ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 5752

С.Р. Геворкян , А.В. Тарасов

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

ЭФФЕКТЫ МНОГОКРАТНОГО ПЕРЕРАССЕЯНИЯ В ПРОЦЕССАХ ТИПА ПЕРЕЗАРЯДКИ

1971

P2 - 5752

С.Р. Геворкян*, А.В. Тарасов

ЭФФЕКТЫ МНОГОКРАТНОГО ПЕРЕРАССЕЯНИЯ В ПРОЦЕССАХ ТИПА ПЕРЕЗАРЯДКИ

Направлено в ЯФ

*Ереванский физический институт.

1. В ряде случаев для изучения взаимодействия быстрых частиц с нуклонами приходится использовать ядерные мишени. Например, исследование взаимодействия короткоживущих частиц-резонансов с нуклонами возможно только в том случае, если нуклон, на котором рождается резонанс, и нуклон, на котором он рассеивается, разделены расстоянием меньшим или сравнимым с распадной длиной нестабильной частицы. Для большинства известных резонансов это условие выполняется, если оба нуклона находятся в одном и том же ядре. Сечения многих неупругих процессов взаимодействия стабильных частиц с нуклонами сильно убывают с ростом энергии, и поэтому экспериментальное изучение таких процессов при очень высоких энергиях, по-видимому, также потребует использования ядерных мишеней. Поскольку многократные перерассеяния в ядре играют существенную роль, то необходим их корректный учёт при анализе "ядерных" данных с целью получения информации об элементарных взаимодействиях. Ниже, в рамках общей теории неупругих процессов на ядрах /1/, рассмотрены процессы типа перезарядки (фоторождение заряженных мезонов, перезарядки π- и K -мезонов, рождение нейтральных барионных резонансов протонами на ядрах) и получены компактные выражения для их дифференциальных сечений, просуммированных по конечным

состояниям ядра. Сравнение полученных результатов с результатами простого квазиклассического рассмотрения для таких процессов [2] позволяет установить пределы применимости последнего.

2. Под процессами типа перезарядки мы будем понимать реакции $1 + A \to 2 + A'$ (1), в которых начальная (1) и конечная (2) частицы различаются зарядом или странностью.

Ввиду того, что элементарные "перезарядки" $1 + N \to 2 + N'$ (2) на разных нуклонах ядра A приводят к различным состояниям ядра A', они не будут интерферировать. Поэтому сечение процесса (1), просуммированное по всем конечным состояниям ядра A', равно сумме сечений элементарных процессов (2), каждое из которых ослаблено поглощением частиц 1 и 2 ядерной материей. Учёт этого поглощения, как известно из теории Глаубера [3], эквивалентен учёту всевозможных перерассеяний частиц 1 и 2 нуклонами ядра. Амплитуда $F_j^{\ell,m}$ перезарядки на j-ом нуклоне ядра, сопровождаемой перерассеянием частицы 1 на m нуклонах и перерассеянием частицы 2 на ℓ нуклонах, может быть представлена в виде (см., например, [4])

$$F_j^{\ell,m}(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{i k_1}{2\pi} \int e^{i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\vec{b}}\, d^2 b\, \phi_f^*(\vec{r}_1 \ldots \vec{r}_A) \times$$

$$\times \Gamma_j^{\ell,m}(\vec{b}, \vec{r}_1 \ldots \vec{r}_A)\phi_i(\vec{r}_1 \ldots \vec{r}_A)\, d\vec{r}_1 \ldots d\vec{r}_A, \tag{3}$$

$$\Gamma_j^{\ell,m}(\vec{b}, \vec{r}_1 \ldots \vec{r}_A) = (-1)^{\ell+m} \prod_{k=1}^{\ell} \Gamma_{22}(\vec{b} - \vec{s}_{j+k})\theta(z_{j+k} - z_j) \times \tag{4}$$

$$\times e^{i\Delta_{\|} z_j}\, \Gamma_{12}(\vec{b} - \vec{s}_j) \prod_{i=1}^{m} \Gamma_{11}(\vec{b} - \vec{s}_i)\theta(z_j - z_i),$$

где $\vec{k}_1$ и $\vec{k}_2$ есть импульсы налетающей на ядро и вылетающей из ядра частиц соответственно.

