены, и ограничимся рассмотрением перехода только к конфигурации $(1s)^4(1p)^4(2s)$.

Основное и возбужденное состояния ядра описываются, соответственно, векторами

$$|s^4 p^5 [f] LSTM_T; J\rangle = |s^4 p^5 [41]^{22} P \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\rangle$$

$$|s^4 p^4 [f'] L'' S'' T'' M_L'' M_S'' M_T''; l \sigma t; L' S' T' M_T'; J'\rangle =$$

$$= |s^4 p^4 [31]^{31} P 01000; s \frac{1}{2} \frac{1}{2}; l \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\rangle.$$

Используем оболочечную модель с $L-S$ связью и сведем матричные элементы по состояниям ядра к одночастичным матричным элементам. Для перехода $3/2^- \rightarrow 1/2^+$ матричный элемент запишется в виде:

$$\langle L' S' T' M_T'; J' | \sum_{i=1}^9 \hat{O}_i | LSTM_T; J \rangle =$$

$$= \frac{3}{2} \sum (-1)^{s+s'-j-j'-m-m'} [(2L+1)(2L'+1)(2S+1)(2S'+1)]^{1/2} \langle l m j -m_j | \frac{1}{2} \sigma \rangle$$

$$\langle l' m' j' -m_j' | \frac{1}{2} \sigma'' \rangle \langle 10 \frac{1}{2} \tau'' | T' M_T' \rangle \langle 10 \frac{1}{2} \tau | T M_T \rangle$$

$$U(1L \frac{1}{2} S; 0 J) U(1L' \frac{1}{2} S'; 0 J') \langle \psi' | \psi \rangle \langle \psi | \psi \rangle$$

$$\langle R_{n' l' m'} \times \frac{1}{2} \sigma'' T \frac{1}{2} \tau'' | \hat{O} | R_{n l m} \times \frac{1}{2} \sigma T \frac{1}{2} \tau \rangle.$$

Здесь $\chi_{\frac{1}{2}\sigma}, \chi_{\frac{3}{2}\sigma}$, соответственно, спиновая и изоспиновая волновые функции; $U(1L\frac{1}{2}S;0J)$ - коэффициенты Рака; величины $\langle \psi' | \psi \rangle \langle \psi | \psi \rangle$ являются генеалогическими коэффициентами, а матричный элемент справа - уже одночастичный матричный элемент.

Мы учли здесь, что электромагнитные свойства ядра обусловлены не только непарным нуклоном, но и остальными нуклонами p -оболочки. Область передаваемых импульсов, в которой справедлив подобный подход, определяется естественным образом. Введение формфактора "ядра в целом" имеет смысл в случае, когда длина рассеиваемой волны сравнима со среднеквадратичным радиусом ядра: $k \approx \langle r^2 \rangle^{-1/2}$. Отсюда вытекает нижняя граница области допустимых k : $k \approx 1\phi^{-1}$ или $k \approx 200 \frac{\text{МэВ}}{c}$. Рассмотрение ядра как совокупности нерелятивистских нуклонов ограничивает сверху значения k ^{/3/}

$$\left(\frac{\hbar ck}{Mc^2} \right)^3 \ll 1, \quad k^2 < 25 \phi^{-2} = 1 \left(\frac{\text{GeV}}{c} \right)^2.$$

В применяемой нами модели независимых частиц операторы плотности заряда, тока и вектора намагничивания имеют вид:

$$\hat{\rho}(\vec{x}) = e \sum_{i=1}^9 \epsilon_i \delta(\vec{x} - \vec{x}_i),$$

$$\hat{j}(\vec{x}) = \frac{e}{2M} \sum_{i=1}^9 \{ \epsilon_i \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \vec{p}_i \},$$

$$\hat{\mu}(\vec{x}) = \frac{e\hbar}{2Mc} \sum_{i=1}^9 \Gamma_i \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \sigma_i,$$

где

$$p_l = -i\hbar \epsilon_l, \quad \epsilon_l = \frac{1 + \tau_3^{(l)}}{2},$$

$$\Gamma_l = \frac{1 + \tau_3^{(l)}}{2} \mu_p + \frac{1 - \tau_3^{(l)}}{2} \mu_n,$$

$$\mu_p = 2,79, \quad \mu_n = -1,91,$$

τ_3 - зарядовая матрица Паули, σ_l - спиновые матрицы. Следуя стандартной процедуре вычисления ядерных матричных элементов, находим, что переходные $J^P = 3/2^- \rightarrow 1/2^+$ тороидный дипольный, зарядовый дипольный и магнитный квадрупольный формфакторы ядра ${}^9\text{Be}$ равны

