ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 5716

Э.А. Тагиров

КОНФОРМНО-КОВАРИАНТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1971

Р2 - 5716

Э.А. Тагиров

КОНФОРМНО-КОВАРИАНТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Доклад на II Международном совещании по нелинейной и нелокальной квантовой теории поля в Азау, 15-25 марта 1970 г.

§I.

Известно, сколь плодотворным оказалось изучение приближенных симметрий в динамике элементарных частиц. Обычно в качестве приближенных рассматриваются внутренние симметрии. Однако, по крайней мере, уравнения свободных полей со спином 0, I/2 и I и довольно широкий класс взаимодействий их полей инвариантны относительно конформных преобразований координат в пространстве Минковского (E_4), если пренебречь массами этих полей. Бесконечно-малые конформные преобразования в E_4 декартовых координат x^α, $\alpha, \beta ... = 0, 1, 2, 3$ имеют вид:

$$'x^\alpha = x^\alpha + \varepsilon x^\alpha, \qquad \text{(масштабное преобразование)}$$

$$'x^\alpha = x^\alpha + \varepsilon^\alpha \eta_{\mu\nu} x^\mu x^\nu - 2 x^\alpha \eta_{\mu\nu} \varepsilon^\mu x^\nu, \tag{I}$$

где $\varepsilon, \varepsilon^\alpha$ – бесконечно-малые параметры и $\|\eta_{\alpha\beta}\| = \|diag(1,-1,-1,-1)\|$ – метрический тензор в E_4. В ряде работ (см., например, работы [1,2] и ссылки, данные в них) рассматриваются следствия конформной или только масштабной инвариантности, и, в частности, вытекающие из этого ограничения на асимптотическое поведение амплитуд рассеяния при больших энергиях и передачах импульса, когда можно пренебречь массами всех частиц.

Естественна постановка вопроса о том, какие взаимодействия конформно-инвариантны и не является ли конформная инвариантность, будучи пространственно-временной симметрией, столь же универсальной, как и пуанкаре-инвариантность. В работе [2], хотя, на наш взгляд, и не совсем точно, дан ответ на первую часть вопроса: при некоторых других естественных предположениях написан конформно-инвариантный лагранжиан взаимодействий полей со спином 0,I/2 и I.

В этом докладе мы в некоторой степени коснемся второй части вопроса, рассматривая принцип приближенной конформной ковариантности уравнений движения, который отличается большой общностью и последовательностью и следствием которого является конформная инвариантность в E_4 (но не только она). Этот принцип может быть сформулирован лишь в рамках общей теории относительности, но его следствия будут в весьма сильной степени определять структуру лагранжианов взаимодействий в E_4.

§2.

Приведем сначала основные определения конформного отображения и конформного преобразования.

I. Два псевдоримановых пространства V_4 и $\tilde{V}_4$ с метрическими тензорами $g_{\alpha\beta}(x)$ и $\tilde{g}_{\alpha\beta}(y)$, $x \in V_4$, $y \in \tilde{V}_4$, находятся в конформном соответствии, если в некоторой системе координат y^{α} имеет место равенство:

$$\tilde{g}_{\alpha\beta}(y) = \Omega^2(y)\, g_{\alpha\beta}(y)\,, \tag{2}$$

где $\Omega(y)$-некоторая функция. Отождествляя координаты x и y, будем называть преобразование (2) конформным отображением V_4 на $\tilde{V}_4$.

2. Если в некотором V_4 существует преобразование координат

$$'x^\alpha = 'x^\alpha(x)\ . \tag{3}$$

такое, что

$$'g_{\alpha\beta}('x) \equiv \frac{\partial x^\gamma}{\partial 'x^\alpha}\frac{\partial x^\delta}{\partial 'x^\beta} g_{\gamma\delta}(x) = \omega^2('x)\, g_{\alpha\beta}('x), \tag{4}$$

где $\omega(x)$ – некоторая функция, то (3) называется конформным преобразованием. Оно, очевидно, есть конформное отображение V_4 на себя и возможно только, если бесконечно-малое преобразование, соответствующее (3),

$$'x^\alpha = x^\alpha + \xi^\alpha(x)\varepsilon \tag{3a}$$

(ε – бесконечно-малый параметр) определяется вектором ξ^α, удовлетворяющим уравнению

$$\nabla_\alpha \xi_\beta + \nabla_\beta \xi_\alpha = 2 f(x) g_{\alpha\beta}, \tag{5}$$

где f – некоторая функция, и ∇_α означает ковариантную производную. Если при этом $f \equiv 0$, то в (4) $\omega \equiv 1$, и преобразование (3а) есть движение. В E_4 движениями являются преобразования группы Пуанкаре и вместе с (Iа,б) они образуют I5-параметрическую конформную группу, изоморфную $SO(2,4)$.

