ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 5679

Л.И. Лапидус, М.М. Мусаханов

НУКЛОННЫЙ КОМПТОН-ЭФФЕКТ И ПРАВИЛО СУММ ДЛЯ ДИПОЛЬНОГО МОМЕНТА НУКЛОНА

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1971

P2 - 5679

Л.И.Лапидус, М.М. Мусаханов

НУКЛОННЫЙ КОМПТОН-ЭФФЕКТ И ПРАВИЛО СУММ ДЛЯ ДИПОЛЬНОГО МОМЕНТА НУКЛОНА

Направлено в ЯФ

S U M M A R Y

The sum rule for nucleon dipole moment is obtained with the help of the the dispersion relation and low energy theorem for the nucleon compton-effect amplitude without P-and T-invariance conditions.

In the general expression for nucleon compton-effect amplitude (2) the invariant functions $y_i \neq 0$ corresponds to P-invariance violation, $T_{4,6}, y_{1,3,7,8}$ violates PT-invariance.

For forward scatterings relations (4) and (5) between invariant functions spiral amplitudes with $|m' - m| \geq 2$ are considered in (3). From (4) follow (10) and (11).

The quasi-local operator $\Lambda_{\mu\nu}^{(2)}(2)$ in (12) does not contribute in virtue of (4) to $A_{\mu\nu}$ as determined in (13). Then (15) follows. For $A_{\mu\nu}$ (17) takes place with symmetry condition (18). Result (19) follows from (11) and (18). When the low energy theorem is considered here, its PT-invariance properties are taken into account. Then (21) follows from (20). Gradient invariance conditions (22) together with (15) allow to prove that (25) takes place. From (25) it follows that $P_{oo}(k)$ does not contribute to the low energy amplitude. With the help of (24), (26) Singh lemma (27) and of most general PT-invariant low energy expression (28) and pole contribution (29)-(31), (34), results (32), (35), (33) and (33') follow. From low energy theorem (36) low energy expressions (37) and (38) for invariant functions follow. From (37) and (19) the sum rule (39) follows. The imaginary parts of compton-effect amplitudes are given through photoproduction amplitudes (41) with the help of unitarity condition (42). In (41) the amplitudes $G_i \neq 0$ and $F_i = 0$ correspond to the P-invariance condition. The first part of (44) is not valid when vector meson photoproduction takes place.

Введение

Целью настоящей работы является вывод правила сумм для дипольного момента из д.с. для амплитуд нуклонного комптон-эффекта.

Вначале в e^2 – приближении рассматривается теория нуклонного комптон-эффекта. Затем с помощью обобщения низкоэнергетической теоремы и д.с. получено правило сумм для дипольного момента нуклона. Ранее обобщение низкоэнергетической теоремы для амплитуды комптон-эффекта рассматривали Кейзес /1/ и Алмонд /2/. В настоящей работе при выводе низкоэнергетической теоремы сняты некоторые предположения, содержащиеся в /2/.

В соответствии с полученным здесь правилом сумм дипольный момент нуклона выражается через интеграл по энергиям от произведения амплитуд фоторождения мезонов нуклонами, причем одна из амплитуд произведения обращается в нуль при справедливости P -инвариантности, а все произведение обращается в нуль при справедливости T – инвариантности.

Полученное соотношение (39)-(44) может быть интересным в связи с продолжающимися экспериментальными попытками понизить предел для дипольного момента нейтрона.

Недавно изменение правила сумм для квадрата магнитного момента [3] в отсутствие требований P - и T - инвариантностей рассматривалось в [2]. Однако подобное рассмотрение очень малых добавок (пропорциональных квадрату дипольного момента) к квадрату магнитного момента в e^2 - приближении представляется малообоснованным, поскольку при этом пренебрегается (численно бо́льшим) вкладом следующих приближений по константе электромагнитного взаимодействия.

Полученное в настоящей работе соотношение (39)-(44) связано с существованием (в отсутствие требований P - и T -инвариантностей) новой спиновой структуры в амплитуде нуклонного комптон-эффекта на ненулевой угол рассеяния. Рассмотрение в e^2-приближении новой амплитуды, исчезающей при справедливости P - и T -инвариантностей, представляется физически обоснованным. Для получения соотношения (39) мы рассматриваем предел амплитуды при $\theta \to 0^0$.

Авторы работ [4,5] недавно получили (другое) правило сумм для дипольного момента нейтрона, исходя из д.с. для форм-факторов нуклона по массе одного из "виртуальных концов".

Для получения соотношения (39) достаточны аналитические свойства амплитуд комптон-эффекта, устанавливаемые (в e^2 -приближении) обычными методами квантовой теории поля.