$$\begin{aligned} \langle \frac{1}{2}^+ | T(-k^2) | 3/2^- \rangle &= 1,65 \frac{e\hbar}{2Mc} \left(1 - \frac{2}{5} \frac{k^2}{4\beta}\right) \frac{1}{\sqrt{\beta}} \cdot \\ &\cdot \exp\left(-\frac{k^2}{4\beta}\right) \cdot \exp\left[-\frac{k^2}{4}\left(a^2 - \frac{1}{9\beta}\right)\right] \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \langle \frac{1}{2}^+ | Q_1(-k^2) | \frac{3}{2}^- \rangle &= 1,53 \frac{e}{\sqrt{\beta}} \left(1 - \frac{k^2}{4\beta}\right) \exp\left(-\frac{k^2}{4\beta}\right) \cdot \\ &\cdot \exp\left[-\frac{k^2}{4}\left(a^2 - \frac{1}{9\beta}\right)\right] \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \langle \frac{1}{2}^+ | M_2(-k^2) | \frac{3}{2}^- \rangle &= 2,7 \frac{e\hbar}{2Mc} \frac{1}{\sqrt{\beta}} \left(1 - \frac{2}{5} \frac{k^2}{4\beta}\right) \cdot \\ &\cdot \left(1 + 0,1 \cdot \mu_p \frac{k^2}{4\beta}\right) \exp\left[-\frac{k^2}{4\beta}\right] \exp\left[-\frac{k^2}{4}\left(a^2 - \frac{1}{9\beta}\right)\right] \end{aligned} \quad (8)$$

Зависимость $\exp[-\frac{k^2}{4}(\alpha^2 - \frac{1}{9\beta})]$ возникает за счёт поправки на формфактор нуклона ($\alpha^2 = 0,43 \phi^2$) и учёта движения центра масс ядра в осцилляторной модели. Величина β^{-1} – скалярный осцилляторный радиальный параметр. Из эксперимента ^{/4/} следует, что для ядер ${}^9\text{Be}$ $\beta^{-1} = 2,78 \phi^2$.

Выражения (6)–(8) приводят к следующим значениям переходных мультипольных моментов ядра ${}^9\text{Be}$: торoidalный дипольный момент равняется

$$\tau_1 \equiv \langle \frac{1^+}{2} | T_1(0) | \frac{3^-}{2} \rangle = 2,68 \text{ я.м.ф.} \quad (9)$$

зарядовый дипольный момент равняется

$$d_1 \equiv \langle \frac{1^+}{2} | Q_1(0) | \frac{3^-}{2} \rangle = 2,49 \text{ е.ф.} \quad (10)$$

магнитный квадрупольный момент равняется

$$\mu_2 \equiv \langle \frac{1^+}{2} | M_2(0) | \frac{3^-}{2} \rangle = 4,4 \text{ я.м.ф.} \quad (11)$$

4. Мы уже указывали в разделе 1, что неупругое рассеяние электронов на ядре даёт возможность изучать поведение торoidalных формфакторов, как функций $(-k^2)$.

Из расчётов, приведённых в разделе 3, видно, что $T_1(-k^2)$ ведёт себя аналогично другому поперечному формфактору – магнитному квадрупольному. Численные оценки мультипольных моментов, сделанные в оболочечной модели, показывают, что τ_1 и μ_2 – величины одного порядка (что можно было ожидать просто из мультипольного разложения тока), а так как экспериментально стало возможным измерять магнитные мультипольные моменты высокой точности ^{/4/}, величина τ_1 также доступна измерению.

Так как в сечении (2) из-за малости $(\frac{\omega}{M})^2$ мы пренебрегли вкладом в σ_{\perp} зарядовых диполей, можно сравнить вклад торoidalной

$$\sigma_T = \frac{2}{45} k^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} |T_1(-k^2)|^2 \quad (12)$$

и магнитной части сечения

$$\sigma_M = \frac{8}{75} k^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} |M_2(-k^2)|^2 \quad (13)$$

с вкладом зарядового формфактора только в $\sigma_{||}$

$$\sigma_{||Q} = \frac{1}{9} k^2 |Q_1(-k^2)|^2, \quad (14)$$

где он не подавлен малым фактором ω . Анализ, проведенный в оболочечной модели ядра (формулы (6)–(8)), показывает, что в сечении рассеяния на большие углы $\theta \approx 160^\circ$ электронов на неполяризованных ядрах существуют две области передаваемых импульсов

$$0,21 \quad -2 < k^2 < 3,4 \quad -2 < k^2 < 6,25 \quad -2,$$

в которых вклады как σ_T , так и σ_M значительно превосходят $\sigma_{||Q}$ (см. рис. 1).

Таким образом, пренебрежение вкладом в сечение поперечных электрических формфакторов (фактически для рассматриваемых процессов – вкладом тороидных формфакторов) не является корректным. Поскольку по величине τ_1 того же порядка, что и μ_2 , из выражений (12), (13) видно, что вклады их в "анизотропную" (зависящую от углов) часть сечения сравнимы между собой.

Учёт вклада в сечение тороидных формфакторов существенен для определения высших магнитных мультипольных формфакторов по экспериментальным сечениям рассеяния электронов на ядрах при больших передаваемых импульсах в области больших углов рассеяния. Общепринятое пренебрежение вкладом поперечных электрических формфакторов^{/4/} (то-

роидных формфакторов) может примерно вдвое завышать значения магнитных моментов высших порядков (начиная с квадрупольного), извлекаемые из эксперимента.