Пусть теперь дана некоторая общековариантная система уравнений в V_4; обозначим ее символически

$$\Phi(g_{\alpha\beta}, \nabla_\alpha, \nabla_\alpha\nabla_\beta, \ldots, \Psi) = 0, \tag{6}$$

имея в виду под Ψ всю совокупность искомых функций. Если при конформном отображении (2) можно ввести преобразование

$$\tilde\Psi = \tilde\Psi(\Omega, g_{\alpha\beta}, \Psi), \tag{7}$$

такое, что в силу (6) удовлетворяется соответствующее уравнение в $\tilde{V}_4$:

$$\Phi(\tilde{g}_{\alpha\beta}, \tilde{\nabla}_\alpha, \tilde{\nabla}_\alpha \tilde{\nabla}_\beta, \ldots, \tilde{\Psi}) = 0,$$

то будем называть уравнение (6) конформно-ковариантным.

Нетрудно убедиться, что обще- и конформно-ковариантное уравнение инвариантно относительно конформных преобразований (3) (конформно-инвариантно), если данное V_4 их допускает, в следующем смысле: коль скоро $\Psi(x)$ – решение (6), то и $'\tilde{\Psi} = '\tilde{\Psi}(\omega^{-1}, g_{\alpha\beta}, \Psi)$ является решением (6). Штрих означает преобразование Ψ при произвольных преобразованиях координат: $x \to x'$: $\Psi(x) \to {}'\Psi(x')$.
В этом смысле конморфное отображение (2) находится в таком же отношении к конформным преобразованиям (в частности, к (Ia,б)), в каком общие преобразования координат находятся к движениям и, в частности, к группе Пуанкаре. Эта аналогия станет яснее, если интерпретировать ковариантность уравнения (6) относительно общих бесконечно-малых преобразований вида (3) как ковариантность относительно бесконечно малых преобразований метрики

$$'g_{\alpha\beta}(x) = g_{\alpha\beta}(x) + (\nabla_\alpha \xi_\beta + \nabla_\beta \xi_\alpha)\varepsilon$$

при одновременном преобразовании функций Ψ

$$'\Psi(x) = \Psi(x) + \delta^*\Psi(x),$$

$\delta^*\Psi$ – локальная вариация.

§3.

При конформных отображениях световой конус V_4 отображается на световой конус $\tilde{V}_4$. Более того, при этом изотропная геодезическая отображается на изотропную геодезическую, т.е. уравнения движения классической безмассовой частицы в гравитационном поле конформно-ковариантны. Поэтому было естественно ожидать, что в теории поля конформная ковариантность является общим свойством уравнений безмассовых полей. Это ожидание сразу же оправдалось в отношении уравнения Максвелла и безмассового уравнения Дирака[3].

Сложнее обстояло дело с уравнением скалярного поля. Общепринятое обобщение уравнения Клейна-Фока:

$$\Box \varphi + m^2 \varphi = 0, \quad \Box = \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\alpha \left(\sqrt{-g}\, g^{\alpha\beta} \partial_\beta \right), \quad \partial_\alpha \equiv \frac{\partial}{\partial x^\alpha}, \tag{8}$$

