ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 5829

Н.К. Душутин, В.М. Мальцев

СТРУЙНАЯ МОДЕЛЬ МНОЖЕСТВЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ ЧАСТИЦ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1971

P2 - 5829

Н.К. Душутин, В.М. Мальцев

СТРУЙНАЯ МОДЕЛЬ МНОЖЕСТВЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ ЧАСТИЦ

Направлено в ТМФ

Экспериментальные факты[1]: постоянство поперечного импульса вторичных частиц, слабый рост множественности с энергией, наличие выделенных (лидирующих) частиц и т.д. указывают на то, что при ультравысоких энергиях вторичные частицы, образованные начальными адронами, не достигают за время взаимодействия статистического равновесия.

Для описания такого неравновесного состояния воспользуемся приближением случайных процессов, при котором каждая реакция в объеме взаимодействия характеризуется определенной вероятностью.

Аналогичный теоретический подход был использован Фарри[2] для высокоэнергетических электронов, проходящих через слои тяжелых веществ, а Фудживара и Кита-Зое[3] - для образования пионов в $\pi\pi$ - , πN - и NN - взаимодействиях.

Цель работы - исследовать возможность произвольных сталкивающихся частиц, когда в объеме взаимодействия образуются не только пионы, но также каоны и гипероны. Результаты предыдущей работы[3] следуют отсюда как частный случай.

Рассмотрим две произвольные сталкивающиеся частицы и положим, что они на единице пути с вероятностью:

- a_1 могут произвести реакцию: нач. частицы $\to \pi$ + еще что-нибудь;
- a_2 могут произвести реакцию: нач. частицы $\to K$ + еще что-нибудь;
- a_3 могут произвести реакцию: нач. частицы $\to Y$+ еще что-нибудь.

Кроме того после образования первого пиона, каона и гиперона

$\pi \to \pi + \pi$ – вероятность на единице пути β_1

$\pi \to K + \bar{K}$ – β_2

$K \to K + \pi\ (\bar{K} \to \bar{K} + \pi)$ β_3

$Y \to Y + \pi$ β_4

Обозначим через $P_n^{\pi}(x)$ – вероятность рождения n –пионов на длине x, через $P_n^{k}(x)$ – вероятность рождения n –каонов на длине x и через $P_n^{Y}(x)$ – вероятность рождения n –гиперонов на длине x. Используя закон сохранения вероятности, можем записать для $P_n^{\pi}(x)$, $P_n^{K}(x)$, $P_n^{Y}(x)$ следующую систему уравнений:

$$\dot{P}_n^{\pi}(x) = -[n(\beta_1-\beta_2)+a_1+2(\sum_n nP_n^{K}(x))\beta_3+(\sum_n nP_n^{Y}(x))\beta_4]P_n^{\pi}(x)+$$

$$+[(n-1)(\beta_1-\beta_2)+a_1+2(\sum_n nP_n^{K}(x))\beta_3+(\sum_n nP_n^{Y}(x))\beta_4]P_{n-1}^{\pi}(x) \qquad (1)$$

$$\dot{P}_n^{K}(x) = -[a_2+(\sum_n nP_n^{\pi}(x))\beta_2][P_n^{K}(x)-P_{n-1}^{K}(x)]$$

$$\dot{P}_n^{Y}(x) = -a_3[P_n^{Y}(x)-P_{n-1}^{Y}(x)].$$

Начальные условия для этой системы

$$P_n^{\pi}(0) = P_n^{K}(0) = P_n^{Y}(0) = 0, \quad n \neq 0$$

$$P_0^{\pi}(0) = P_0^{K}(0) = P_0^{Y}(0) = 1. \qquad (2)$$

Систему (1) в общем случае решить невозможно.

В качестве первого приближения примем следующее физическое предположение: все процессы происходят виртуально в пределах некоторой области, покидая которую все частицы превращаются в физические. При таком подходе величина $\sum_n n\, P_n^a(x) = N_a(x)$ является постоянной, равной $N_a(\ell)$, где ℓ – размер области взаимодействия.

В этом приближении решение системы (1) с начальными условиями (2) дано в приложении 1.