Амплитуда нуклонного комптон-эффекта

А. Амплитуда комптон-эффекта на нуклоне

$$\gamma(k) + N(p) \to \gamma(k') + N(p') \tag{1}$$

без требований P – и T –инвариантностей может быть представлена в виде

$$N = e_\mu^{\prime *} e_\nu N_{\mu\nu} = e_\mu^{\prime *} e_\nu \Big\{ \frac{P'_\mu P'_\nu}{P'^2} [T_1 + i \hat{K} T_2 + i\gamma_5 y_1 + i\gamma_5 \hat{K} y_2] + \frac{N_\mu N_\nu}{N^2} [T_3 + i\hat{K} T_4 + i\gamma_5 y_3 + i\gamma_5 \hat{K} y_4] - i \frac{P'_\mu N_\nu + N_\mu P'_\nu}{(P'^2 N^2)^{1/2}} [y_5 + i\hat{K} y_6 + \gamma_5 T_8 + i\gamma_5 \hat{K} T_6] - i \frac{P'_\mu N_\nu - N_\mu P'_\nu}{(P'^2 N^2)^{1/2}} [i y_7 + \hat{K} y_8 + \gamma_5 T_5 + i\gamma_5 \hat{K} T_7] \Big\}. \tag{2}$$

Здесь 4-векторы P'_μ, N_μ, K_μ построены в соответствии с результатами Пранге /6/, а введение /7/ нормировки этих векторов приводит к тому, что все инвариантные функции T_i, y_i свободны от кинематических сингулярностей. Функции $T_{1,2,3,4,5,6}$ остаются неравными нулю при наложении условий P – и T –инвариантностей, T_7 и T_8 отличны от нуля при отсутствии T – инвариантности. Как нетрудно убедиться, например, аналогично тому, как это проведено при справедливости требований дискретных симметрий в /8/, существование в (2) всех функций y_i нарушает P – инвариантность, функции y_1, y_3, y_7, y_8, T_7 и T_8 нарушают T – инвариантность, и, наконец, y_2, y_4, y_5, y_6, T_7 и T_8 нарушают PT – инвариантность. Эти обстоятельства будут учтены при доказательстве низкоэнергетической теоремы.

Б. Число независимых инвариантных функций при $\theta = 0^\circ$ уменьшается до 4-х. Чтобы установить связи, которые существуют между T_i и y_i при $\theta = 0^\circ$, рассмотрим, аналогично тому, как это делал

Шехтер /9/, в с.ц.м. спиральные амплитуды $\phi_{m',m}$, где $m'(m)$ – –разность проекции спинов фотона и нуклона на направлениях их движений в конечном (начальном) состоянии.

При рассеянии вперед (назад) проекция полного углового момента в конечном и начальном состояниях равна m' и m $(-m'$ и $+m)$.

Тогда из сохранения полного углового момента следует, что при рассеянии вперед $\phi_{m',m} \approx (\sin\frac{\theta}{2})^{|m'-m|}$, а при рассеянии назад $\phi_{m',m} \approx (\cos\frac{\theta}{2})^{|m'+m|}$.

Ограничиваясь кинематическими соотношениями при $Q^2 = 0$, выпишем спиральные амплитуды, у которых $|m'-m| \geq 2$

$$8\pi w \phi_{\pm 3/2,\,\mp 3/2} = \sin\frac{\theta}{2}\,[\pm(T_1+T_3\mp 2iy_7)E \mp (T_2+T_4 \pm 2iy_8)Mp -$$

$$-p(\mp 2T_5+i(y_1+y_3))+wp(\mp 2T_7+y_2+y_4)$$

$$8\pi w \phi_{\pm 1/2,\,\mp 3/2} = \sin\frac{\theta}{2}[M(T_1+T_3\mp 2iy_7)-wp(T_2+T_4\pm 2iy_8)\pm \tag{3}$$

$$\pm wp(\mp 2T_7+y_2+y_4)]$$

$$8\pi w \phi_{\pm 3/2,\,\mp 1/2} = \sin\frac{\theta}{2}[M(T_1+T_3\mp 2iy_7)-wp(T_2+T_4\pm 2iy\ )\mp$$

$$\mp wp(\mp 2T_7+y_2+y_4)]\,.$$

Здесь w – полная энергия в с.ц.м., а

$$w^2-M^2=2M\nu+2Q^2\,,\quad E=(w^2+M^2)/2w\,,\quad p=(w^2-M^2)/2w\,.$$

Из требования обращения в нуль при $\theta = 0°$ правых частей четырех последних равенств в (3) имеем:

$$T_1+T_3=\nu(T_2+T_4),\quad y_4=-y_2\qquad y_7=-\nu y_8 \tag{4}$$

$$T_8=0 \quad \text{при} \quad Q^2=0\,.$$

С учетом (4) из первых двух равенств в (3) при $\theta = 0^0$ получаем

$$T_5 = -\frac{1}{2}(T_1 + T_3), \quad -y_7 = \nu y_8 = \frac{y_1 + y_3}{2}; \tag{5}$$

при $Q^2 = 0$

Отметим, что остающиеся при справедливости P – и T – инвариантностей соотношения между функциями T_i совпадают с результатами работ /10/ и /9/.

