ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р 2-5717

В.Г. Кадышевский

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ С НЕЕВКЛИДОВЫМ ПРОСТРАНСТВОМ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ИМПУЛЬСОВ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1971

P 2-5717

В.Г.Кадышевский

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ С НЕЕВКЛИДОВЫМ ПРОСТРАНСТВОМ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ИМПУЛЬСОВ

Доклад на II Международном совещании по нелинейной и нелокальной квантовой теории поля в Азау, 15-25 марта 1970 г.

I. Введение

Современную квантовую теорию поля формально можно представить себе как некоторую бесконечную совокупность матричных элементов различных операторов (S - матрицы, функций Грина, операторов полей и т.п.), подчиняющихся бесконечной системе зацепляющихся интегральных уравнений. Благодаря трансляционной инвариантности в каждом из этих матричных элементов можно выделить 4-мерную δ - функцию, выражающую закон сохранения 4-импульса, а затем вообще удалить эту δ - функцию из уравнений[x)]. Матричные элементы без δ - функции будем называть приведенными.

Данные величины зависят от полного импульса лишь параметрически, поскольку в уравнениях по этой переменной нет интегрирования. Основными переменными в приведенных матричных элементах являются относительные импульсы.

---

x) Мы предполагаем, что все несвязные матричные элементы исключены из рассмотрения с помощью соответствующей перестройки данной системы уравнений.

ясно, что вся информация динамического характера содер-
итси именно в приведенных матричных элементах. Если мы не
довлетворены тем, как существующая теория описывает взаимо-
ействие элементарных частиц, то усовершенствование этой
еории экономнее всего начинать именно с приведенных матрич-
ых элементов, сохраняя диагональность по суммарному 4-им-
ульсу.

В настоящей работе будут изложены некоторые предвари-
ельные соображения о построении обобщенной квантовой теории,
спользующем новое понятие относительного импульса, благода-
я чему модифицируются приведенные матричные элементы. В
пределенной мере работу можно рассматривать как новую версию
звестной схемы Снайдера/1/ (см. также/2-5/).

2. Суммарный и относительный импульсы в обычной теории

Рассмотрим для примера трехточечную функцию Вайтмана,
твечающую скалярному полю $\varphi(x)$:

$$W(x_1, x_2, x_3) = \langle 0 | \varphi(x_1)\varphi(x_2)\varphi(x_3) | 0 \rangle. \tag{2.1}$$

силу трансляционной инвариантности, очевидно,

$$W(x_1, x_2, x_3) = \langle 0 | \varphi\left(x_1 - \frac{x_1+x_2+x_3}{3}\right)\varphi\left(x_2 - \frac{x_1+x_2+x_3}{3}\right)\varphi\left(x_3 - \frac{x_1+x_2+x_3}{3}\right) | 0 \rangle \tag{2.2}$$

Отсюда, полагая

$$\varphi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{ipx} \varphi(p)\, d^4p ,$$

находим без труда:

$$W(p_1, p_2, p_3) \equiv \langle 0 | \varphi(p_1)\varphi(p_2)\varphi(p_3) | 0 \rangle =$$
$$= \delta^{(4)}\left(\frac{p_1+p_2+p_3}{3}\right) \int d^4v \langle 0 | \varphi(p_1-v)\varphi(p_2-v)\varphi(p_3-v) | 0 \rangle. \tag{2.3}$$

Соотношение (2.3) выражает трансляционную инвариантность
теории средствами p - представления.