В результате имеем следующие распределения физических частиц

$$P_n^{\pi}(\ell) = \frac{(a_1+2b_3N_K+b_4N_Y)\dots((n-1)(b_1-b_2)+a_1+2b_3N_K+b_4N_Y)}{(b_1-b_2)^n\, n!}\,\cdot$$

$$\cdot\,[1-\exp(-b_1+b_2)]^n \exp(-a_1-2b_3N_K-b_4N_Y) \qquad (3)$$

$$P_n^K(\ell) = \frac{(a_2+b_2N_\pi)^n}{n!}\exp(-a_2-b_2N_\pi)$$

$$P_n^Y(\ell) = \frac{a_3^n}{n!}\exp(-a_3).$$

Средние числа образованных частиц равны

$$N_\pi = \frac{(a_1+2a_2b_3+a_3b_4)[\exp(b_1-b_2)-1]}{b_1-b_2-2b_2b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}$$

$$(4)$$

$$N_K = \frac{a_2(b_1-b_2)+(a_1b_2+a_3b_2b_4)[\exp(b_1-b_2)-1]}{b_1-b_2-2b_2b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}$$

$$N_Y = a_3\,.$$

Дисперсии имеют вид:

$$D_\pi = \frac{a_1+2b_3N_K+b_4N_Y}{b_1-b_2}\left[\frac{a_1+2b_3N_K+b_4N_Y+b_1-b_2}{b_1-b_2}\exp(b_1-b_2)-\right.$$

$$\left.-\frac{a_1+2b_3N_K+b_4N_Y-b_1+b_2}{b_1-b_2}\right][\exp(b_1-b_2)-1] \qquad (5)$$

$$D_K = a_2 + b_2 N_\pi$$

$$D_Y = a_3 .$$

Рассмотрим возможные случаи взаимодействий.

1. $\pi\pi$– столкновение

$$a_1 = 2(b_1-b_2), \quad a_2 = 2b_2, \quad a_3 = 0$$

$$N_Y = 0, \qquad P_n^Y(\ell) = \delta_{0n}$$

$$N_K = 2b_2\frac{(b_1-b_2)\exp(b_1-b_2)}{b_1-b_2-2b_1b_2[\exp(b_1-b_2)-1]}$$

$$(6)$$

$$P_n^K(\ell) = \frac{(2b_2)^n}{n!}\left\{\frac{b_1-b_2}{b_1-b_2-2b_1b_2[\exp(b_1-b_2)-1]}\right\}^n\cdot$$

$$\cdot\exp\left\{(b_1-b_2)n-\frac{2b_2(b_1-b_2)\exp(b_1-b_2)}{b_1-b_2-2b_1b_2[\exp(b_1-b_2)-1]}\right\}$$

$$N_\pi = \frac{2(b_1-b_2)\exp(b_1-b_2)}{b_1-b_2-2b_1b_2[\exp(b_1-b_2)-1]}$$

2. πK – столкновение

$$a_1 = b_1 - b_2 + b_3\,,\quad a_2 = b_2\,,\quad a_3 = 0$$

$$N_Y = 0\,,\quad P_n^Y(\ell) = \delta_{0n}$$

$$N_K = \frac{(b_1-b_2)+b_2(b_1-b_2-b_3)[\exp(b_1-b_2)-1]}{b_1-b_2-2b_2 b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}$$

$$P_n^K(\ell) = \frac{b_2^n}{n!}\left\{\frac{(b_1-b_2)\exp(b_1-b_2)+b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}{b_1-b_2-2b_2 b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}\right\}^n \cdot \qquad (7)$$

$$\cdot \exp\left\{-\frac{b_2(b_1-b_2)\exp(b_1-b_2)+b_2 b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}{b_1-b_2-2b_2 b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}\right\}$$

$$N_\pi = \frac{2b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}{b_1-b_2-2b_2 b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}$$

3. KK–столкновение

$$a_1 = 2b_3\,,\quad a_2 = 0\,,\quad a_3 = 0$$

$$N_Y = 0\,,\quad P_n^Y(\ell) = \delta_{0n}$$

$$N_K = \frac{b_1-b_2}{b_1-b_2-2b_2 b_3[\exp(b_1-b_2)-1]} \qquad (8)$$

$$P_n^K(\ell) = \frac{(2b_3)^n}{n!}\left\{\frac{b_2[\exp(b_1-b_2)-1]}{b_1-b_2-2b_2 b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}\right\}^n \cdot$$

$$\cdot \exp\left\{-\frac{2b_2 b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}{b_1-b_2-2b_2 b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}\right\}$$

$$N_\pi = \frac{2b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}{b_1-b_2-2b_2 b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}$$