Профилирующие функции

$$\Gamma_{xy}(\vec{b}-\vec{s}\,) = \frac{1}{2\pi i k}\int f_{xy}(\vec{\Delta}\,)\, e^{i\vec{\Delta}(\vec{b}-\vec{s}\,)}\, d^2\Delta\,, \qquad x,y=1,2\,, \tag{5}$$

представляют собой двумерные фурье-образы амплитуд рассеяния и перезарядки на отдельных нуклонах, $\phi_i(\vec{r}\,)$ и $\phi_f(\vec{r}\,)$ – волновые функции начального и конечного ядра, а

$$\Delta_{||} = k_1 - k_2 = \frac{m_2^2 - m_1^2}{2k_1} \tag{6}$$

есть продольная передача импульса.

Полная амплитуда F_j перезарядки на j-м нуклоне, с учётом всевозможных перерассеяний, дается суммой всех выражений (3)

$$F_j = \sum_{\ell,m} F_j^{\ell,m}\,. \tag{7}$$

Суммирование в (7) производится по всем комбинациям перерассеяний, причём $\ell + m \le A - 1$, так как в рассматриваемой теории частица взаимодействует с каждым нуклоном не более одного раза. Дифференциальное сечение перезарядки частицы 1 на определенный угол с переходом ядра в фиксированное конечное состояние дается квадратом модуля амплитуды (7). Суммируя с помощью условия полноты по всем конечным состояниям ядра, к которым может приводить перезарядка на j-ом нуклоне, придем к рассмотрению выражений вида

$$\int d\vec{r}_1 \ldots d\vec{r}_A \, |\phi_i(\vec{r}_1 \ldots \vec{r}_A)|^2 \, d^2 b_1 \, d^2 b_2 \; e^{i(\vec{b}_1 - \vec{b}_2)(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)} \times$$

$$\times \Gamma_j^{\ell, m}(\vec{b}_1, \vec{r}_1 \ldots \vec{r}_A)\,[\Gamma_j^{\ell', m'}(\vec{b}_2, \vec{r}_1 \ldots \vec{r}_A)]^* . \tag{8}$$

Будем использовать обычное представление для квадрата модуля волновой функции ядра-мишени:

$$|\phi_i(\vec{r})|^2 = \prod_{n=1}^{A} \frac{\rho(\vec{r}_n)}{A},$$

$$\int \rho(\vec{r})\, d\vec{r} = A , \tag{9}$$

где $\rho(\vec{r})$ - плотность распределения ядерной материи, а A - атомный номер. При этом интегрирования по координатам отдельных нуклонов разделяются, и выражения (8) принимают вид:

$$\int d\vec{b}_1 \, d\vec{b}_2 \, dz \; e^{i\vec{\Delta}(\vec{b}_1 - \vec{b}_2)} \frac{1}{A} W(\vec{b}_1, \vec{b}_2, z) \times$$

$$\times \left[\frac{X(\vec{b}_1, z)}{A}\right]^{\ell - k} \left[\frac{X^*(\vec{b}_2, z)}{A}\right]^{\ell' - k} \left[\frac{Y(\vec{b}_1, z)}{A}\right]^{m-n} \times \tag{10}$$

$$\times \left[\frac{Y^*(\vec{b}_2, z)}{A}\right]^{m' - n} \left[\frac{U(\vec{b}_1, \vec{b}_2, z)}{A}\right]^{k} \left[\frac{V(\vec{b}_1, \vec{b}_2, z)}{A}\right]^{n} ,$$