Введем обозначение :

$$\tilde{W}(p_1, p_2, p_3) = \int d^4v \langle 0 | \varphi(p_1-v)\varphi(p_2-v)\varphi(p_3-v) | 0 \rangle \tag{2.4}$$

Легко видеть, что

$$\tilde{W}(p_1+k, p_2+k, p_3+k) = \int d^4v \langle 0 | \varphi(p_1-k-v)\varphi(p_2-k-v)\varphi(p_3-k-v) | 0 \rangle =$$
$$= \tilde{W}(p_1, p_2, p_3). \tag{2.5}$$

Таким образом, функция $\tilde{W}(p_1, p_2, p_3)$ инвариантна от-
носительно сдвигов в p - пространстве и, следовательно,
может зависеть лишь от разностей импульсов. Теперь, принимая
во внимание инвариантность $\tilde{W}$ относительно лоренцевских

поворотов, мы вправе утверждать, что эта функция инвариантна относительно всей 10-параметрической группы движений 4-мерного псевдоевклидова p - пространства[x]).

Представление $W(p_1, p_2, p_3)$ в виде

$$W(p_1, p_2, p_3) = \delta^{(4)}\left(\frac{p_1+p_2+p_3}{3}\right)\int d^4v\, W(p_1-v, p_2-v, p_3-v) \tag{2.6}$$

обладает свойством "неприводимости" в следующем смысле: если функцию $W(p_1-v, p_2-v, p_3-v)$, стоящую под знаком интеграла, саму записать в виде (2.6), то формула (2.6) останется неизменной. Действительно,

$$W(p_1, p_2, p_3) = \delta^{(4)}\left(\frac{p_1+p_2+p_3}{3}\right)\int d^4v \left\{ \delta^{(4)}\left(\frac{p_1+p_2+p_3}{3} - v\right) \cdot \right. \tag{2.7}$$

$$\left. \cdot \int d^4\gamma\, W(p_1-v-\gamma, p_2-v-\gamma, p_3-v-\gamma)\right\} =$$

$$= \delta\left(\frac{p_1+p_2+p_3}{3}\right)\int W(p_1-\gamma, p_2-\gamma, p_3-\gamma)\, d^4\gamma.$$

При получении соотношений (25) и (2.7) мы использовали то обстоятельство, что интегрирование во всех рассматриваемых формулах является инвариантным интегрированием на четырехпараметрической группе сдвигов p - пространства (T_4). Групповая операция в T_4 совпадает с обычным сложением векторов:

$$p = q + U, \tag{2.8}$$

а элемент группового объема - с элементом объема самого p - пространства.

x) Данная группа изоморфна группе Пуанкаре.

Теперь предположим, что нам заданы n 4-импульсов $p^{(1)}, p^{(2)}, \dots, p^{(n)}$. Определим суммарный импульс

$$P = p^{(1)} + p^{(2)} + \dots + p^{(n)} \tag{29}$$

и положим

$$U = \frac{P}{n}. \tag{2.10}$$

Векторы

$$q^{(i)} = p^{(i)} - U \qquad (i = 1, 2, \dots, n) \tag{2.11}$$

будем называть относительными импульсами. Как видно из (2.11), эти величины возникают из векторов $p^{(i)}$ $(i = 1, 2, \dots, n)$ в результате сдвига на один и тот же вектор $-U$. Ясно также, что все q_i инвариантны относительно преобразования

$$p^{(i)} \to p^{(i)} + a. \tag{2.12}$$

Кроме того,

$$\sum_{i=1}^{n} q^{(i)} = 0. \tag{2.13}$$

3. Переход к кривому пространству относительных импульсов

Гипотеза, которая будет положена в основу дальнейших построений, формулируется так: относительные 4-импульсы в квантовой теории поля принадлежат пространству постоянной кривизны, реализованному на пятимерном гиперболоиде

$$p_0^2 - p_1^2 - p_2^2 - p_3^2 - p_4^2 = -\frac{\hbar^2}{\ell^2}. \tag{3.I}$$

Параметр ℓ играет роль <u>фундаментальной длины</u>. При $\ell \to 0$ все относительные импульсы становятся приближенно псевдоевклидовыми, и мы возвращаемся к обычной теории. Далее будет удобно выбрать систему единиц, в которой

$$\hbar = \ell = c = 1. \tag{3.2}$$

При этом "плоский" предельный случай будет соответствовать области относительных импульсов, определяемой неравенством

$$|p| \ll 1. \tag{3.3}$$

Ясно, что переход к неевклидовым относительным импульсам неизбежно приводит к модификации понятия относительного расстояния. Другими словами, в развиваемой схеме частицы, находящиеся одна от другой на малых пространственно-временных расстояниях, должны описываться совершенно иначе по сравнению с общепринятым подходом, использующим псевдоевклидовы относительные импульсы.