4. YK –столкновение

$$a_1 = b_3 + b_4\,,\quad a_2 = 0,\quad a_3 = 0$$

$$N_Y = 1\,,\quad P_n^Y(\ell) = \delta_{0n}$$

$$N_K = \frac{(b_1 - b_2) + b_2(b_4 - b_3)[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2b_2\, b_3[\exp(b_1 - b_2) - 1]}$$

$$P_n^K(\ell) = \frac{b_2^n}{n!}\left\{\frac{(b_3 + b_4)[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2b_2 b_3[\exp(b_1 - b_2) - 1]}\right\} = \tag{9}$$

$$\cdot \exp\left\{-\frac{b_2(b_3 + b_4)[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2b_2 b_3[\exp(b_1 - b_2) - 1]}\right\}$$

$$N_\pi = \frac{(b_3 + b_4)[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2b_2 b_3[\exp(b_1 - b_2) - 1]}$$

5. YY–столкновение

$$a_1 = 2b_4\,,\quad a_2 = 0,\quad a_3 = 0$$

$$N_Y = 2,\quad P_n^Y(\ell) = \delta_{0n}$$

$$N_K = \frac{2b_2\, b_4[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2b_2 b_3[\exp(b_1 - b_2) - 1]}$$

$$P_n^K(\ell) = \frac{(2b_2 b_4)^n}{n!}\left\{\frac{\exp(b_1 - b_2) - 1}{b_1 - b_2 - 2b_2 b_3[\exp(b_1 - b_2) - 1]}\right\}^n \cdot \tag{10}$$

$$\cdot \exp\left\{-\frac{2b_2 b_4[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2b_2\, b_3[\exp(b_1 - b_2) - 1]}\right\}$$

$$N_\pi = \frac{2b\;[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2b_2 b_3[\exp(b_1 - b_2) - 1]}$$

6. πY -столкновение

$$a_1 = b_1 - b_2 + b_4\,;\quad a_2 = b_2\,;\quad a_3 = 0$$

$$N_Y = 1\,,\quad P_n^Y(\ell) = \delta_{0n}$$

$$N_K = b_2\,\frac{(b_1 - b_2)\exp(b_1 - b_2) + b_4[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2b_2\,b_3[\exp(b_1 - b_2) - 1]}$$

$$P_n^K(\ell) = \frac{b_2^n}{n!}\left\{\frac{(b_1 - b_2)\exp(b_1 - b_2) + b_4[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2b_2 b_3[\exp(b_1 - b_2) - 1]}\right\}^n \cdot \qquad (11)$$

$$\cdot \exp\left\{-b_2\,\frac{(b_1 - b_2)\exp(b_1 - b_2) + b_4[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2b_2 b_3[\exp(b_1 - b_2) - 1]}\right\}$$

$$N_\pi = \frac{2b_3[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2b_2 b_3[\exp(b_1 - b_2) - 1]}$$

7. NN -столкновение[x/]

$$a_1 = 2b_5\,,\quad a_2 = 2b_6\,,\quad a_3 = 2b_6$$

$$N_Y = 2b_0\,;\quad P_n^Y(\ell) = \frac{(2b_6)^n}{n!}\exp(-2b_6)$$

$$N_K = \frac{2(b_1 - b_2)b_0 + 2b_2(b_5 + b_4 b_6)[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2b_2\,b_3[\exp(b_1 - b_2) - 1]}$$

$$P_n^K(\ell) = \frac{1}{n!}\left\{\frac{2(b_1 - b_2)b_6 + 2b_2(b_5 + b_4 b_6)[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2b_2 b_3[\exp(b_1 - b_2) - 1]}\right\}^n \cdot$$

[x/] Здесь b_5 – вероятность процесса $N \to N + \pi$, b_6 – вероятность процесса $N \to Y + K$.