Из вышесказанного вытекает еще одно важное следствие. Поскольку вклады тороидных и магнитных формфакторов для любых величин и при любых углах рассеяния являются величинами одного порядка, с помощью эксперимента по рассеянию электронов только на неполяризованных ядрах невозможно разделить вклады $T_1(-k^2)$ и $M_2(-k^2)$. Для отдельной экспериментальной оценки их вкладов в сечение, исследования поведения этих формфакторов, как функций k^2 и корректного определения магнитных и тороидных моментов необходимо проводить дополнительно соответствующие корреляционные измерения (полный опыт), определяя сечения рассеяния на большие углы электронов на неполяризованных, поляризованных и ориентированных (или выстроенных) мишенях. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

5. Спиновое состояние ядра со спином J в общем случае описывается матрицей плотности

$$\rho = \frac{1}{2J+1} \sum_{L=0}^{2J} \sum_M T_{LM}^J \mathcal{P}_{LM}^J,$$

где \mathcal{P}_{LM}^J — поляризационные операторы, матричные элементы которых определены следующим образом:

$$\langle m' | \mathcal{P}_{LM}^J | m \rangle = (2L+1) \langle Jm LM | Jm' \rangle.$$

Спин-тензоры T_{LM}^J определяют состояние поляризации ранга L . Мишень из неполяризованных частиц описывается спин-тензором нулевого ранга. Компоненты спин-тензора нечётного (чётного) ранга задают спиновые состояния поляризованных (выстроенных) мишеней. Ранг $L=1$ соответствует обычному вектору поляризации \vec{P} . Если одновременно компоненты T_{LM}^J чётного и нечётного рангов отличны от нуля, мишень называется ориентированной.

Для случая чистого квантово-механического состояния с поляризацией вдоль оси \vec{n} матрица плотности имеет вид:

$$\rho = \frac{\sqrt{4\pi}}{2J+1} \sum_L a_{(L)} Y_{L0}^*(n) \mathcal{P}_L^J \langle J m_0 L 0 | J m_0 \rangle. \quad (15)$$

Коэффициенты a_L^J определяют степень поляризации в данном направлении, т.е. отношение среднего значения проекции спина ядра на направление поляризации к его истинному значению.

Рассмотрим неупругое, с изменением пространственной чётности ядра, рассеяние электронов на поляризованной и ориентированной мишенях. Если ядра поляризованы, в сечение дадут вклад члены вида $d_i P_k \mu_{ik}$, $\tau_i \mathcal{P}_k \mu_{ik}$. Если же ядра ориентированы, в сечении появятся дополнительно члены вида: $d_i S_{ik} d_k$, $d_i S_{ik} \tau_k$, $\tau_i S_{ik} d_k$, $\mu_{ik} S_{ij} \mu_{jk}$ (см. табл. 2 в приложении).

Сечения рассеяния электронов на большие углы в случае поляризации по нормали к плоскости рассеяния имеют вид ^{15/}:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(\begin{array}{l} \text{поляриз.} \\ \text{нормально} \\ \text{к пл. расс.} \end{array} \right) &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{нотт}} \left\{ \frac{8}{45} k^2 \text{tg}^2 \frac{\theta}{2} \cdot [|T_1(-k^2)|^2 + \right. \\ &+ \frac{3}{5} |M_2(-k^2)|^2] - \frac{1}{450} \sqrt{\frac{\pi}{6}} a_1 \left(\frac{k^2}{4} \right)^{3/2} \text{tg} \frac{\theta}{2} \sqrt{1 - \frac{k^2}{4M^2}} \cdot \\ &\left. \cdot \langle M_2(-k^2), Q_1(-k^2) \rangle_+ \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(\begin{array}{l} \text{ориентир.} \\ \text{нормально} \\ \text{к пл. расс.} \end{array} \right) &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{нотт}} \left\{ \frac{4}{9} k^2 \text{tg}^2 \frac{\theta}{2} \left(\frac{2}{5} - \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{1}{3} a_2 \left(1 + \frac{k^2}{4M^2} \right) \right) |T_1(-k^2)|^2 + \frac{8}{75} k^2 \text{tg}^2 \frac{\theta}{2} \cdot \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot \left[1 - \frac{\pi}{16\sqrt{2}} \left(\frac{k^2}{4M^2} \right) \left(1 + \frac{k^2}{4M^2} \right) a_2 \right] |M_2(-k^2)|^2 - \\
 & - \frac{1}{450} \sqrt{\frac{\pi}{6}} \bar{a}_1 \left(\frac{k^2}{4} \right)^{3/2} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \sqrt{1 + \frac{k^2}{4M^2}} \langle M_2(-k^2), Q_1(-k^2) \rangle_+ \}.
 \end{aligned} \tag{17}$$

Здесь

$$\langle M_2(-k^2), Q_1(-k^2) \rangle_+ \equiv M_2(-k^2) Q_1^*(-k^2) + M_2^*(-k^2) Q_1(-k^2)$$

\bar{a} - степень поляризации у ориентированных ядер.