где

$$W(\vec{b}_1, \vec{b}_2, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(z, \vec{s})\, \Gamma_{12}(\vec{b}_1 - \vec{s})\, \Gamma^*_{12}(\vec{b}_2 - \vec{s})\, d\vec{s}\ ,$$

$$X(\vec{b}, z) = -\int_{-\infty}^{z} dz' \int_{-\infty}^{\infty} \rho(z', \vec{s})\, \Gamma_{11}(\vec{b} - \vec{s})\, d\vec{s}\ ,$$

$$Y(\vec{b}, z) = -\int_{z}^{\infty} dz' \int_{-\infty}^{\infty} \rho(z', \vec{s})\, \Gamma_{22}(\vec{b} - \vec{s})\, d\vec{s}\ ,$$

$$U(\vec{b}_1, \vec{b}_2, z) = \int_{-\infty}^{z} dz' \int_{-\infty}^{\infty} \rho(z', \vec{s})\, \Gamma_{11}(\vec{b}_1 - \vec{s})\, \Gamma^*_{11}(\vec{b}_2 - \vec{s})\, d\vec{s}\ ,$$

$$V(\vec{b}_1, \vec{b}_2, z) = \int_{z}^{\infty} dz' \int_{-\infty}^{\infty} \rho(z', \vec{s})\, \Gamma_{22}(\vec{b}_1 - \vec{s})\, \Gamma^*_{22}(\vec{b}_2 - \vec{s})\, d\vec{s}\ .$$

Ненулевые степени величин U и V возникают, если среди нуклонов, перерассеяние на которых учитывают амплитуды $F^{\ell, m}$ и $F^{\ell', m'}$, есть общие.

Сечение перезарядки на j -м нуклоне ядра с учётом всех перерассеяний получается суммированием всех выражений (10), которое ввиду простоты последних сводится к простой комбинаторной задаче и приводит к следующему результату:

$$\frac{d\sigma_j}{dt} = \frac{1}{4\pi}\,\frac{1}{A}\int dz\, d^2 b_1\, d^2 b_2\; e^{\,i\vec{\Delta}(\vec{b}_1-\vec{b}_2)}\;\times$$

$$\times\; W(\vec{b}_1,\vec{b}_2, z)\,\Big[\,1+\frac{X(\vec{b}_1, z)}{A}+\frac{X^*(\vec{b}_2, z)}{A}\;+ \qquad (11)$$

$$+\frac{Y(\vec{b}_1, z)}{A}+\frac{Y^*(\vec{b}_2, z)}{A}+\frac{U(\vec{b}_1,\vec{b}_2, z)}{A}+\frac{V(\vec{b}_1,\vec{b}_2, z)}{A}\Big]^{A-1}.$$

Наконец, суммирование всех величин $d\sigma_j/dt$ по всем нуклонам, на которых может произойти перезарядка, сведется к умножению величины (11) на число протонов Z либо на число нейтронов $N = A - Z$ в зависимости от зарядовой структуры исследуемого процесса.

3. Рассмотрим перезарядки на средних и тяжелых ядрах $(A \gg 1)$. Учитывая, что в этом случае размеры ядер R существенно больше радиуса элементарного взаимодействия d, получим:

$$\int \Gamma_{11}(\vec{b}_1-\vec{s})\,\rho(\vec{s}, z)\,ds \approx \rho(\vec{b}, z)\int \Gamma_{11}(\vec{b}_1-\vec{s})\,d\vec{s} =$$

$$(12)$$

$$= \frac{\sigma_1}{2}\,(1-i\alpha_1)\,\rho(\vec{b}, z)\,,$$

$$\int \Gamma_{11}(\vec{b}_1-\vec{s})\,\Gamma^*_{11}(\vec{b}_2-\vec{s})\,\rho(\vec{s},z) \approx$$

$$\approx \Omega_{11}(\vec{b}_1-\vec{b}_2)\,\rho\left(\frac{\vec{b}_1+\vec{b}_2}{2}, z\right) \tag{13}$$

и т.д.