Для рассеяния вперед амплитуда (2) обладает интересными свойствами. Чтобы установить их, выберем для направления векторов поляризации e_μ два вектора

$$\vec{\rho} = \frac{[\vec{k}'\vec{k}]}{|[\vec{k}'\vec{k}]|} \quad \text{и} \quad \vec{n} = \frac{[\vec{k}\vec{\rho}]}{|[\vec{k}\vec{\rho}]|},$$

а для e'_μ – векторы $\vec{\rho}$ и

$$\vec{n}' = \frac{[\vec{k}'\vec{\rho}]}{|[\vec{k}'\vec{\rho}]|}.$$

Нетрудно видеть из (2), что

$$N(\vec{\rho}', \vec{\rho}) = N(N_\mu, N_\nu) \tag{6}$$

$$N(\vec{n}', \vec{n}) = -N(P'_\mu, P'_\nu) \tag{7}$$

$$N(\vec{\rho}, \vec{n}') = N(P'_\mu, N_\nu) \tag{8}$$

$$N(\vec{n}, \vec{\rho}) = N(N_\mu, P'_\nu) \tag{9}$$

так, что, например,

$$N(\vec{\rho}, \vec{n}') = -i[(y_5 + iy_7) + i\hat{K}(y_6 - iy_8) + \gamma_5(T_5 + T_8) +$$
$$+ i\gamma_5 \hat{K}(T_6 + T_7)],$$

$$N(\vec{n}, \vec{\rho}) = i[(y_5 - iy_7) + i\hat{K}(y_6 + iy_8) + \gamma_5(T_8 - T_5) +$$
$$+ i\gamma_5 \hat{K}(T_6 - T_7)].$$

Устремим θ к 0^0. Тогда из соображений симметрии векторы $\vec{\rho}$ и $\vec{n} = \vec{n}'$ физически равноправны. Это означает, что

$$N(\vec{\rho}, \vec{\rho}) = N(\vec{n}, \vec{n})$$
$$N(\vec{\rho}, \vec{n}) = -N(\vec{n}, \vec{\rho}). \tag{10}$$

Условие (10) опять приводит к (4), и, наоборот, из (4) вытекает свойство (10).

Рассмотрим теперь асимптотическое поведение амплитуд при Q^2 фикс. $\nu \to \infty$. В лабораторной системе

$$\nu = \frac{1}{2}(\omega + \omega'); \; Q^2 = \frac{1}{2}\omega\omega'(1 - \cos\theta).$$

При фиксированном Q^2, при $\nu \to \infty$, $\theta \to 0^0$. При этом имеет место (10).

Из (10) следует, что при $\nu \to \infty$

$$y_1(\nu, 0) + y_3(\nu, 0) \to 0, \quad T_5(\nu, 0) \underset{\nu \to \infty}{\to} 0. \tag{11}$$

Эти свойства позволяют получить д.с. без вычитания для амплитуды $y_1(\nu, 0) + y_3(\gamma, 0)$ и правило сумм для дипольного момента.

В. Аналитические свойства амплитуды рассеяния основаны на представлении амплитуды в виде /11/

$$\bar{u}' N_{\mu\nu} u = \bar{u}' (N^{ret}_{\mu\nu} + P_{\mu\nu}(K)) u =$$

$$= 2\pi^2 i \left(\frac{p_0 p'_0}{M^2}\right)^{1/2} \int d^4 z \, e^{-iKz} \langle p' | \theta(z) [j_\mu(\frac{z}{2}), j_\nu(-\frac{z}{2})] + \Lambda_{\mu\nu}(z) | p \rangle, \quad (12)$$

j_μ – гайзенберговский эрмитов оператор электромагнитного тока,

$$\theta(z) = \begin{matrix} 1 & z_0 > 0 \\ 0 & z_0 < 1 \end{matrix} \qquad K = \frac{1}{2}(k + k'),$$

$\Lambda_{\mu\nu}(z)$ – произвольный квазилокальный оператор.