В приложении 3 приведены выражения для сечений рассеяния электронов на поляризованной и ориентированной мишенях для любых J и J' , при произвольных углах рассеяния θ . Выбор больших углов рассеяния θ в (П.1)-(П.6) несколько упрощает эти выражения и сводит их к (16)-(17).

Проведение полного набора поляризационных измерений позволит выделить вклады всех рассматриваемых формфакторов, так как учитывая, что условие эрмитовости тока и T инвариантность связывают действительную и мнимую части каждого формфактора соотношениями

$$Q_\ell^* = (-1)^\ell Q_\ell, \quad M_\ell^* = (-1)^{\ell+1} M_\ell, \quad T_\ell^* = (-1)^\ell T_\ell,$$

можно решить систему уравнений (2), (16), (17) и выразить $Q(-k^2)$, $T(-k^2)$, $M(-k^2)$ через непосредственно измеряемые величины $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ (неполяр.), $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ (поляр.), $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ (ориентр.). Это дает

$$\begin{aligned}
 |T_1(-k^2)|^2 = & \left\{ \frac{d\sigma}{d\Omega} (\text{неполяр.}) \left[a_1 - \bar{a}_1 + a_2 \frac{k^2}{4M^2} \left(1 + \frac{k^2}{4M^2} \right) \right] + a_1 \frac{d\sigma}{d\Omega} (\text{поляр.}) - \right. \\
 & \left. - \bar{a}_1 \frac{d\sigma}{d\Omega} (\text{ориент.}) \right\} \left\{ \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{МОТ}} a_2 \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \cdot \frac{k^2}{4} \left(1 + \frac{k^2}{4M^2} \right) \right\}^{-1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|M_2(-k^2)|^2 &= \frac{5}{3} \left\{ \frac{(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{\text{неполяр.}}}{\epsilon(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{\text{МОТТ}}} \cdot \frac{15}{2k^2 \text{tg}^2 \frac{\theta}{2}} - |T_1(-k^2)|^2 \right\} \\
|Q_1(-k^2)|^2 &= \left[\frac{d\sigma}{d\Omega} (\text{поляр.}) - \frac{d\sigma}{d\Omega} (\text{неполяр.}) \right]^2 \frac{1}{|M_2(-k^2)|^2} \cdot \\
&\cdot \left[a_1 \left(\frac{k^2}{4} \right)^{3/2} \text{tg} \frac{\theta}{2} \sqrt{1 + \frac{k^2}{4M^2}} \right]^{-2}.
\end{aligned} \tag{18}$$

Таким образом, проведение указанных корреляционных экспериментов позволит разделить вклады мультипольных формфакторов $Q_1(-k^2)$, $T_1(-k^2)$ и $M_2(-k^2)$, описывающих переход $3/2^- \rightarrow 1/2^+$, и, сравнивая их с расчётными, оценить применимость ядерных моделей для описания неупругих процессов.

В заключение еще раз подчеркнем, что если не сгладить вопрос о соответствии между формфакторами и моментами, которым в классической электродинамике придается четкий геометрический смысл, то вопрос о разбиении переходных формфакторов $E_{\ell m}(-k^2)$ на зарядовую и тороидную части не принципиален. При таком подходе формфакторы являются просто удобно выбранными инвариантными функциями для изучения взаимодействий протяженных квантовомеханических объектов, таких как ядро.

Однако разбиение на зарядовую и тороидную части совершенно необходимо в классической электродинамике, где существуют системы, обладающие лишь тороидными моментами^{/1/}, и в квантовой теории в связи с нарушением дискретных симметрий.

Авторы искренне благодарны В.Н. Фетисову и Р.А. Эрамжяну за разъяснение вопросов, связанных с ядерными моделями.

Авторы также признательны участникам семинаров по теории ядра Лаборатории теоретической физики ОИЯИ и НИИЯФ МГУ за обсуждение этой работы.

Приложение 1

Таблица 1

Правила отбора мультипольных моментов по дискретным симметриям

L	0		1		2		3		4		
	P	T	P	T	P	T	P	T	P	T	
Q_L	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	$L \geq 0$
M_L			+	+	-	-	+	+	-	-	$L \geq 1$
T_L			-	+	+	-	-	+	+	-	$L \geq 1$

Знаки \pm означают сохранение (нарушение) соответствующей четности.

ТАБЛИЦА 2.