где

$$\Omega_{11}(\vec{\beta}) = \int |f_{11}(\vec{\Delta})|^2 \frac{e^{i\vec{\Delta}\vec{\beta}}}{k^2} d^2\Delta \quad , \tag{14}$$

$\Omega_{11}(0) \equiv \sigma_{1\,e\ell}$ – полное упругое сечение взаимодействия частицы с нуклоном,

$\sigma_1 \equiv \sigma_1^{tot}$ – полное сечение взаимодействия частицы 1 с нуклоном,

$$a_1 = \mathrm{Re}\, f_{11}(0) / \mathrm{Im}\, f_{11}(0) .$$

Поскольку величина

$$W(\vec{b}_1, \vec{b}_2, z) \approx \Omega_{12}(\vec{\beta})\,\rho(\vec{B}, z)$$

$$\left(\vec{\beta} = \vec{b}_1 - \vec{b}_2, \quad \vec{B} = \frac{\vec{b}_1 + \vec{b}_2}{2}\right)$$

существенно отлична от нуля лишь в области $\beta \lesssim d$, а $d \ll R$, то величины $X(\vec{b}_1, z)$, $X^*(\vec{b}_2, z)$, $Y(\vec{b}_1, z)$, $Y^*(\vec{b}_2, z)$ в (11) можно заменить с точностью до членов порядка d/R величинами $X(B, z)$,

$X^*(\vec{B}, z)$, $Y(\vec{B}, z)$, $Y^*(\vec{B}, z)$. Такая замена позволяет записать сечение перезарядки на ядре, просуммированное по всем конечным состояниям ядра в виде:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{4\pi} \frac{Z(N)}{A} \int d\vec{\beta}\, d\vec{B}\, e^{i\vec{\Delta}\vec{\beta}}\, \Omega_{12}(\vec{\beta}) \times$$

$$\times \rho(\vec{B}, z)\, dz \Big\{ 1 + \frac{1}{A} \Big[(\Omega_{22}(\vec{\beta}) - \sigma_2) \int_z^{\infty} \rho(z', \vec{B})\, dz' +$$

$$+ (\Omega_{11}(\vec{\beta}) - \sigma_1) \int_{-\infty}^{z} \rho(z', \vec{B})\, dz' \Big] \Big\}^{A-1} \approx$$

$$\approx \frac{1}{4\pi} \frac{Z(N)}{A} \int e^{i\vec{\Delta}\vec{\beta}}\, \Omega_{12}(\vec{\beta})\, \rho(\vec{B}, z)\, dz\, d\vec{\beta}\, d\vec{B} \times$$

$$\times \exp\Big[(\Omega_{11}(\vec{\beta}) - \sigma_1) \int_{-\infty}^{z} \rho(\vec{B}, z')\, dz' +$$

$$+ (\Omega_{22}(\vec{\beta}) - \sigma_2) \int_z^{\infty} \rho(z', \vec{B})\, dz' \Big] =$$

$$= \frac{1}{4\pi} \frac{Z(N)}{A} \int d\vec{\beta}\, e^{i\vec{\Delta}\vec{\beta}}\, \Omega_{12}(\vec{\beta}) \times \tag{15}$$

$$\times N[\sigma_1 - \Omega_{11}(\vec{\beta}),\ \sigma_2 - \Omega_{22}(\vec{\beta})] .$$

В (15)

$$N(\tilde{\sigma}_1, \tilde{\sigma}_2) = \int d\vec{B}\ \frac{e^{-\tilde{\sigma}_2 T(\vec{B})} - e^{-\tilde{\sigma}_1 T(\vec{B})}}{\tilde{\sigma}_1 - \tilde{\sigma}_2} \quad - \tag{16}$$