не является конформно-ковариантным при $m^2 = 0$. Пенроуз[4] указал на конформную ковариантность уравнения

$$\Box \varphi + \frac{R}{6} \varphi = 0, \tag{9}$$

где R — скалярная кривизна. Однако замечание Пенроуза носило несколько формальный характер и не изменило отношения к уравнению (8). В работе[5] Н.А.Черниковым и автором настоящей статьи было установлено, что в частном, но важном случае V_4 — в пространстве де Ситтера S_4, квантовая теория скалярного поля <u>при любом $m^2 \geqslant 0$</u> допускает однозначное введение представления Фока, лишь когда она исходит из уравнения в V_4 вида

$$\Box\varphi + \frac{R}{6}\varphi + m^2\varphi = 0. \tag{10}$$

Иначе говоря, только это уравнение описывает квантовое движение свободной скалярной частицы в V_4. Критическим обстоятельством здесь является то, что в S_4 для однозначного введения представления Фока оказалось необходимым рассмотреть условие совпадения высокоэнергетического и квазиклассического пределов для волновых функций частиц. Это условие, тривиально выполняющееся в E_4, может быть выполнено в S_4 только для уравнения (10). Подчеркнем еще раз, что речь идет о квантовой теории поля с массой и следовательно, конформная ковариантность уравнения (9) играет роль приближенной симметрии уравнения (10).

Далее оказалось [5], что основанная на уравнении (10) теория имеет другие привлекательные черты. Во-первых, вариацией соответствующего уравнению (10) лагранжиана по $g_{\alpha\beta}$ получается симметричный тензор энергии-импульса скалярного поля, который в любом V_4, а следовательно и в E_4, при $m^2 = 0$ имеет нулевой след. Этим устраняется известное несоответствие между полями со спином 0 и с большим спином (см. подстрочное примечание к работе [6]). Во-вторых, перестановочная функция безмассового скалярного поля, удовлетворяющего уравнению (9), имеет носителем световой конус, по крайней мере, в любом конформно-плоском V_4. Это естественное для безмассового поля свойство отсутствует в теории с уравнением $\Box\varphi = 0$.

§4.

Таким образом, в теории свободных (т.е. взаимодействующих только с внешней гравитацией) полей и частиц приближенная конформная ковариантность выступает как общее свойство и в определенном смысле необходима [5]. Это является веским поводом к выдвижению приближенной конформной ковариантности как общего требования и в случае взаимодействующих полей. Здесь будут указаны вытекающие из такого требования ограничения на возможные взаимодействия полей со спином 0,1/2 , 1. Исходные предположения следующие:

1. Нарушение конформной ковариантности вызывается лишь членами, пропорциональными массам в свободных лагранжианах.

2. Требование конформной ковариантности формулируем как условие инвариантности интеграла действия.

$$\Big[A=\int\limits_{V_4} dx^0\ldots dx^3\sqrt{-g}\,\mathcal{L}=\tilde{A}=\int\limits_{\tilde{V}_4} dx^0\ldots dx^3\sqrt{-\tilde{g}}\,\tilde{\mathcal{L}}\Big]_{m_i=0} \qquad (11)$$

при равенстве нулю масс покоя m_i всех полей; $\mathcal{L}$ – полный лагранжиан. Из (2) и (9) следует,

$$\tilde{\mathcal{L}}(\tilde{g}_{\alpha\beta},\tilde{\Psi})=\Omega^{-4}\left\{\mathcal{L}(g_{\alpha\beta},\Psi)+\nabla_\gamma G^\gamma(g_{\alpha\beta},\Psi)\right\}, \qquad (12)$$

где G^γ – некоторый вектор.

3. Будем рассматривать лишь полиномиальные по полям и их первым производным лагранжианы взаимодействий $\mathcal{L}^{(i)}$.

4. Будем интересоваться лишь такими членами в $\mathcal{L}^{(i)}$, которые не исчезают при $g_{\alpha\beta}\to\eta_{\alpha\beta}$. Поэтому члены, включающие тензор кривизны $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$, будут рассматриваться лишь постольку, поскольку они необходимы для обеспечения

конформной ковариантности неисчезающих членов.

5. Поля Ψ будем считать классическими, поскольку нас интересует лишь структура лагранжианов взаимодействий.

Трансформационные свойства (7) скалярного φ и спинорного ψ полей, установленные из рассмотрения уравнений свободных безмассовых полей, весьма просты [3,5]:

$$\tilde{\varphi}(x)=\Omega^{-1}(x)\varphi(x),\ \tilde{\psi}(x)=\Omega^{-\frac{3}{2}}(x)\psi(x),\ \tilde{\bar{\psi}}(x)=\Omega^{-\frac{3}{2}}(x)\bar{\psi}(x). \qquad (13)$$

Вообще, если некоторый объект Ψ преобразуется при конформных отображениях по закону $\tilde{\Psi}=\Omega^{s}\Psi$, то будем называть число s вейлевским весом.