Представляя $\theta(z)$ в виде

$$\theta(z) = \frac{1 + \epsilon(z)}{2}, \qquad \text{где } \epsilon(z) = \begin{matrix} 1 & z_0 > 0 \\ -1 & z_0 < 0 \end{matrix},$$

разобьем амплитуду на

$$\bar{u}' (D_{\mu\nu} + i \Lambda_{\mu\nu}) u,$$

где

$$u' A_{\mu\nu} u = \pi^2 \left(\frac{p_0 p'_0}{M^2}\right)^{1/2} \int d^4 z \, e^{-iKz} \langle p' | [j_\mu(\frac{z}{2}),$$

$$j_\nu(-\frac{z}{2})] | p \rangle = \frac{N^{ret}_{\mu\nu}(p', k'; p, k) - N^{ret}_{\nu\mu}(-p', -k; p, -k')}{2i}. \quad (13)$$

Покажем, что квазилокальный оператор не дает вклада в (13). Для этого воспользуемся свойством симметрии /11/

$$\Lambda_{\mu\nu}(z) = \Lambda_{\nu\mu}(-z), \quad (14)$$

из которого следует, что

$$P_{\mu\nu}(K) = 2\pi^2 i \left(\frac{p_0 p'_0}{M^2}\right)^{1/2} \int d^4 z \, e^{-iKz} \langle p' | \Lambda_{\mu\nu}(z) | p \rangle = P_{\nu\mu}(-K). \quad (15)$$

Тогда

$$\frac{N_{\mu\nu}(p',k';p,k)-N_{\nu\mu}(p',-k;p,-k')}{2i}=A_{\mu\nu}+\frac{P_{\mu\nu}(K)-P_{\nu\mu}(-K)}{2i}=A_{\mu\nu}, \quad (16)$$

откуда

$$A_{\mu\nu}(\nu,Q^2)=\begin{pmatrix} \mathrm{Im}\,T_1 & \mathrm{Im}\,T_2 & \mathrm{Im}\,y_1 & \mathrm{Im}\,y_2 \\ \mathrm{Im}\,T_3 & \mathrm{Im}\,T_4 & \mathrm{Im}\,y_3 & \mathrm{Im}\,y_4 \\ \mathrm{Im}\,y_5 & \mathrm{Im}\,y_6 & -i\,\mathrm{Re}\,T_8 & \mathrm{Im}\,T_6 \\ \mathrm{Im}\,y_7 & \mathrm{Im}\,y_8 & \mathrm{Im}\,T_5 & -i\,\mathrm{Re}\,T_7 \end{pmatrix} \quad (17)$$

Из эрмитовости электромагнитного тока и из (13) получаем

$$\begin{aligned} &\mathrm{Im}\,T_i(-\nu,Q^2)=-\,\mathrm{Im}\,T_i(\nu,Q^2), \quad i=1,3,6. \\ &\mathrm{Im}\,T_i(-\nu,Q^2)=+\,\mathrm{Im}\,T_i(\nu,Q^2), \quad i=2,4. \\ &\mathrm{Im}\,y_i(-\nu,Q^2)=-\,\mathrm{Im}\,y_i(\nu,Q^2), \quad i=1,3,6,7. \\ &\mathrm{Im}\,y_i(-\nu,Q^2)=\mathrm{Im}\,y_i(\nu,Q^2), \quad i=2,4,5,8. \end{aligned} \quad (18)$$

Так как согласно (11), $y_1(\nu,0)+y_3(\nu,0)\to 0$ при $\nu\to\infty$, то для $y_1(\nu,0)+y_3(\nu,0)$ можно записать д.с. без вычитаний

$$\mathrm{Re}\,(y_1+y_3)(\nu,0)=\frac{2}{\pi}\,P\int_{\nu_t}^{\infty}\frac{\nu'\,\mathrm{Im}\,(y_1(\nu')+y_2(\nu'))}{\nu'^2-\nu^2}\,d\nu', \quad (19)$$

в котором использовано (18).

Чтобы получить из (19) правило сумм, остается найти

$$\lim \mathrm{Re}\,(y_1(\nu,0)+y_3(\nu,0)) \qquad \text{при} \quad \nu \to 0$$

и выражение для $\mathrm{Im}\,(y_1+y_3)$ с помощью условий унитарности через амплитуды фоторождения пионов на нуклонах.

Низкоэнергетическая теорема

Доказательство низкоэнергетической теоремы методом Лоу при справедливости требований P – и T – инвариантностей основано на вычислении вклада однонуклонного промежуточного состояния в предположении, что квазилокальный член $P_{00}(K)=0$. Как следует из дальнейшего, можно, однако, показать, что $P_{00}\approx 0\,(\omega^2)$, что является достаточным для доказательства теоремы в этом случае.

В отсутствие требований P – и T – инвариантностей амплитуда комптон-эффекта содержит дополнительные неинвариантные слагаемые. Тем не менее оказывается, что дополнительных предположений для доказательства низкоэнергетической теоремы делать не нужно. В отличие от работы Алмонда /2/, мы не будем предполагать, что $P_{i0}(K)=P_{0j}(K)=0$.