так называемые эффективные числа нуклонов, а

$$T(\vec{B}) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(z, \vec{B})\, dz ,$$

$$\tilde{\sigma}_1 = \sigma_1 - \Omega_{11}(\vec{\beta}), \quad \tilde{\sigma}_2 = \sigma_2 - \Omega_{22}(\vec{\beta}) .$$

До сих пор предполагалось, хотя это нигде специально не оговаривалось, что плотности распределения протонов $\rho_p(b, z)$ и нейтронов $\rho_n(\vec{b}, z)$ одинаковы, $\rho_p(\vec{b}, z) = \rho_n(\vec{b}, z)$, а сечения взаимодействия частиц 1 и 2 с протонами и нейтронами равны. В общем случае, когда эти условия не выполняются, выражение (15) модифицируется следующим образом:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{4\pi} \frac{Z(N)}{A} \int \Omega_{12}(\vec{\beta})\, e^{i\vec{\Delta}\vec{\beta}}\, d\vec{\beta}\, dB\, dz \times$$

$$\times \rho_{p(n)}(\vec{B}, z) \exp\{ (\Omega_{11,p}(\vec{\beta}) - \sigma_{1p}) Z/A \int_{-\infty}^{z} \rho_p(\vec{B}, z')\, dz' +$$

$$+ (\Omega_{11,n}(\vec\beta) - \sigma_{1n})\, N/A \int_{-\infty}^{z} \rho_n(\vec B, z')\,dz' +$$

$$+ (\Omega_{22,p}(\vec\beta) - \sigma_{2p})\, Z/A \int_{z}^{\infty} \rho_p(\vec B, z')\,dz' + \tag{17}$$

$$+ (\Omega_{22,n}(\vec\beta) - \sigma_{2n})\, N/A \int_{z}^{\infty} \rho_n(\vec B, z')\,dz' \} .$$

Проинтегрировав выражение (17) по t, нетрудно получить, что отношение полного сечения перезарядки на ядре к полному сечению перезарядки на свободном нуклоне является функцией лишь полных неупругих сечений ($\sigma_{in} = \sigma_{tot} - \sigma_{el}$) взаимодействия частиц 1 и 2 с нуклонами.

Этот результат имеет простую интерпретацию, а именно: упругая часть взаимодействия частиц 1 и 2 с нуклонами может изменить лишь угловые распределения вылетающих из ядра частиц, но не может изменить величины их полного выхода из ядра[x/].

4. Если в выражении (17) пренебречь величинами Ω_{11} и Ω_{22}, то получится известный квазиклассический результат для сечения перезарядки (см. [/2/]):

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma_0}{dt}\,\frac{Z(N)}{A} \int \rho_{p(n)}(\vec B, z)\,dz\,d\vec B \times$$

[x/] Авторы благодарят за это замечание Н.Н. Петрова.

$$\times \exp[-\sigma_{1n}\frac{N}{A}\int_{-\infty}^{z}\rho_n(\vec{B},z')dz' - \sigma_{1p}Z/A\int_{-\infty}^{z}\rho_p(\vec{B},z')dz' -$$

$$-\sigma_{2n}\frac{N}{A}\int_{z}^{\infty}\rho_n(\vec{B},z')dz' - \sigma_{2p}Z/A\int_{z}^{\infty}\rho_p(\vec{B},z')dz'], \tag{18}$$