Из уравнения Максвелла $\nabla^{\mu}\mathcal{F}_{\mu\nu}=0$ с очевидностью следует закон преобразования при конформных отображениях для тензора электромагнитного поля $\mathcal{F}_{\mu\nu}$: $\tilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu}=\mathcal{F}_{\mu\nu}$.
Однако в лагранжианы взаимодействия входит также и вектор-потенциал A_{α} : $\mathcal{F}_{\mu\nu}=\partial_{\mu}A_{\nu}-\partial_{\nu}A_{\mu}$.
Поэтому возникает необходимость в установлении трансформационного свойства векторного поля A_{α} из формулировки электродинамики в терминах вектор-потенциала. Будем следовать формулировке Ферми: лагранжиан выбирается в виде

$$\mathcal{L}^{(1)}(A_{\alpha})=-\frac{1}{4}\mathcal{F}_{\mu\nu}\mathcal{F}^{\mu\nu}-\frac{1}{2}\left(\nabla_{\mu}A^{\mu}\right)^{2}, \qquad (14)$$

и отдельно накладывается дополнительное условие Лоренца

$$\nabla_{\mu}A^{\mu}=0. \qquad (15)$$

Из лагранжиана (14) следует уравнение

$$g^{\alpha\beta}\nabla_\alpha\nabla_\beta A_\gamma - R_\gamma{}^\alpha A_\alpha = 0. \tag{16}$$

Пользуясь известным соотношением для тензоров Риччи:

$$\tilde{R}_{\alpha\beta} = R_{\alpha\beta} + 2(\nabla_\alpha\partial_\beta \ln\Omega - \partial_\alpha \ln\Omega\,\partial_\beta \ln\Omega + g_{\alpha\beta}\partial_\gamma \ln\Omega\,\partial^\gamma \ln\Omega + g_{\alpha\beta}\Box\ln\Omega,$$

можно показать, что

$$\tilde{A}_\alpha = A_\alpha + \partial_\alpha f, \tag{17}$$

где f — решение уравнения

$$\Box f + 2\partial_\alpha \ln\Omega\,(\partial^\alpha f + A^\alpha) = 0, \tag{18}$$

удовлетворяет уравнению (16) и дополнительному условию (15) в $\tilde{V}_4$, коль скоро A_α удовлетворяет им в V_4. Необходимо подчеркнуть, что градиентное преобразование (17) не имеет отношения к геометризации электромагнитного поля в теории Вейля /7/, а выступает как групповое свойство уравнения (16) с дополнительным условием (15) в рамках римановой геометрии.

Упомянем еще нужные для дальнейшего законы преобразования матриц Дирака:

$$\tilde{\gamma}_\alpha(x) = \Omega(x)\gamma_\alpha(x), \tag{19}$$

и полностью антисимметричного тензора $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}$:

$$\tilde{\varepsilon}_{\alpha\beta\gamma\delta} = \Omega^4\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}. \tag{20}$$

Отсюда следует, что

$$\tilde{\gamma}_5 = \tilde{\varepsilon}_{\alpha\beta\gamma\delta}\tilde{\gamma}^\alpha\tilde{\gamma}^\beta\tilde{\gamma}^\gamma\tilde{\gamma}^\delta = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}\gamma^\alpha\gamma^\beta\gamma^\gamma\gamma^\delta = \gamma_5. \tag{21}$$

§5.

Если учитывать только вейлевские веса полей, все возможные лагранжианы взаимодействий полей со спином 0, I/2, I , удовлетворяющие условию (I2), являются суперпозицией следующих лагранжианов:

скаляр-скалярные взаимодействия:

$$\mathcal{L}^{(i)}(\varphi) = a_{kenp} \overset{(k)}{\varphi} \overset{(e)}{\varphi} \overset{(n)}{\varphi} \overset{(p)}{\varphi} ; \tag{22}$$

скаляр-спинорные взаимодействия:

$$\mathcal{L}^{(i)}(\varphi, \psi, \overline{\psi}) = b_{ken} \overline{\overset{(k)}{\psi}} \overset{(e)}{\psi} \overset{(m)}{\varphi} + c_{pqz} \overline{\overset{(p)}{\psi}} \gamma^5 \overset{(q)}{\psi} \overset{(z)}{\varphi} ; \tag{23}$$