$$\cdot \exp\left\{-\frac{2(b_1-b_2)b_6+2b_2(b_5+b_4b_6)[\exp(b_1-b_2)-1]}{b_1-b_2-2b_2b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}\right\} \tag{12}$$

$$N_\pi = \frac{(2b_5+4b_3b_5+b_4b_6)[\exp(b_1-b_2)-1]}{b_1-b_2-2b_2b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}$$

8. NY-столкновение

$$a_1 = b_4+b_5, \quad a_2 = b_6, \quad a_3 = b_6$$

$$N_Y = b_6+1, \quad P_n^Y(\ell) = \frac{b_6^n}{n!}\exp(-b_6)$$

$$N_K = \frac{(b_1-b_2)b_6+b_2(b_4+b_5+b_4b_6)[\exp(b_1-b_2)-1]}{b_1-b_2-2b_2b_3[\exp(b_1-b_2)-1]} \tag{13}$$

$$P_n^K(\ell) = \frac{1}{n!}\left\{\frac{(b_1-b_2)b_6+b_2(b_4+b_5+b_4b_6)[\exp(b_1-b_2)-1]}{b_1-b_2-2b_2b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}\right\}^n \cdot$$

$$\cdot \exp\left\{-\frac{(b_1-b_2)b_6+b_2(b_4+b_5+b_4b_6)[\exp(b_1-b_2)-1]}{b_1-b_2-2b_2b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}\right\}$$

$$N_\pi = \frac{(b_4+b_5+2b_3b_6+b_4b_4)[\exp(b_1-b_2)-1]}{b_1-b_2-2b_2b_3[\exp(b_1-b_2)-1]}$$

9. NK-столкновение

$$a_1 = b_3+b_5, \quad a_2 = b_6, \quad a_3 = b_6$$

$$N_Y = b_6, \quad P_n^Y(\ell) = \frac{b_6^n}{n!}\exp(-b_6)$$

$$N_K = \frac{(b_1 - b_2)(1 + b_6) + (b_5 - b_3 + b_4 b_6)\, b_2 [\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2 b_2 b_3 [\exp(b_1 - b_2) - 1]}$$

$$P_n^K(\ell) = \frac{1}{n!} \left\{ \frac{(b_1 - b_2) b_6 + b_2 (b_3 + b_5 + b_4 b_6)[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2 b_2 b_3 [\exp(b_1 - b_2) - 1]} \right\}^n \cdot \tag{14}$$

$$\cdot \exp\left\{ - \frac{(b_1 - b_2) b_6 + b_2 (b_3 + b_5 + b_4 b_6)[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2 b_2 b_3 [\exp(b_1 - b_2) - 1]} \right\}$$

$$N_\pi = \frac{(b_3 + b_5 + 2 b_3 b_6 + b_4 b_6)[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2 b_2 b_3 [\exp(b_1 - b_2) - 1]}$$

10. πN-столкновение

$a_1 = b_1 - b_2 + b_5, \quad a_2 = b_2 + b_6, \quad a_3 = b_6$

$N_Y = b_6, \quad P_n^Y(\ell) = \dfrac{b_6^n}{n!} \exp(-b_6)$

$$N_K = \frac{(b_1 - b_2)(b_2 + b_6) + b_2 (b_1 - b_2 + b_5 + b_4 b_6)[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2 b_2 b_3 [\exp(b_1 - b_2) - 1]}$$

$$P_n^K(\ell) = \frac{1}{n!} \left\{ \frac{(b_1 - b_2)(b_2 + b_6) + b_2 (b_1 - b_2 + b_5 + b_4 b_6 [\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2 b_2 b_3 [\exp(b_1 - b_2) - 1]} \right\}^n \cdot \tag{15}$$

$$\cdot \exp\left\{ - \frac{(b_1 - b_2)(b_2 + b_6) + b_2 (b_1 - b_2 + b_5 + b_4 b_6 [\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2 b_2 b_3 [\exp(b_1 - b_2) - 1]} \right\}$$

$$N_\pi = \frac{(b_1 - b_2) \exp(b_1 - b_2) + (b_5 + 2 b_3 b_6 + b_4 b_6)[\exp(b_1 - b_2) - 1]}{b_1 - b_2 - 2 b_2 b_3 [\exp(b_1 - b_2) - 1]}$$