где

$$\frac{d\sigma_0}{dt} = \frac{d\sigma_{1+N\to 2+N'}}{dt}.$$

Подобное пренебрежение,как уже отмечалось в литературе /1-3/, вносит погрешность порядка $\epsilon = \sigma_{el}/\sigma_{tot} \approx 0{,}1-0{,}2$ в величину дифференциального сечения при малых передачах $t \lesssim 0{,}1\,(\frac{GeV}{c})^2$. Однако при больших передачах эффект перерассеяний высшей кратности, описываемых величинами Ω_{11} и Ω_{22}, становится существенным, и поэтому в этой области передач использование простого квазиклассического рассмотрения может оказаться некорректным. На рис. 1 приведены отношения R величин $d\sigma/dt$, рассчитанных по формуле (15) и по формуле (18), в которой положено $\rho_p = \rho_n = \rho$, $\sigma_{1p} = \sigma_{1n}$, $\sigma_{2p} = \sigma_{2n}$. Кривая 1 отвечает процессам перезарядки $\pi^- A \to \pi^0 A'$, $\pi^- A \to \rho^0 A'$ и т.д., кривая 2 - процессам фоторождения заряженных мезонов $\gamma A \to \pi^{\pm} A'$, $\gamma A \to \rho^{\pm} A'$ и, наконец, кривая 3 - процессу рождения нейтральной нуклонной изобары протонами $p + A \to \Delta^0 + A'$. Сечения (полные и дифференциальные) взаимодействия ρ-мезонов с нуклонами полагались равными π-мезон-нуклонным сечениям, а сечения взаимодействия изобары с нуклонами - равными нуклон-нуклонным. Предполагалась также экспоненциальная зависимость амплитуд от инвариантной передачи $f(\Delta_\perp) = f(0)\,e^{-a/2\,\Delta_\perp^2}$ с параметром наклона $a = 10\,(\frac{GeV}{c})^{-2}$. Плотность распределения ядерной материи выбиралась в виде

$$\rho(\vec{r}) = \frac{1}{\pi^{3/2} r_0^3} e^{-r^2/r_0^2 A^{2/3}} \quad , \text{где} \quad r_0^2 = 0{,}88\ F^2 .$$

Отношения R в этой модели почти не зависят от атомного номера A при $A > 20$. Результаты расчётов, приведенные на рисунке, относятся к $A = 27$ (Al). Как видно, предсказания классической теории поглощения /2/ и предсказания теории многократного рассеяния при передачах $t \approx 0{,}5$ (Гэв/с)^2 сильно различаются. Тем самым ошибка, вносимая в определение величины $d\sigma_0/dt$ в результате ядерных измерений $d\sigma/dt$ с использованием формул типа (18) вместо (17) становится сравнимой с самой измеряемой величиной при больших передачах t.

Если дифференциальные сечения рождения резонансов $d\sigma_0/dt$ известны из прямых измерений на нуклонах, то их рождение на ядрах при малых передачах $t \lesssim 0{,}1$ позволяет определить полные сечения их взаимодействия с нуклонами ($d\sigma/dt \approx \frac{d\sigma_0}{dt} N(\sigma_1, \sigma_2)$), а изучение их рождения при больших передачах несёт также информацию о дифференциальных сечениях упругого рассеяния резонансов на нуклонах.

Авторы признательны Л.И. Лапидусу и Ч. Цэрэну за интерес к работе и обсуждения. Один из авторов (С.Г.) благодарит С.Г. Матиняна за обсуждения.