скаляр-векторные взаимодействия:

$$\mathcal{L}^{(i)}(\varphi, A_\alpha) = d_{kepq} \overset{(k)}{\varphi} \overset{(e)}{\varphi} \overset{(m)}{A_\alpha} \overset{(n)}{A}{}^\alpha + f_{pqz} (\overset{(p)}{\varphi} \partial_\alpha \overset{(q)}{\varphi} - \overset{(q)}{\varphi} \partial_\alpha \overset{(p)}{\varphi}) \overset{(z)}{A}{}^\alpha ; \tag{24}$$

спинор-векторные взаимодействия:

$$\mathcal{L}^{(i)}(\psi, \overline{\psi}, A_\alpha) = e_{kem} \overline{\overset{(k)}{\psi}} \gamma^\alpha \overset{(e)}{\psi} \overset{(m)}{A_\alpha} + g_{npq} \overline{\overset{(n)}{\psi}} \gamma^\alpha \gamma^5 \overset{(p)}{\psi} \overset{(q)}{A_\alpha} ; \tag{25}$$

вектор-векторные взаимодействия:

$$\mathcal{L}^{(i)}(A_\alpha) = h_{kemn} \overset{(k)}{A_\alpha} \overset{(e)}{A}{}^\alpha \overset{(m)}{A_\beta} \overset{(n)}{A}{}^\beta + j_{pqz} \overset{(p)}{A_\alpha} \overset{(q)}{A_\beta} \overset{(z)}{F}{}^{\alpha\beta} + \tag{26}$$
$$+ \varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} (j_{stuv} \overset{(s)}{A_\alpha} \overset{(t)}{A_\beta} \overset{(u)}{A_\gamma} \overset{(v)}{A_\delta} + K_{wxy} \overset{(w)}{A_\alpha} \overset{(x)}{A_\beta} \overset{(y)}{F}_{\gamma\delta}) .$$

В формулах (22) - (26) индексы $k, l, n, \dots, x, y$ отмечают различные поля с одним и тем же спином, причем один и тот же индекс в разных формулах может обозначать разные поля, a_{klnp}, $b_{kln}, \dots$ — константы взаимодействия и, что очень важно, они все безразмерные. Таким образом, условие (I2) приводит к минимальным взаимодействиям.

Далее, надо еще потребовать, чтобы лагранжианы (24)-(26) возможно вместе со свободными лагранжианами $\mathcal{L}^{(f)}$ рассматриваемых полей были инвариантны относительно градиентного преобразования (I7). Рассмотрим, как наиболее простой пример, взаимодействие одного спинорного и одного векторного поля. Тогда для спинорного поля с $m_\psi \neq 0$, согласно первому из исходных предположений (§4), мы должны положить в лагранжиане (25) $g = 0$ и изменить закон преобразования (I3) при конформных отображениях следующим образом

$$\tilde{\psi}(x) = \Omega^{-\frac{3}{2}} e^{ief(x)} \psi(x), \quad \tilde{\bar{\psi}}(x) = \Omega^{-\frac{3}{2}} e^{-ief(x)} \bar{\psi}(x),$$

т.е. ввести обобщенные фазовые преобразования.

Теория, описываемая полным лагранжианом

$$\mathcal{L}(\psi, \bar{\psi}, A_\alpha) = \mathcal{L}^{(f)}(\psi, \bar{\psi}) + \mathcal{L}^{(f)}(A_\alpha) + \mathcal{L}^{(i)}(\psi, \bar{\psi}, A_\alpha),$$

совпадает со спинорной электродинамикой с тем отличием, что, согласно принятой здесь концепции приближенной конформной ковариантности, масса поля A_α не обязательно равна нулю.

Без особых принципиальных затруднений можно было бы перебрать возможные градиентно-инвариантные взаимодействия вида (24) - (26) различного числа векторных, спинорных и скалярных полей, но было бы это всего лишь повторением результатов фундаментальных работ[8-12] по калибровочной теории элементарных взаимодействий. Как известно, важнейшими из этих результатов были, во-первых, построение векторной теории сильных взаимодействий[9,10], в которой сохранение числа барионов, изоспина и странности появляются весьма естественно, и во-вторых, ограничение возможных внутренних симметрий простыми группами[10,12].