С самого начала будем учитывать свойство PT – инвариантности для амплитуды реального комптона-эффекта в низкоэнергетическом пределе. Указанное свойство амплитуды отмечено Алмондом. Его можно установить следующим образом. При вычислении однонуклонного вклада нам понадобится матричный элемент $\langle p's'|\,j_\mu\,|ps\rangle$. Из требований градиентной и лоренц-инвариантностей /12/

$$\langle p's'|\,j_\mu|ps\rangle=\frac{i}{(2\pi)^3}\,\bar{u}(p')\{[F_1(k^2)+F_2(k^2)]\gamma_5+ \qquad (20)$$

$$+ i\frac{F_2(k^2)}{2M}(p+p')_\mu + \frac{F_3(k^2)}{2M}\gamma_5 (p+p')_\mu + F_4(k^2)(k^2\gamma_\mu +$$

$$+ 2iMk_\mu)\}u(p).$$

При $k^2 = 0$

$$F_1(0) = e, \quad F_2(0) = \Delta\mu, \quad F_3(0) = a; \quad F_4(0) = b,$$

где e, $\Delta\mu$, a, b – электрический заряд, аномальный магнитный момент, электрический дипольный момент, анапольный момент нуклона.

Совершив PT – преобразогание

$$|\vec{p}, \vec{s}> \to <\vec{p}, -\vec{s}| \qquad <\vec{p}\,', \vec{s}\,'| \to |\vec{p}\,', -\vec{s}\,'>$$

и сравнивая результат преобразования с результатом эрмитового сопряжения, видим, что только отличный от нуля анапольный заряд нарушает требование PT – инвариантности. Для процессов с реальными фотонами $k^2 = 0$ и вклад анаполя обращается в нуль.

Таким образом, низкоэнергетический предел амплитуды реального комптон-эффекта удовлетворяет требованию PT – инвариантности /2/, а, следовательно, при

$$\nu = 0, \quad Q^2 = 0$$

$$y_2 = y_4 = y_5 = y_6 = T_7 = T_8 = 0. \qquad (21)$$

Для рассмотрения вопроса о квазилокальном члене $P_{\mu\nu}(K)$ используем требования градиентной инвариантности

$$k'_\mu N_{\mu\nu} = N_{\mu\nu} k_\nu = 0 \qquad (22)$$

и представление амплитуды $N_{\mu\nu}$ в виде (12) и (13).

Из (22) и (12) получаем

$$\bar{u}'k'_\mu P_{\mu\nu}(K)u = \int e^{-i\vec{K}'\vec{x}} d^3x \langle p'|[j_0(\vec{x},0)j_\nu(0)]|p\rangle .$$

Дифференцируя это соотношение по k'_λ, получаем

$$P_{\lambda\nu}(K) = -k'_\mu \frac{\partial}{\partial k'_\lambda} P_{\mu\nu}(K) + \frac{\partial}{\partial k'_\lambda} \int e^{-i\vec{K}'\vec{x}} d^3x \langle p'|[j_0(\vec{x},0)j_\nu(0)]\,p\rangle . \quad (23)$$

Отсюда видно, что

$$P_{0\nu}(K) = -k'_\mu \frac{\partial}{\partial k_0} P_{\mu\nu}(K) \approx O(\omega). \quad (24)$$

Из свойства симметрии (15) следует, что $P_{00}(K)$ содержит лишь четные степени K. Тогда (24) означает, что

$$P_{00}(K) \approx O(\omega^2). \quad (25)$$

Дальнейшее вычисление проведем в поперечной калибровке

$$\vec{e}\vec{k} = \vec{e}'\vec{k}' = 0 \qquad e_0 = e'_0 = 0$$

и в лабораторной системе. Так же, как и в работе Алмонда, представим $N_{\mu\nu}$ в виде

$$N_{\mu\nu} = u_{\mu\nu} + E_{\mu\nu},$$

где $u_{\mu\nu}$ – вклад однонуклонного промежуточного состояния, а $E_{\mu\nu} = E^{ret}_{\mu\nu} + P_{\mu\nu}(K)$.

Из (22) и (25) следует, что

$$k'_i k_j (u_{ij} + E_{ij}) = \omega'\omega (u_{00} + E^{ret}_{00}) + O(\omega^4). \quad (26)$$

В силу леммы Синга /13/

$$E^{ret}_{00} \approx O(\omega^2) \quad (27)$$

и последние два соотношения (26) и (27) позволяют выразить E_{ij} с точностью до членов порядка ω^2. В лабораторной системе наиболее общим PT – инвариантным выражением для $E_{ij} \approx 0(\omega)$ будет

$$E_{ij}(\vec{k}',\vec{k},\vec{\sigma}) = A\delta_{ij} + B\epsilon_{ijk}\sigma_k + c\,k'_i\sigma_j + F\,\sigma_i\,k_j + \\ + D(\sigma_i k'_j - k_i\sigma_j) + G\,\epsilon_{ijk}(k-k')_k + I\,\delta_{ij}\,(\vec{\sigma},\vec{k}-\vec{k}'). \tag{28}$$