НЕПОЛЯРИ- ЗОВАЯ МИШЕНЬ	q^2	\vec{d}^2	$\vec{d}\vec{m}$	$\vec{d}\vec{c}$	$M_{ij}Q_{ij}$	\vec{m}^2	$\vec{m}\vec{c}$	$M_{ij}M_{ij}$	\vec{c}^2
ПОРЯДОК ВЕЛИЧИНЫ	1	ka	$\beta(ka)^2$	$\beta(ka)^3$	$\beta(ka)^4$	$\beta(ka)^2$	$\beta^2(ka)^3$	$\beta^2(ka)^4$	$\beta^2(ka)^4$
ПОЛЯРИЗОВАННАЯ МИШЕНЬ	$q(d\vec{p})$	$Q_{ik}P_{ik}d_k$	$q(\vec{P}\vec{m})$	$q(\vec{c}\vec{P})$	$M_iP_kQ_{ik}$	$d_iP_kP_{ik}$	$\vec{c}_iQ_{ik}P_k$	$M_iP_kP_{ik}$	$\vec{c}_iP_kM_{ik}$
ПОРЯДОК ВЕЛИЧИНЫ	ka	$(ka)^3$	$\beta(ka)$	$\beta(ka)^2$	$\beta(ka)^3$	$\beta(ka)^3$	$\beta(ka)^4$	$\beta^2(ka)^3$	$\beta^2(ka)^4$
ДИСТРОБИ- ВАННАЯ МИШЕНЬ	$d_iS_{ij}d_j$	$qQ_{ij}S_{ij}$	$d_iS_{ij}M_j$	$Q_{ij}S_{ij}M_{ij}$	$d_iS_{ij}\vec{c}_j$	$M_iS_{ij}M_j$	$\vec{c}_iM_iS_{ij}$	$\vec{c}_iS_{ij}\vec{c}_j$	$M_{ik}S_{ij}M_{jk}$
ПОРЯДОК ВЕЛИЧИНЫ	$(ka)^2$	$(ka)^2$	$\beta(ka)^2$	$\beta(ka)^2$	$\beta(ka)^3$	$\beta^2(ka)^2$	$\beta^2(ka)^3$	$\beta^2(ka)^4$	$\beta^2(ka)^4$

Приложение 2

Сечение рассеяния электронов на ядре со спином J в однофотонном приближении записывается следующим образом:

$$d\sigma \approx \frac{1}{k^2} \text{Sp} (i_{\mu}^{\ell} i_{\nu}^{+\ell}) \text{Sp} (J_{\mu}^{+} \rho J_{\nu}),$$

где i_{μ}^{ℓ} , J_{μ} — операторы электромагнитного тока электрона и ядра соответственно; ρ — матрица плотности спиновых состояний мишени, которую в ортогональном базисе удобно записать в виде:

$$\rho = I + \frac{1}{2} (\mathcal{P}_m c_m) + S_{ik} ([\sigma_i \sigma_k] - \frac{4}{3} \delta_{ik}).$$

Здесь \mathcal{P}_m — вектор поляризации, S_{ik} — тензор выстроенности, σ_m — спиновая матрица Паули (в каноническом базисе ρ имеет вид (15))

$$\text{Sp} (J_{\mu}^{+} \rho J_{\nu}) \approx \sum_l A_{\mu\nu}^{(l)} B_{(l)}.$$

В $A_{\mu\nu}^{(l)}$ входят различные кинематические произведения импульсов p_{μ} и p'_{μ} (см. рис. 2). $B_{(l)}$ содержит всевозможные произведения мультипольных моментов, умноженные на вектор поляризации или тензор выстроенности для поляризованной или выстроенной мишени.

В таблице 2 выписаны все возможные (вплоть до порядка $(ka)^6$) B_l для неполяризованной, поляризованной и выстроенной мишеней. Выделены B_l , которые дают вклад в сечение в случае перехода $3/2^- \rightarrow 1/2^+$; (в табл. 2 $\beta \equiv v/c$).

Приложение 3

Сечения рассеяния электронов на поляризованных и выстроенных мишенях для произвольных J и J' , любых углах рассеяния и при различных направлениях векторов поляризации имеют вид (см. рис. 2):

ПОЛЯРИЗОВАННАЯ МИШЕНЬ

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vec{n}_3) &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{МОТТ}} \left\{ \frac{2}{9} \frac{[J]}{[J']} \frac{k^2}{4M^2} [|Q_1(-k^2)|^2 + \frac{2}{5} \left(\frac{k^2}{4M^2}\right) \cdot \right. \\ &\cdot \left. \left(\frac{1}{2} + \text{tg}^2 \frac{\theta}{2}\right) [|T_1(-k^2)|^2 + \frac{3}{5} |M_2(-k^2)|^2] + \alpha_1 \alpha_0 \left(\frac{k^2}{4M^2}\right)^{3/2} \cdot \right. \\ &\cdot \left. \text{tg} \frac{\theta}{3} \sqrt{1 + \frac{k^2}{4M^2}} + \text{ctg}^2 \frac{\theta}{2} \langle M_2(-k^2), Q_1(-k^2) \rangle_+ - 4 \alpha_1 \alpha_1 \left(\frac{k^2}{4M^2}\right)^{3/2} \cdot \right. \\ &\cdot \left. \langle T_1(-k^2), M_2(-k^2) \rangle_+ \right\} \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vec{n}_2) &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{МОТТ}} \left\{ \frac{2}{9} \frac{[J]}{[J']} \left(\frac{k^2}{4M^2}\right) [|Q_1(-k^2)|^2 + \frac{8}{5} \left(\frac{k^2}{4M^2}\right) \cdot \right. \\ &\cdot \left. \left(\frac{1}{2} + \text{tg}^2 \frac{\theta}{2}\right) [|T_1(-k^2)|^2 + \frac{3}{5} |M_2(-k^2)|^2] + 8 \alpha_1 \left(\frac{k^2}{4M^2}\right)^{3/2} \alpha_1 \cdot \right. \\ &\cdot \left. \langle T_1(-k^2), M_2(-k^2) \rangle_+ \right\} \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vec{n}_1) &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{МОТТ}} \left\{ \frac{2}{9} \frac{[J]}{[J']} \frac{k^2}{4M^2} |Q_1(-k^2)|^2 + \frac{2}{5} \left(\frac{k^2}{4M^2}\right) \cdot \right. \\ &\cdot \left. \left(\frac{1}{2} + \text{tg}^2 \frac{\theta}{2}\right) [|T_1(-k^2)|^2 + \frac{3}{5} |M_2(-k^2)|^2] + 16 \alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{k^2}{4M^2}\right)^{3/2} \cdot \right. \\ &\cdot \left. \left[1 + 2 \left(1 + \frac{k^2}{4M^2}\right) \text{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right] \langle T_1(-k^2), M_2(-k^2) \rangle_+ \right\} \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