Исходными положениями этих работ были безразмерность констант взаимодействий и локальная фазовая инвариантность (в работах[12] - требование, чтобы взаимодействующие поля переносили определенный спин), выдвигаемые как два независимых требования. Как мы видим,на самом деле они оба могут рассматриваться как следствия конформной ковариантности - требования, отличающегося ясностью геометрического смысла и общности.

Огиевецким и Полубариновым[12] были выдвинуты серьезные возражения против " компенсационной" трактовки калибровочной инвариантности в работах[8-11]. С этой точки зрения принцип конформной ковариантности имеет то преимущество, что он выдвигает на первое место градиентное преобразование (17) векторного поля и уже из требования инвариантности относительно этого преобразования следуют локальные фазовые преобразования.

Подводя итоги, можно было бы сказать, что принцип конформной ковариантности выделяет в E_4 взаимодействия, в которых поля переносят определенный спин (взаимодействия класса А по терминологии Огиевецкого и Полубаринова /12/). По-видимому, к такому же результату приведет и рассмотрение одних только конформных преобразований в E_4 : масштабная инвариантность выразится в безразмерности констант взаимодействия, и, кроме того, известно /13/, что при конформных преобразованиях (16) векторное поле должно быть подвергнуто градиентному преобразованию, хотя и весьма специального, по сравнению с (17), вида. Однако мало того, что такой подход приводит к потере общности и геометрической прозрачности смысла, он и с чисто вычислительной точки зрения более сложен.

Отметим один весьма интересный в отношении перспектив факт. Обобщенные фазовые и градиентные преобразования, индуцированные конформными отображениями и, следовательно, конформными преобразованиями в E_4 , приводят к линейным преобразованиям членов мультиплетов и супермультиплетов, реализующих представления той или иной простой группы, например, к вращению в изотопическом и "унитарном" пространстве в $SU(3)$-симметричной теории. Но даже независимо от своих перспектив рассмотренный здесь подход уже может служить хорошей иллюстрацией к неоднократно выдвигавшемуся тезису, что между теорией элементарных частиц и общей теорией относительности, возможно, существует более тесная связь, чем это на первый взгляд кажется.

Автор весьма признателен проф. Н.А. Черникову за ценные указания и поддержку и А.В. Ефремову за полезные обсуждения.

Литература

1. H.Mitter, Nuovo Cim. 32, 1789 (1964).
2. D.Gross, J.Wess. Preprint TH 1076-CERN (1969).
3. H.Mariari, I.Ueno, Progr.Theor.Phys. 24, 593 (1960).
4. R.Penrose, Relativity, Groups and Topology, Gordon and Breach, 1964, p. 565.

   русский перевод: Гравитация и топология, МИР, 1966, стр.152.
5. N.A.Chernikov, E.A.Tagirov, Ann.Instr.H.Poincare, 9, 109(1968); Препринт ОИЯИ P2-3777 (1968).
6. D.Brill, J.Wheeler, Rev.Mod.Phys. 29, 465-479 (1957).

   русский перевод: Новейшие проблемы гравитации, ИЛ, 1961. стр.419.
7. G.Weyl, Raum-Zeit-Materie, Springer, Berlin (1923).
8. C.N.Yang, R.L.Mills, Phys.Rev. 96, 191 (1956).
9. J.Sakurai, Ann.Phys., 11, 1 (1960).
10. S.L.Glashow, M.Gell-Mann, Ann.Phys., 15, 437 (1961).
11. A.Salam, J.C.Ward, Nuovo Cim., 19, 165 (1961).

    Русский перевод работ /8-11/ содержится в сб. "Элементарные частицы и компенсирующие поля", Мир, Москва, 1964.
12. В.И.Огиевецкий, И.В.Полубаринов, Ann.Phys. 23, 173 /1961/; ЖЭТФ, 45, 709, 966 /1963/; 46, 1048 /1963/; Nucl.Phys. 25, 358 /1963/; Международная зимняя школа теоретической физики при ОИЯИ, /сборник лекций/ т.2, стр.160-180.
13. J.Wess, Nuovo Cim., 18, 1086,(1960).

Рукопись поступила в издательский отдел
26 марта 1971 года.