Если мы рассматриваем одну частицу, то понятия 4-импульс и относительный 4-импульс для неё тождественны. Поэтому, чтобы не войти в противоречие с нашим основным предположением, мы должны считать 4-импульсы отдельных частиц векторами пространства постоянной кривизны. Сразу может возникнуть вопрос: чем отличаются при таком подходе изолированные элементарные частицы и, скажем, комплексы элементарных частиц, рассматриваемые

как одно целое? Ответ на этот вопрос должен основываться на определённом "критерии элементарности", выработать который - одна из задач данной схемы. Сейчас же мы, опираясь на некоторые полуинтуитивные соображения, предположим, что массы элементарных частиц и, возможно, резонансов удовлетворяют соотношению

$$m \leqslant 1. \tag{3.4}$$

Если 4-импульсы элементарных частиц принадлежат гиперболоиду (3.I), то можно ввести в рассмотрение вектор 5-импульса частицы

$$p_L = (p_0, p_1, p_2, p_3, p_4), \tag{3.5}$$

где

$$p_4 = \sqrt{1 + p^2}. \tag{3.6}$$

Пусть теперь в нашем распоряжении имеются два таких 5-импульса:

$$\begin{aligned} p_L^{(1)} &= (p_\ell^{(1)}, p_4^{(1)}) \\ p_L^{(2)} &= (p_\ell^{(2)}, p_4^{(2)}). \end{aligned} \tag{3.7}$$

Образуем 5-вектор

$$P_L = p_L^{(1)} + p_L^{(2)} \tag{3.8}$$

и рассмотрим два случая:

а) $(p_0^{(1)} + p_0^{(2)})^2 - (\vec{p}^{(1)} + \vec{p}^{(2)})^2 \equiv S < (p_4^{(1)} + p_4^{(2)})^2$

б) $S \geqslant (p_4^{(1)} + p_4^{(2)})^2.$

Если выполнено неравенство а), то, очевидно,

$$P_L^2 = P^2 - P_4^2 < 0. \tag{3.9}$$

Введем единичный 5-вектор, который в дальнейшем будем называть 5-скоростью:

$$U_K = P_K / \sqrt{-P_L^2} \qquad (K = 0,1,2,3,4) \tag{3.10}$$

$$U_K^2 = -1.$$

Ясно, что 5-скорость принадлежит тому же пространству (3.I), что и каждый из векторов (3.7). В "плоском" пределе

$$\sqrt{-P_L^2} \to \sqrt{(1+1)^2} = 2, \tag{3.11}$$

так что, в силу (4.I0),

$$U_K \to \left(\frac{p^{(1)} + p^{(2)}}{2}, 1 \right). \tag{4.12}$$

Следовательно, возникает возможность рассматривать 5-скорость как "кривой" аналог половины суммарного 4-импульса (см.(2.I0) при $n = 2$) и использовать этот вектор для построения "кривых" относительных импульсов (см. (2.II) при $n = 2$). Конечно, для обобщения соотношений (2.II) необходимо иметь подходящее определение операции сдвига в пространстве постоянной кривизны.