ориентированная мишень

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\vec{n}_1) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{МОТГ}} \left\{ \frac{2}{9} \frac{[J]}{[J']} \frac{k^2}{4M^2} [|Q_1(-k^2)|^2 + \frac{2}{5} \frac{k^2}{M^2} \left(\frac{1}{2} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \text{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right) (|T_1(-k^2)|^2 + \frac{3}{5} |M_2(-k^2)|^2 + 16 \alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{k^2}{4M^2} \right)^{3/2} [1 + \right. \right. \right. \quad (\text{П.4})$$

$$\left. \left. \left. + 2 \left(1 + \frac{k^2}{4M^2} \right) \text{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right] \langle T_1(-k^2), M_2(-k^2) \rangle + \frac{k^2}{4M^2} \alpha_2 \left[1 + 2 \left(1 + \frac{k^2}{4M^2} \right) \cdot \right. \right.$$

$$\left. \left. \left. \cdot \text{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right] [b_5 \frac{k^2}{M^2} |M_2(-k^2)|^2 + b_4 |T_1(-k^2)|^2] - \alpha_2 b_1 \frac{k^2}{2M^2} |Q_1(-k^2)|^2 \right\} .$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\vec{n}_2) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{МОТГ}} \left\{ \frac{2}{9} \frac{[J]}{[J']} \left(\frac{k^2}{4M^2} \right) [|Q_1(-k^2)|^2 + \frac{8}{5} \left(\frac{k^2}{4M^2} \right) \left(\frac{1}{2} + \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. \left. + \text{tg}^2 \frac{\theta}{2} (|T_1(-k^2)|^2 + \frac{3}{5} |M_2(-k^2)|^2) \right] + 8 \alpha_1 \left(\frac{k^2}{4M^2} \right)^{3/2} \alpha_1 \langle T_1(-k^2), M_2(-k^2) \rangle + \right.$$

$$\left. \left. \left. + 2 \left(\frac{k^2}{4M^2} \right) \alpha_2 \left[\frac{k^2}{4M^2} b_2 |M_2(-k^2)|^2 + b_3 |T_1(-k^2)|^2 + 2 \left(1 + \frac{k^2}{4M^2} \right) \text{tg}^2 \frac{\theta}{2} \cdot \right. \right. \right. \quad (\text{П.5})$$

$$\left. \left. \left. \cdot \left(\frac{k^2}{M^2} b_5 |M_2(-k^2)|^2 + b_4 |T_1(-k^2)|^2 \right) \right] + b_1 \alpha_2 \frac{k^2}{4M^2} |Q_1(-k^2)|^2 - \right.$$

$$\left. \left. \left. + \frac{k^2}{M^2} \alpha_2 b_6 \text{tg} \frac{\theta}{2} \sqrt{1 + \frac{k^2}{4M^2}} + \text{ctg}^2 \frac{\theta}{2} \langle T_1(-k^2), Q_1(-k^2) \rangle \right\} \right.$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d\Omega}(n_3) &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{МОТТ}} \left\{ \frac{2}{9} \frac{[J]}{[J']} \left(\frac{k^2}{4M^2}\right) [|Q_1(-k^2)|^2 + \right. \\
&+ \frac{8}{5} \left(\frac{k^2}{4M^2}\right) \left(\frac{1}{2} + \text{tg}^2 \frac{\theta}{2}\right) (|T_1(-k^2)|^2 + \frac{3}{5} |M_2(-k^2)|^2)] - \\
&- 2\alpha_1 \alpha_0 \left(\frac{k^2}{4M^2}\right)^{3/2} \text{tg} \frac{\theta}{2} \sqrt{1 + \frac{k^2}{4M^2} + \text{ctg}^2 \frac{\theta}{2}} \langle M_2(-k^2), Q_1(-k^2) \rangle - \\
&- 2\alpha_1 \alpha_1 \left(\frac{k^2}{4M^2}\right)^{3/2} \langle T_1(-k^2), M_2(-k^2) \rangle + \alpha_2 b_1 \left(\frac{k^2}{4M^2}\right)^{1/2} |Q_1(-k^2) + \\
&+ 2\left(\frac{k^2}{4M^2}\right) \alpha_2 \left[b_2 \cdot \frac{k^2}{M^2} \cdot |M_2(-k^2)|^2 + b_3 |T_1(-k^2)|^2 + \right. \\
&+ \left. 2\left(1 + \frac{k^2}{4M^2}\right) \text{tg}^2 \frac{\theta}{2} (b_4 |T_1(-k^2)|^2 + \frac{k^2}{M^2} b_5 |M_2(-k^2)|^2) \right] \} \\
\langle \phi_L, \phi_L \rangle_+ &\equiv \phi_L^* \phi_L + \phi_L \phi_L^*
\end{aligned} \tag{П.6}$$