С помощью (20) нетрудно вычислить однонуклонный вклад

$$u_{ij} = -[\frac{2i\mu^2}{\omega}(\epsilon_{\ell mn}\sigma_\ell\epsilon_{mpi}k'_p\,\epsilon_{nqj}k_q) + \\ + \frac{ie\mu}{M\omega}(k_pk_i\,\epsilon_{pjm}\sigma_m - k'_pk'_j\,\epsilon_{pim}\sigma_m) + \\ + (\frac{e}{2M})^2\frac{2}{\omega}(k_ik_j - k'_ik'_j)] \tag{29}$$

$$u_{00} = -\frac{1}{\omega\omega'}[\frac{e^2}{M}\vec{k}'\vec{k} + \frac{iea}{M}(\vec{k}'\vec{k})(\vec{\sigma},\vec{k}-\vec{k}') + \\ + i\omega\{\frac{e}{M}(2\mu - \frac{e}{2M}) - 2a^2\}(\vec{\sigma}[\vec{k}\,\vec{k}'])] \tag{30}$$

$$u_{0j} = -\frac{1}{\omega}[2ia(\mu + \frac{e}{2M})(\vec{\sigma}\vec{k})k'_j - \frac{iea}{M}(\vec{\sigma}\vec{k}')k'_j + \\ + \frac{e^2}{M}k'_j - 2ia\mu(\vec{k}'\vec{k})\sigma_j]. \tag{31}$$

Здесь $\mu = \frac{e}{2M} + \Delta\mu$ – полный магнитный момент.

Подставляя (29), (30) и (31) в (28), получаем

$$A = -\frac{e^2}{M}, \quad C = F = 0 \quad B = i\omega\{\frac{e}{M}(2\mu - \frac{e}{2\mu}) - 2a^2\} \tag{32}$$

$$I - D = -\frac{iea}{M} \qquad G \text{ – неопределено.}$$

Для дальнейшего учтем, что в силу (22)

$$\omega'(u_{0j}+E_{0j}) = k_i'(u_{ij}+E_{ij}). \qquad (22')$$

Алмонд[2] показал, что

$$E_{0j}^{ret} = -k_i' \tilde{M}_{ij} + O(\omega^2).$$

Тогда с учётом (24)

$$E_{0j} = E_{0j}^{ret} + P_{0j}(K) = -k_i' M_{ij} + O(\omega^2), \qquad (33)$$

где наиболее общей структурой для M (и для $\tilde{M}$) является

$$M_{ij} = A'\delta_{ij} + B'\cdot\epsilon_{ijk}\sigma_k .$$

Таким образом,

$$k_i'(E_{ij} + \omega' M_{ij}) = -k_i' u_{ij} + \omega' u_{0j} + O(\omega^3). \qquad (34)$$

Подставляя (28), (29) и (31) в (22') и учитывая (33), находим, что

$$M_{ij} \approx O(\omega), \quad I = -2ia\left(\mu + \frac{e}{2M}\right); \quad G = 0, \qquad (35)$$

откуда следует, что

$$E_{0j} = E_{0j}^{ret} + P_{0j}(K) \approx O(\omega^2). \qquad (33')$$

Таким образом, без требований P– и T –инвариантностей низкоэнергетический предел для амплитуды комптон-эффекта имеет вид

$$e_i'^* e_j N_{ij} = -\frac{e^2}{M}(\vec{e}'\vec{e}) - \frac{2i\mu^2}{\omega}(\vec{\sigma}[[\vec{k}'\vec{e}'] \cdot [\vec{k}\ \vec{e}]]) +$$

$$+ i\omega\{\frac{e}{M}(2\mu - \frac{e}{2M}) - 2a^2\}(\vec{\sigma}[\vec{e}'\vec{e}]) - \frac{ie\mu}{M\omega}\{(\vec{e}\vec{k}')(\vec{\sigma}[\vec{e}'\vec{k}']) -$$

$$-(\vec{e}'\vec{k})(\vec{\sigma}[\vec{e}\vec{k}])\} - 2ia\mu\{(\vec{\sigma}\vec{e}')(\vec{e}\vec{k}') - (\vec{\sigma}\vec{e})(\vec{e}'\vec{k})\} - \qquad (36)$$

$$-2ia(\mu + \frac{e}{2M})(\vec{e}'\vec{e})(\vec{\sigma},\ \vec{k} - \vec{k}').$$

С помощью (34) находим, что при $\nu = 0$, $Q^2 = 0$

$$\frac{y_1 + y_3}{2}\Big|_0 = \nu y_8\Big|_0 = -y_7\Big|_0 = -4a\mu M. \qquad (37)$$