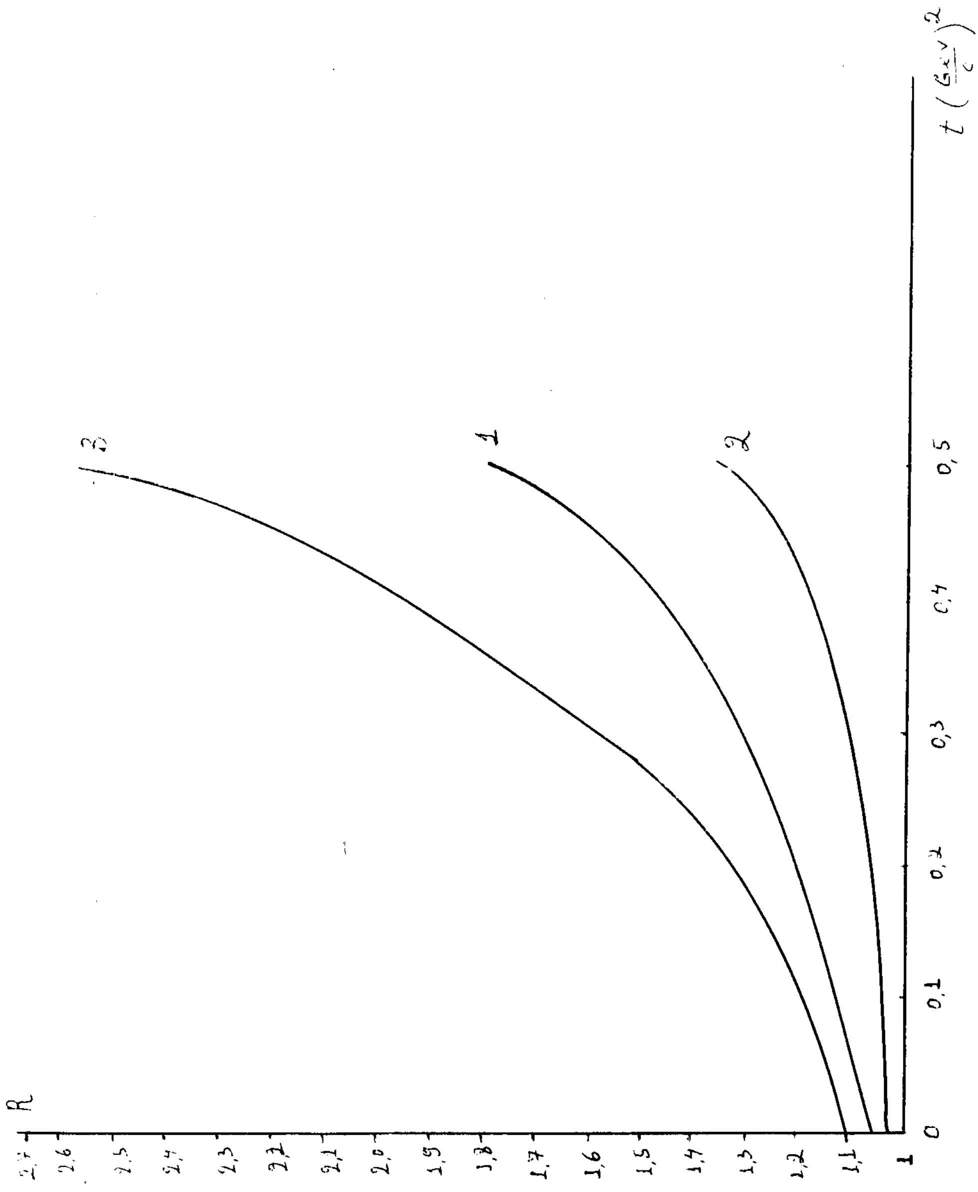
Литература

1. J. Formanek and J.S. Trefil. Nucl. Phys., B3, 155 (1967);
   B4, 165 (1968);
   K.S. Kolbig, B. Margolis. Nucl. Phys., B6, 85 (1968).
2. O. Kofoed-Hansen and B. Margolis. Nucl. Phys., B11, 455 (1969).

3. R.J. Glauber. High Energy Phys. and Nuclear Structure. (North-Holland Publ. Comp. Amsterdam, 1967), p. 311 ; R.G. Glauber, G. Matthiae. Nucl. Phys., B21 , 135 (1970).

4. С.Р. Геворкян, А.В. Тарасов, Ч. Цэрэн. Препринт ОИЯИ, Р2-5604, Дубна, 1971.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 апреля 1971 года.


R
1
1,1
1,2
1,3
1,4
1,5
1,6
1,7
1,8
1,9
2,0
2,1
2,2
2,3
2,4
2,5
2,6
2,7
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
1
2
3