здесь $\alpha_{1,2}$ - степени поляризации и выстроенности, $[J] \equiv 2J+1$,
а коэффициенты $\alpha_{0,1,2}$ и b_1, \dots определены следующим образом:

$$\alpha_1 = \frac{10\pi}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} (-1)^{J+J'} \frac{[J']}{[J]^{1/2}} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & 1 \\ J & J & J \end{matrix} \right\} \sum_{\ell} \ell[\ell] P_{\ell-1}(0)$$

$$\cdot \begin{pmatrix} \ell & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \left\{ \begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ \ell & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{matrix} \right\}$$

$$a_2 = \frac{2\pi\sqrt{5}}{27\sqrt{3}} (-1)^{J+J'} \frac{[J']}{[J]^{\frac{1}{2}}} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & 1 \\ J & J & J' \end{matrix} \right\} \left(1 + \frac{1}{2}\mu_1\right)$$

$$\mu_1 = 3\sqrt{10} \sum_{\ell} [\ell] \begin{pmatrix} \ell & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \left\{ \begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ \ell & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{matrix} \right\}$$

$$\lambda = \frac{1}{10} \sqrt{\frac{14}{15}}; \quad a_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{45} (-1)^{1+J+J'} \left\{ \begin{matrix} 2 & 1 & 1 \\ J & J & J' \end{matrix} \right\}$$

$$b_1 = -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} (-1)^{J+J'} \frac{[J']}{[J]^{\frac{1}{2}}} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ J & J & J' \end{matrix} \right\}$$

$$b_2 = -\frac{\pi}{810\sqrt{7}} (-1)^{J+J'} \frac{[J']}{[J]^{\frac{1}{2}}} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & 2 \\ J & J & J' \end{matrix} \right\}$$

$$b_3 = \frac{\pi\sqrt{14}}{81} (-1)^{J+J'} \frac{[J']}{[J]^{\frac{1}{2}}} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & 2 \\ J & J & J' \end{matrix} \right\}$$

$$b_4 = b_3 - \frac{1}{2}\mu_2; \quad b_5 = b_2 - \frac{1}{2}\mu_3$$

$$b_6 = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{5\pi}{3}} (-1)^{J+J'} \frac{[J']}{[J]^{\frac{1}{2}}} \sum_{\ell} \begin{pmatrix} 2 & \ell & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & \ell & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \left\{ \begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ \ell & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{matrix} \right\}$$

$$\mu_2 = \frac{50\pi}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} (-1)^{J+J'} \frac{[J']}{[J]^{\frac{1}{2}}} \sum (2\ell+1) \begin{pmatrix} \ell & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & \ell & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \left\{ \begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ \ell & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{matrix} \right\}$$

$$\mu_3 = \frac{10\pi}{27} \sqrt{\frac{2}{3}} (-1)^{J+J'} \frac{[J']}{[J]^{1/2}} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & 2 \\ J & J & J' \end{matrix} \right\} \sum_{\ell} (2\ell+1) \left(\begin{matrix} \ell & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & 1 \\ \ell & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{matrix} \right\},$$

где $\begin{pmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix}$ $\left\{ \begin{matrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \end{matrix} \right\}$ и $\left\{ \begin{matrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{matrix} \right\}$ -
соответственно, $3-j$, $6-j$ и $9-j$ символы Вигнера.

Л и т е р а т у р а

1. В.М. Дубовик, А.А. Чешков. Препринт ОИЯИ, P2-5283, Дубна, 1970.
2. В.М. Дубовик, А.А. Чешков. Препринт ОИЯИ P2-5284, Дубна, 1970.
3. R.S. Willey. Nucl.Phys., 40, 529, 1963.
4. E.B. Dally et al. Preprint NEPL-623, 1970.
P. Kossanyi-Demay, A. Vanpraet. Nucl.Phys., 81, 529, 1956.
H. Nguyen Ngoc et al. Nucl.Phys., 42, 62, 1963.
R.E. Rand et al. Phys.Rev., 144, 859, 1966.
G.C. Li, I. Sick. Preprint NEPL-629 ITP-362, 1970.
5. T. Lauritsen, F. Ajzenberg-Selove et al. Nucl.Phys., 78, 1, 1966.
6. В.М. Дубовик, А.А. Чешков. Препринт ОИЯИ P2-2991, Дубна, 1966.
(in English, SLAC-Trans. Joint Public Research Service, May 1967).
7. А.И. Ахиезер, В.Б. Берестецкий. "Квантовая электродинамика", Наука, 1970.