Кроме того, из (36) имеем

$$\frac{y_1 - y_3}{2}\Big|_0 = 2ea, \quad T_3\Big|_0 = -\frac{e^2}{M} + 4\mu^2 M$$

$$\nu T_4\Big|_0 = +4M\mu^2, \quad T_1\Big|_0 = -8Ma^2 \qquad (38)$$

$$\nu T_2\Big|_0 = -\frac{e^2}{M} - 8Ma^2; \quad T_6\Big|_0 = -2\mu^2 + \frac{e}{M}(2\mu - \frac{e}{2M}) - 2a^2$$

$$T_5\Big|_0 = -[2\mu^2 + \frac{e}{M}(2\mu - \frac{e}{2M}) - 2a^2]M + 2e\mu.$$

Соотношения (21), (37) и (38) определяют низкоэнергетический предел для всех инвариантных функций T_i и y_i. Как было отмечено ранее, учёт возникающих из-за нарушения P– и T–инвариантностей малых добавок в амплитуды T_1, T_2, T_5, T_6 в e^2–приближении физически необоснован.

Объединяя (37), (19) при $\nu \to 0$, получаем

$$-4 a \mu M = \frac{1}{\pi} \int_{\nu_t}^{\infty} \mathrm{Im}(y_1 + y_3) \frac{d\nu}{\nu}. \tag{39}$$

Это же соотношение может быть получено, если написать д.с. без вычитания для $y_8(\nu, Q^2)$, вычислить однонуклонный вклад в это д.с., а затем, положив $Q^2=0$, устремить $\nu \to \infty$ и воспользоваться (5) и (11).

Условие унитарности

В e^2–приближении мнимые части амплитуд нуклонного комптон-эффекта определяются амплитудами неупругих процессов фоторождения мезонов на нуклонах. Ограничимся опять амплитудами, спиновые структуры которых исчезают при наложении требований P– и T–инвариантностей.

В отсутствие требований P–инвариантности амплитуду процесса

$$\gamma(k) + N \to N + \pi(q) \tag{40}$$

можно представить в с.ц.м. в виде

$$T_{\gamma\pi} = i(\vec{\sigma}\vec{e})G_1 + (\vec{\sigma}\vec{q})(\vec{\sigma}\vec{s})G_2 + i(\vec{\sigma}\vec{k})(\vec{q}\vec{e})G_3 +$$

$$+ i(\vec{\sigma}\vec{q})(\vec{q}\vec{e})G_4 + i(\vec{\sigma}\vec{s})F_1 + (\vec{\sigma}\vec{q})(\vec{\sigma}\vec{e})F_2 +$$

$$+ i(\vec{\sigma}\vec{k})(\vec{q}\vec{s})F_3 + i(\vec{\sigma}\vec{q})(\vec{q}\vec{s})F_4 , \tag{41}$$

где $s = [k\,e]$, функции F_i исчезают при справедливости P - инвариантности. Ясно, что в функциях G_i также появляются добавки, обусловленные несохранением пространственной чётности.

Из матричного условия унитарности

$$A = \nu(TT^+) = \frac{\nu}{4\pi}\int d0(q)\,T^*_{\gamma\pi}(k')\,T_{\gamma\pi}(k) \tag{42}$$

нас будет интересовать лишь вклад в

$$\mathrm{Im}\, y_1(\nu, 0) + \mathrm{Im}\, y_3(\nu, 0) = 2\nu\, \mathrm{Im}\, y_8(\nu, 0). \tag{43}$$

Подстановка (41) в (42) приводит к условию

$$\mathrm{Im}\, y_1 = \mathrm{Im}\, y_3(\nu, 0) = \frac{\nu}{\omega}(E+M)\,\mathrm{Re}\,\{ F_1 (G_1^* +$$

$$+ \frac{1}{3} G^*_4) + F_4 \cdot \frac{1}{3} G^*_1 + F_2 (G_2^* + \frac{1}{3} G_3^*) - \frac{1}{3} F_3 G_2^* \}. \tag{44}$$

В (44) E и ω - энергия нуклона и фотона в с.ц.м. процесса (40).

Результаты (44) и (39) дают искомое правило сумм для дипольного момента нуклона.