Заканчивая рассмотрение различного типа взаимодействий, заметим, что, если положить $a_1 = b_1$, а все остальные параметры равными нулю, то приходим к распределению пионов в одной чистой струе. Полагая $a_1 = 2b_1$, а все остальные параметры нулями, придем к распределению пионов в двух чистых струях. Случай $a_1 = b_1 + b_5$ приводит нас к распределению пионов в πN-струе. Эти частные случаи получены в работе /3/ другим методом. Таким образом, результаты работы /3/ следуют из наших решений при сильных упрощающих предположениях.

Параметры b_i могут быть связаны с сечениями соответствующих процессов соотношениями вида

$$[P_0^a(\ell)\,P_0^b(\ell)]_{a,b} = \frac{\sigma_{el}^2(ab)}{\sigma_{tot}^2(ab)}, \qquad (16)$$

где нижние индексы a, b обозначают тип сталкивающихся частиц. К сожалению, сложная структура вероятностей не позволяет выразить зависимость параметров b_i от сечений в аналитическом виде.

В приложении II приведены значения величины $-A\ln P_0^a(\ell)$ для различных взаимодействий. Используя эти выражения, легко проверить согласованность модели с правилом сумм Редже /4/. Для удобства можно воспользоваться эквивалентным выражением для этих правил в виде

$$2[-A\ln P_0^c(\ell)]_{ab} = [-A\ln P_0^c(\ell)]_{aa} + [-A\ln P_0^c(\ell)]_{bb}, \qquad (17)$$

где нижние индексы ab, как и в соотношении (16), означают тип начальных частиц. Легко видеть - выражения (17) выполняются даже при c, не совпадающем с a и b.

Приложение I

Предположение $N_a(x) = N_a(\ell) = Const$ приводит к тому, что система (1) распадается на три группы уравнений, причем уравнения для $P_n^K(x)$ и $P_n^Y(x)$ однотипны. Применим к этим уравнениям преобразование Лапласа, тогда

$$
\begin{aligned}
&p\,\bar{P}_n^K(p) - \bar{P}_n^K(0) = -[\alpha_2 + N_\pi(\ell)\beta_2]\,[\bar{P}_n^K(p) - \bar{P}_{n-1}^K(p)] \\
&p\,\bar{P}_n^Y(p) - \bar{P}_n^Y(0) = -\alpha_3[\bar{P}_n^Y(p) - \bar{P}_{n-1}^Y(p)],
\end{aligned}
\qquad (1.1)
$$

где $\bar{P}_n^a(p) = \int\limits_0^\infty P_n^a(x)\exp(-px)\,dx$.

Используя начальные условия (2), легко получить решения этой системы уравнений в виде

$$
\begin{aligned}
&\bar{P}_n^K(p) = \frac{[\alpha_2 + N_\pi(\ell)\beta_2]^n}{[p + \alpha_2 + N_\pi(\ell)\beta_2]^{n+1}}, \\
&\bar{P}_n^Y(p) = \frac{\alpha_3^n}{(p + \alpha_3)^{n+1}} .
\end{aligned}
\qquad (1.2)
$$

Применяя обратное преобразование Лапласа, приходим к

$$
P_n^K(x) = \frac{[\alpha_2 + N_\pi(\ell)\beta_2]^n x^n}{n!}\exp[-\alpha_2 x - N_\pi(\ell)\beta_2 x] \qquad (1.3)
$$

$$
P_n^Y(x) = \frac{\alpha_3^n x^n}{n!}\exp(-\alpha_3 x) .
$$

Распределение физических частиц получается из этих решений на выходе из области взаимодействия, т.е. при $x=\ell$. Вводя обозначения $\alpha_2\ell=a_2$, $\alpha_3\ell=a_3$, $\beta_2\ell=b_2$, после элементарного преобразования (1.3), получаем

$$P_n^K(\ell)=\frac{[a_2+N_\pi(\ell)b_2]^n}{n!}\exp(-a_2-b_2N_\pi(\ell)),$$

$$P_n^\gamma(\ell)=\frac{a_3^n}{n!}\exp(-a_3). \qquad (1.4)$$

В системе уравнений для $P_n^\pi(x)$ произведем подстановку

$$P_n^\pi(x)=f_n(x)\exp[-n(\beta_1-\beta_2)x-\alpha_1x-2N_k(\ell)\beta_3x-N_\gamma(\ell)\beta_4x]. \qquad (1.5)$$