В работах[2-5] изучались различные совокупности преобразований сдвига на гиперболоиде (3.I), каждая из которых,

однако, не являлась группой, подобной $T(4)$. Теперь мы намерены использовать 4-параметрические преобразования пространства (3.I), образующие группу и переходящие в плоском пределе в сдвиги $T(4)$. Более подробно эта новая группа будет рассмотрена в следующем пункте. Здесь же мы только введем обозначение для самой групповой операции :

$$q = p \oplus k \tag{3.13}$$

и для так называемого обратного вектора:

$$\text{обратный вектор} \equiv k^{-1}. \tag{3.14}$$

Смысл этого понятия ясен из соотношений:

$$0 = k \oplus k^{-1}, \quad q^{-1} = (p \oplus k)^{-1} = k^{-1} \oplus p^{-1}. \tag{3.15}$$

Поскольку данная группа сдвигов является подгруппой в $O(4,1)$ – I0-параметрической группе движений пространства (3.I) (см., например,[2]), то в терминах 5-векторов преобразование (3.I3) является линейным по величинам p_L и q_L :

$$q_L = \Lambda_L^{\ M}(k)\, p_M \qquad (L, M = 0,1,2,3,4), \tag{3.16}$$

где $\Lambda_L^{\ M}(k)$ – суть элементы 5x5 матрицы, принадлежащей пятимерному представлению группы $O(4,1)$.

Аналогом равенства (3.I5) служит соотношение

$$O_L = \Lambda_L^{\ M}(k^{-1})\, k_M, \tag{3.17}$$

где

$$O_L = (0,0,0,0,1). \tag{3.18}$$

Положим теперь (ср. с (2.II))

$$q^{(1)} = p^{(1)} \oplus U^{-1}$$
$$q^{(2)} = p^{(2)} \oplus U^{-1}, \quad (3.19)$$

где U^{-1} – вектор, обратный вектору U, определенному в (3.10). Векторы $q^{(1)}$ и $q^{(2)}$ в дальнейшем в нашей схеме будут рассматриваться как <u>относительные</u> импульсы. Для этого имеются следующие основания. Во-первых, импульсы $q^{(1)}$ и $q^{(2)}$ принадлежат пространству постоянной кривизны (3.I), поскольку ему принадлежали векторы $p^{(1)}$ и $p^{(2)}$, а операция $\oplus$ является движением пространства. Во-вторых, при преобразованиях сдвига

$$p^{(i)} \to p^{(i)} \oplus a \quad (3.20)$$

(ср. с (2.I2)) величины $q^{(i)}$ остаются неизменными. В самом деле, при сдвиге всего пространства (3.I) на величину a вектор 5-скорости в силу своей принадлежности тому же пространству также сдвигается на a:

$$U \to U \oplus a. \quad (3.21)$$

Поэтому, принимая во внимание (3.I5), будем иметь из (3.I9):

$$q^{(i)} \to (p^{(i)} \oplus a) \oplus a^{-1} \oplus U^{-1} = p^{(i)} \oplus (a \oplus a^{-1}) \oplus U^{-1} = \quad (3.22)$$
$$= q^{(i)} \qquad (i = 1,2).$$

Заметим, что здесь нами использовано свойство ассоциативности операции $\oplus$, которым не обладали сдвиги, рассматривавшиеся в работах/2-5/.

Наконец, покажем, что для "кривых" относительных импульсов (3.I9) существует соотношение, обобщающее равенство (2.I3) при $n = 2$. С этой целью запишем (3.I9) в линеаризованной форме (3.I6):

$$q_L^{(1)} = \Lambda_L (U^{-1})^M P_M^{(1)}$$
$$q_L^{(2)} = \Lambda_L (U^{-1})^M P_M^{(2)}. \quad (3.23)$$

Складывая эти равенства и деля обе части на 5-инвариантный $\sqrt{-P_K^2}$, получим:

$$(q_L^{(1)} + q_L^{(2)}) \Big/ \sqrt{-P_K^2} = \Lambda_L (U^{-1})^M \frac{P_M}{\sqrt{-P_K^2}} = \quad (3.24)$$
$$= \Lambda_L (U^{-1})^M U_M ,$$

откуда, в силу (3.I7)-(3.I8)

$$q_L^{(1)} + q_L^{(2)} = \left(0, 0, 0, 0, \sqrt{-P_K^2}\right). \quad (3.25)$$

Сходство этого соотношения с (2.I3) является очевидным.