Заключительные замечания

А. Поскольку в низкоэнергетическом пределе амплитуда комптон-эффекта при рассеянии вперед не содержит новых спиновых структур вида

$$i R_7(\omega)(\vec{k}[\vec{e}'\vec{e}]) + R_8(\omega)(\vec{\sigma}\vec{k})(\vec{e}'\vec{e}),$$

правая часть (44) не сводится к полному сечению взаимодействия поляризованных фотонов с поляризованными нуклонами. Общее выражение для полного сечения взаимодействия γ-квантов с нуклонами будет иметь вид

$$\sigma^{tot}_{p_z p_2} = \sigma^{tot}_0 + \sigma^{tot}_1 (\vec{p}_2\vec{k})(\vec{p}_\gamma\vec{k}) + \sigma^{tot}_2 (\vec{p}_2\vec{k}) + \sigma^{tot}_3 (\vec{p}_\gamma \vec{k}), \qquad (45)$$

где $\vec{p}_z = (\vec{p}_\gamma \vec{k}) \neq 0$ соответствует круговой поляризации γ-квантов, а $\vec{p}_2$ – поляризация мишени. В (45) σ^{tot}_0 – полное сечение взаимодействия неполяризованных γ-квантов с неполяризованными нуклонами; σ^{tot}_1 – дополнительное слагаемое в выражении для полного сечения, возникающее для взаимодействия γ-квантов с продольно поляризованной мишенью; σ^{tot}_2 и σ^{tot}_3 – дополнительные слагаемые в выражении для полного сечения, возникающие при нарушении требований P– и T-инвариантностей. При $\sigma^{tot}_2 = \sigma^{tot}_3 = 0$ (45) переходит в формулу (18) работы /14/.

Б. Как видно из (44), $\mathrm{Im}\, y_1(\nu, 0)$, а, следовательно, и дипольный момент обращаются в нуль при обращении в нуль функций F_1 (P-инвариантность), а также в том случае, когда разность фаз функций F_1 и

$G_{1,4}$, F_2 и $G_{2,3}$, а также F_3 и G_2 различаются на $\pi/2$ (T -инвариантность). В последнем свойстве нетрудно убедиться, проводя (в предельном случае отсутствия эффектов взаимодействия в конечном состоянии) T -преобразование в (41) и сравнивая результат с тем, что получается при эрмитовом сопряжении.

С. В правую часть отношения (39) дают вклад процессы фотообразования и нескольких пионов. При учёте фоторождения векторных мезонов первое равенство в (44) перестает быть справедливым.

Д. Доказательство аналитичности на основе (12) включает также требование стабильности однонуклонного состояния, что означает пренебрежение взаимодействиями, приводящими к распаду нейтрона типа $\gamma n \to pe\nu$.

Авторы благодарны С.Б. Герасимову за полезные обсуждения.

Литература

1. E. Kazes. Nuovo Cim., 20, 20, 1961.
2. D.I. Almond. Nucl.Phys., B11, 277, 1969.
3. Л.И. Лапидус, Чжоу Гуан-чжао. ЖЭТФ, 41, 1546, 1961.
   С.Б. Герасимов. ЯФ, 2, 598 (1965).
   S.B. Drell, A.C. Hearn. Phys.Rev.Lett., 16, 908, 1966.
4. G. Barton, E.D. White. Phys.Rev., 184, 1660, 1969.
5. D.I. Broadhurst. Nucl.Phys., B20, 603, 1970.
6. R.E. Prange. Phys.Rev., 110, 240, 1958.
7. Л.И. Лапидус, Чжоу Гуан-Чжао, ЖЭТФ, 37, 1714, 1959.
8. В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П.Питаевский. "Релятивистская квантовая теория", §71, "Наука", Москва, 1968.
9. В.М. Шехтер, ЯФ, 7, 1272, 1968.

10. Л.И. Лапидус, Чжоу Гуан-чжао. ЖЭТФ, 41, 491, 1961.

11. Н.Н. Боголюбов, А.А. Логунов, И.Т. Тодоров. "Основы аксиоматического подхода в квантовой теории поля", "Наука", Москва, стр. 282-288, 1969.

12. Я.Б. Зельдович. ЖЭТФ, 33, 1531, 1957.

13. V. Singh. Phys.Rev.Lett., 19, 730, 1967.

14. Л.И. Лапидус, ЯФ, 7, 178, 1968.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 марта 1971 года.

Лапидус Л.И., Мусаханов М.М. P2-5679

Нуклонный комптон-эффект и правило сумм для дипольного момента нуклона

Рассматривается теория нуклонного комптон-эффекта в условиях нарушения P и T инвариантности. В этих условиях нуклон может иметь электрический дипольный момент, который проявится в P и T нечетных структурах в амплитуде комптон-эффекта. Доказана низкоэнергетическая теорема с учетом P и T нарушения. С использованием доказанных аналитических свойств для амплитуды в e^2 -приближении, низкоэнергетической теоремы и поведения P и T нечетной амплитуды при больших энергиях получено правило сумм.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1971

Lapidus L.I., Musakhanov M.M. P2-5679

Nucleon Compton-Effect and Sum Rules for Dipole Nucleon Momentum

See the Summary on the reverse side of the title-page.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1971