Рукопись поступила в издательский отдел

10 июня 1971 года.

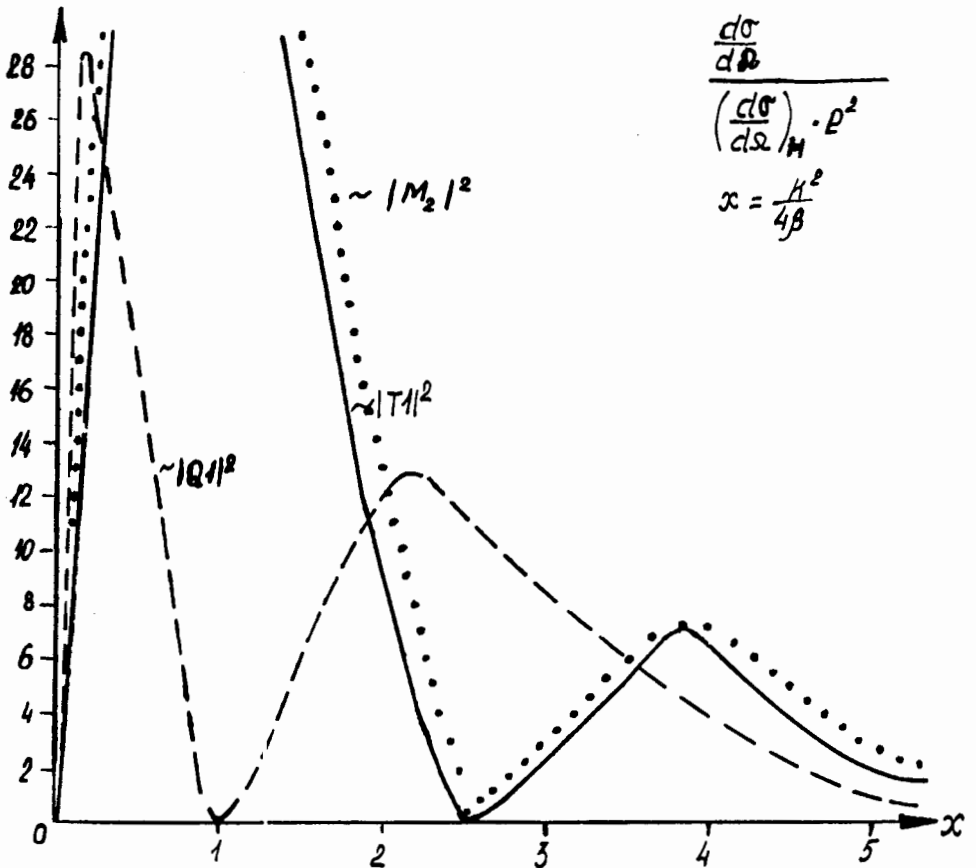


Рис. 1.

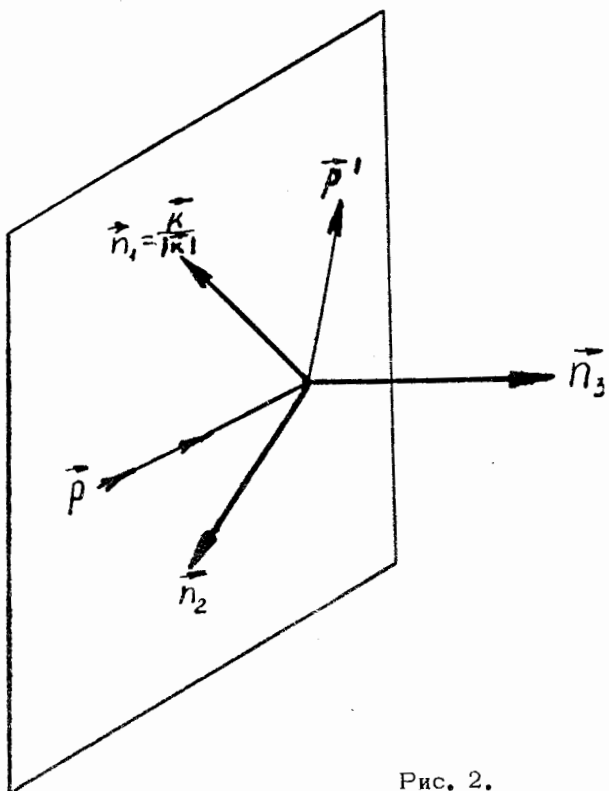


Рис. 2.