Принимая во внимание (3.25) и вспоминая, что

$$(q_L^{(1)})^2 = (q_L^{(2)})^2 = -1 ,$$

можно написать также:

$$q_L^{(1)} = \left(q, \frac{\sqrt{-P_K^2}}{2}\right) = \left(q, \sqrt{1+q^2}\right)$$
$$q_L^{(2)} = \left(-q, \frac{\sqrt{-P_K^2}}{2}\right) = \left(-q, \sqrt{1+q^2}\right). \quad (3.26)$$

Итак, при соблюдении условия а) для системы двух частиц мы обобщили на случай пространства постоянной кривизны понятия относительного импульса и половины суммарного импульса[+)]

Каков кинематический смысл условия а)? Рассмотрим случай, когда обе частицы являются свободными:

$$\begin{aligned} (p^{(1)})^2 = m_1^2 \quad &, \quad p_4^{(1)} = \sqrt{1+m_1^2} \\ (p^{(2)})^2 = m_2^2 \quad &, \quad p_4^{(2)} = \sqrt{1+m_2^2} . \end{aligned} \tag{3.27}$$

В системе центра масс можно положить:

$$p^{(1)} = \left(\sqrt{m_1^2 + \vec{p}^{\,2}} \;, \; \vec{p} \right)$$

$$p^{(2)} = \left(\sqrt{m_2^2 + \vec{p}^{\,2}} \;, -\vec{p} \right) ,$$

откуда, как обычно,

$$S = \left(p^{(1)} + p^{(2)} \right)^2 = \left(\sqrt{m_1^2 + \vec{p}^{\,2}} + \sqrt{m_2^2 + \vec{p}^{\,2}} \right)^2 \tag{3.28}$$

Таким образом, условие а) эквивалентно следующему ограничению на относительный импульс $\vec{p}^{\,2}$ двухчастичной системы:

$$\vec{p}^{\,2} < 1 \tag{3.29}$$

Если же

$$\vec{p}^{\,2} \geq 1 , \tag{3.30}$$

то справедливо условие б). Эта область не имеет "плоского" аналога и заслуживает особого исследования, которое, однако,

---

x) Распространение данного результата на системы с большим числом частиц осуществляется тривиально.

здесь придется опустить из-за недостатка места. Укажем лишь, что относительные 4-импульсы в этом случае вводятся с помощью соотношений типа (3.23), причём аналогом условия (3.25) является равенство

$$q_L^{(1)} + q_L^{(2)} = \left(\sqrt{P_K^2} , 0,0,0,0 \right) . \tag{3.31}$$

4. Группа сдвигов в пространстве постоянной кривизны

В этом пункте мы сосредоточим ряд формул, которые необходимо знать при работе с группой сдвигов пространства (3.I). Все наводящие соображения, доказательства и прочие вещи, свойственные подробному изложению, здесь опущены.

Вначале введем на гиперболоиде (3.I) орисферическую систему координат (ω , $\vec{x}$), полагая

$$\begin{aligned} p_4 + p_0 &= e^{\omega} \\ p_4 - p_0 &= e^{-\omega} - e^{\omega} \vec{x}^{\,2} \\ \vec{p} &= e^{\omega} \vec{x} \end{aligned} \tag{4.I}$$

Отсюда непосредственно находим, что элемент объема гиперболоида $d\Omega_p = \frac{d^4 p}{\sqrt{1+p^2}}$ в новых переменных принимает вид:

$$d\Omega_p = e^{3\omega} \, d\omega \, d^3\vec{x} . \tag{4.2}$$

Можно легко убедиться также, что 5-инвариант

$$p_0^{(1)} p_0^{(2)} - \vec{p}^{\,(1)} \vec{p}^{\,(2)} - p_4^{(1)} p_4^{(2)} = p_L^{(1)} p_L^{(2)} \quad (L = 0,1,2,3,4)$$