В результате имеем

$$\dot f_n(x)=[(n-1)(\beta_1-\beta_2)+\alpha_1+2N_k(\ell)\beta_3+N_\gamma(\ell)\beta_4]f_{n-1}(x)\exp(\beta_1x-\beta_2x) \qquad (1.6)$$

откуда

$$f_n(x)=\{[\alpha_1+2N_K(\ell)\beta_3+N_\gamma(\ell)\beta_4]\dots[(n-1)(\beta_1-\beta_2)+\alpha_1+2N_K(\ell)\beta_3+N_\gamma(\ell)\beta_4]\}\cdot \qquad (1.7)$$

$$\int_0^x e^{t_n(\beta_1-\beta_2)}dt_n\int_0^{t_n}e^{t_{n-1}(\beta_1-\beta_2)}dt_{n-1}\int_0^{t_{n-1}}\dots\int_0^{t_2}e^{t_1(\beta_1-\beta_2)}dt_1.$$

Замена $1-\exp(\beta_1t_i-\beta_2t_i)=u_i$ приводит к выражению

$$f_n(x) = \frac{[a_1+2N_K(\ell)\beta_3+N_Y(\ell)\beta_4]\ldots[(n-1)(\beta_1-\beta_2)+a_1+2N_K(\ell)\beta_3+N_Y(\ell)\beta_4]}{(\beta_1-\beta_2)^n} \cdot \tag{1.8}$$

$$\cdot(-1)^n \int_0^{1-\exp(\beta_1 x-\beta_2 x)} du_n \int_0^{u_n} du_{n-1} \int_0^{u_{n-1}} \ldots \int_0^{u_2} du_1 \; .$$

Произведя интегрирование, получаем

$$f_n(x) = \frac{[a_1+2N_K(\ell)\beta_5+N_Y(\ell)\beta_4]\ldots[(n-1)(\beta_1-\beta_2)+a_1+2N_K(\ell)\beta_3+N_Y(\ell)\beta_4]}{n!\,(\beta_1-\beta_2)^n} \cdot \tag{1.9}$$

$$\cdot[\exp(\beta_1 x-\beta_2 x)-1]^n \; ,$$

откуда следует

$$P_n^{\pi}(x) = \frac{[(n-1)(\beta_1-\beta_2)+a_1+2N_k\beta_3+N_Y\beta_4]\ldots[a_1+2N_K\beta_3+N_Y\beta_4]}{n!\,(\beta_1-\beta_2)^n} \cdot \tag{1.10}$$

$$\cdot[1-\exp(-\beta_1 x+\beta_2 x)]^n \exp(-a_1 x-2N_K x\beta_3-N_Y\beta_4 x) \, .$$

Вводя обозначения $\beta_1\ell=b_1$, $\beta_3\ell=b_3$, $a_1\ell=a_1$, приходим после простого преобразования (1.10) к конечному выражению

$$P_n^{\pi}(\ell) = \frac{[a_1+2b_3N_K+b_4N_Y]\ldots[(n-1)(b_1-b_2)+a_1+2b_3N_K+b_4N_Y}{n!\,(b_1-b_2)^n} \cdot \tag{1.11}$$

$$\cdot[1-\exp(b_2-b_1)]^n \exp(-a_1-2b_3N_k-b_4N_Y) \; .$$

Приложение II

Вводя обозначения $A = b_1 - b_2 - 2b_3 b_3[\exp(b_1 - b_2) - 1]$, имеем следующие выражения для величины $-A \ln P_0^a(\ell)$ в различных взаимодействиях:

$\pi\pi$-рассеяние $\quad -A \ln P_0^{\pi}(\ell) = 2(b_1 - b_2)(b_1 - b_2 + 2b_2 b_3)$

$$-A \ln P_0^{K}(\ell) = 2b_2(b_1 - b_2) + 2b_2(b_1 - b_2)(\exp(b_1 - b_2) - 1)$$

$$-A \ln P_0^{Y}(\ell) = 0$$

πK-рассеяние $\quad -A \ln P_0^{\pi}(\ell) = (b_1 - b_2)(b_1 - b_2 + b_3 + 2b_2 b_3)$

$$-A \ln P_0^{K}(\ell) = b_2(b_1 - b_2) + b_2(b_1 - b_2 + b_3)(\exp(b_1 - b_2) - 1)$$

$$-A \ln P_0^{Y}(\ell) = 0$$

KK-рассеяние $\quad -A \ln P_0^{\pi}(\ell) = 2(b_1 - b_2)b_3$

$$-A \ln P_0^{K}(\ell) = 2b_2 b_3(\exp(b_1 - b_2) - 1)$$

$$-A \ln P_0^{Y}(\ell) = 0.$$

YY-рассеяние $\quad -A \ln P_0^{\pi}(\ell) = 2(b_1 - b_2)b_4$

$$-A \ln P_0^{K}(\ell) = 2b_2 b_3(\exp(b_1 - b_2) - 1)$$

$$-A \ln P_0^{Y}(\ell) = 0$$

$Y\pi$-рассеяния $\quad -A \ln P_0^{\pi}(\ell) = (b_1 - b_2)(b_1 - b_2 + b_4 + 2b_2 b_3)$

$$-A \ln P_0^{K}(\ell) = b_2(b_1 - b_2) + b_2(b_1 - b_2 + b_4)(\exp(b_1 - b_2) - 1)$$

$$-A \ln P_0^{Y}(\ell) = 0$$

YK-рассеяния $\quad -A \ln P_0^{\pi}(\ell) = (b_1 - b_2)(b_3 + b_4)$

$$-A \ln P_0^{K}(\ell) = b_2(b_3 + b_4)(\exp(b_1 - b_2) - 1)$$

$$-A \ln P_0^{Y}(\ell) = 0$$

NN рассеяние $-A \ln P_0^{\pi}(\ell) = 2(b_1 - b_2)(b_5 + b_6 + 2b_3 b_6)$

$$-A \ln P_0^{K}(\ell) = 2(b_1 - b_2) b_6 + 2b_2 (b_5 + b_4 b_6)(\exp(b_1 - b_2) - 1)$$

$$-A \ln P_0^{Y}(\ell) = 2A b_6$$

N π рассеяние $-A \ln P_0^{\pi}(\ell) = (b_1 - b_2)(b_1 - b_2 + b_5 + b_6 + 2b_2 b_3 + 2b_3 b_6)$

$$-A \ln P_0^{K}(\ell) = (b_1 - b_2)(b_2 + b_6) + b_2(b_1 - b_2 + b_5 + b_4 b_6) \times (\exp(b_1 - b_2) - 1)$$

$$-A \ln P_0^{Y}(\ell) = A b_6$$

NK рассеяние $-A \ln P_0^{\pi}(\ell) = (b_1 - b_2)(b_3 + b_5 + b_6 + 2b_3 b_6)$

$$-A \ln P_0^{K}(\ell) = (b_1 - b_2) b_6 + b_2(b_3 + b_5 + b_4 b_6)(\exp(b_1 - b_2) - 1)$$

$$-A \ln P_0^{Y}(\ell) = A b_6$$

NY -рассеяние $-A \ln P_0^{\pi}(\ell) = (b_1 - b_2)(b_4 + b_5 + b_6 + 2b_3 b_6)$

$$-A \ln P_0^{K}(\ell) = (b_1 - b_2) b_6 + b_2(b_4 + b_5 + b_4 b_6)(\exp(b_1 - b_2) - 1)$$

$$-A \ln P_0^{Y}(\ell) = A b_6$$

Литература

1. A. Wroblewski. Раппортерский доклад на XУ Международной конференции по физике высоких энергий, Киев (1970).
2. W. Furry. Phys. Rev., 52, 569 (1937).
3. K. Fujiwara, T. Kitazoe. Progr. Theor. Phys., 43, 1244 (1970).
4. H.M.Chan. Препринт CERN, 67-16, июнь (1967).

Рукопись поступила в издательский отдел
21 мая 1971 года.