в координатах (4.I) выглядит следующим образом:

$$p_L^{(1)} p_L^{(2)} = e^{\omega_1+\omega_2} \left(\vec{x}_1-\vec{x}_2\right)^2 - ch\left(\omega_1-\omega_2\right) \qquad (4.3)$$

Теперь сформулируем основное утверждение:

преобразования вида

$$\begin{aligned} \omega' &= \omega + \alpha \\ \vec{x}' &= e^{-\alpha}\vec{x} + \vec{\sigma} \end{aligned} \qquad (4.4)$$

образуют четырехпараметрическую (неабелеву) группу, оставляющую инвариантной форму (4.3).

Если считать, что $(\omega', \vec{x}')$ является орисферическими координатами точки q на гиперболоиде (3.I), а $(\omega, \vec{x})$ и $(\alpha, \vec{\sigma})$ – есть соответственно аналогичные координаты точек p и k, то можно условиться вместо (4.4) писать символически равенство (3.I3).

Из (4.4) и (3.I5) следует, что орисферические координаты точки k^{-1} суть величины:

$$\left(-\alpha, -e^{\alpha}\vec{\sigma}\right) \qquad (4.5)$$

Выражение для $d\Omega_p$ из (4.2) теперь можно трактовать как правоинвариантный элемент объема на группе (4.4):

$$d\Omega_{p\oplus k} = d\Omega_p . \qquad (4.6)$$

В плоском пределе, когда

$$|p_0|, |\vec{p}| \ll 1$$
$$|\omega|, |\vec{x}| \ll 1 ,$$

очевидно, имеем:

$$\begin{aligned} p_0 &= \omega \\ \vec{p} &= \vec{x} . \end{aligned} \qquad (4.7)$$

Поэтому группа (4.4) переходит в обычную абелеву группу $T(4)$, причем

$$k^{-1} \to \left(-k_0, -\vec{k}\right) . \qquad (4.8)$$

Группа сдвигов (4.4) играет основную роль при формулировке теории поля в импульсном пространстве постоянной кривизны. В частности, весьма важным оказывается фурье-анализ на этой группе, позволяющий ввести в теорию аналог конфигурационного пространства. Мы рассчитываем изложить соответствующий материал в более подробной работе.

5. Применения новой группы сдвигов при записи матричных элементов

Попытаемся использовать формализм, развитый в пунктах 3–4, для записи функции $W(p_1, p_2, p_3)$ (см. пункт I) в терминах p – пространства постоянной кривизны. По аналогии с (2.6) рассмотрим соотношение:

$$W(p_1, p_2, p_3) = \delta^{(4)}(U) \int d\Omega_v W\left(p_1 \oplus v^{-1}, p_2 \oplus v^{-1}, p_3 \oplus v^{-1}\right), \qquad (5.I)$$

где U – вектор 5 – скорости.

Будем считать, что в новой схеме (5.I) выражает трансляционную инвариантность теории. Поскольку

$$\delta^{(4)}(U) = \left(\sqrt{-P_L^2}\right)^4 \delta^{(4)}(P), \qquad (5.2)$$

то сохранение полного 4-импульса, очевидно, продолжает иметь место. Легко видеть также, что функция

$$\widetilde{W}(p_1, p_2, p_3) \equiv \int d\Omega_V\, W(p_1 \oplus V^{-1}, p_2 \oplus V^{-1}, p_3 \oplus V^{-1}) \qquad (5.3)$$

остается инвариантной при сдвигах (3.I3). Действительно,

$$\widetilde{W}(p_1 \oplus k, p_2 \oplus k, p_3 \oplus k) = \int d\Omega_V\, W(p_1 \oplus k \oplus V^{-1}, p_2 \oplus k \oplus V^{-1}, p_3 \oplus k \oplus V^{-1}) =$$

$$= \int d\Omega_V\, W(p_1 \oplus (V \oplus k^{-1})^{-1}, p_2 \oplus (V \oplus k^{-1})^{-1}, p_3 \oplus (V \oplus k^{-1})^{-1}) = \qquad (5.4)$$

$$= \int d\Omega_V\, W(p_1 \oplus V^{-1}, p_2 \oplus V^{-1}, p_3 \oplus V^{-1}) = \widetilde{W}(p_1, p_2, p_3).$$

Отсюда, учитывая лоренцинвариантность $\widetilde{W}$, можно сделать вывод, что эта функция инвариантна относительно всей группы $O(4,1)$.

Далее, оказывается, что представление (5.I) обладает свойством "неприводимости", аналогичным (2.7). В самом деле,

$$W(p_1, p_2, p_3) = \delta^{(4)}(U) \int d\Omega_V\, \delta^{(4)}(U') \cdot \int d\Omega_Y\, W(p_1 \oplus V^{-1} \oplus Y^{-1}, p_2 \oplus V^{-1} \oplus Y^{-1}, p_3 \oplus V^{-1} \oplus Y^{-1}) \qquad (5.5)$$

где U' – 5-скорость, определяемая по векторам

$p_1 \oplus V^{-1}$, $p_2 \oplus V^{-1}$ и $p_3 \oplus V^{-1}$:

$$U_L' = \frac{\Lambda_L^{\ M}(V^{-1})(p_{1M} + p_{2M} + p_{3M})}{\sqrt{-(p_{1K} + p_{2K} + p_{3K})^2}} = \Lambda_L^{\ M}(V^{-1}) U_M, \qquad (5.6)$$

или

$$U' = U \oplus V^{-1} \qquad (5.7)$$

Поскольку

$$\int d\Omega_Y\, W(p_1 \oplus V^{-1} \oplus Y^{-1}, p_2 \oplus V^{-1} \oplus Y^{-1}, p_3 \oplus V^{-1} \oplus Y^{-1}) =$$

$$= \int d\Omega_Y\, W(p_1 \oplus Y^{-1}, p_2 \oplus Y^{-1}, p_3 \oplus Y^{-1}),$$

а

$$\delta^{(4)}(U) \int d\Omega_V\, \delta^{(4)}(U \oplus V^{-1}) = \delta^{(4)}(U),$$

то соотношение (5.5) эквивалентно (5.I).

Таким образом, на примере функции Вайтмана $W(p_1, p_2, p_3)$ мы убедились в том, что можно вполне однозначно перейти к описанию в терминах неевклидовых относительных импульсов, сохраняя диагональность по обычному суммарному импульсу. Оказывается, аналогичная процедура существует и для произвольных матричных элементов, взятых от произведений операторов полей.

В частности, нетрудно развить соответствующее обобщение формализма Бете-Солпитера.

Наша следующая задача – связать данный подход с лагранжевым формализмом в квантовой теории поля.

Л И Т Е Р А Т У Р А :

1. H. Snyder, Phys. Rev., 71, 38 (1947) 72, 68 (1947).

2. Ю.А.Гольфанд, ЖЭТФ, 37, 504 (I959)
43, 256 (I962)
44, I248 (I963)

3. В.Г.Кадышевский, ЖЭТФ, 4I, I885 (I96I)
ДАН ССР, I47, 588 (I962)
I47, I336 (I962)

4. И.Е.Тамм. Труды XII Международной конференции по физике высоких энергий, т. II, стр. 229, Атомиздат (I964).
Proc. of the Intern Conference on Elementary Particles, Kyoto, 1965.

5. Р.М.Мир-Касимов, ЖЭТФ, 49, 905 (I965)
49, II6I (I965)
52, 533 (I967).

Рукопись поступила в издательский отдел
26 марта I97I года.