5661

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2-5661

В.М. Виноградов

ТРЕХМЕРНЫЕ РЕЛЯТИВИСТСКИЕ УРАВНЕНИЯ В ПРИМЕНЕНИИ К НЕКОТОРЫМ ЗАДАЧАМ ТЕОРИИ ТРЕХ ТЕЛ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1971

P2-5661

В.М. Виноградов

ТРЕХМЕРНЫЕ РЕЛЯТИВИСТСКИЕ УРАВНЕНИЯ В ПРИМЕНЕНИИ К НЕКОТОРЫМ ЗАДАЧАМ ТЕОРИИ ТРЕХ ТЕЛ

Направлено в ЯФ

§1. Введение

В настоящее время хорошо известны следующие две области применения трехчастичных уравнений:

а) изучение высокоэнергетического рассеяния на сложной слабосвязанной системе (дейтон)[1];

б) расчёты параметров трехчастичных систем для выяснения природы ядерных взаимодействий[2].

В первом случае используется формула Глаубера из нерелятивистской теории

$$T_{if}(\vec{\Delta})=t_p(\vec{\Delta})S(\frac{\vec{\Delta}}{2})+t_n(\vec{\Delta})S(-\frac{\vec{\Delta}}{2})-\frac{i}{v}\frac{1}{(2\pi)^2}\int d^2\vec{q}\,S(\vec{q})t_p(\vec{q}+\frac{\vec{\Delta}}{2})t_n(\vec{q}-\frac{\vec{\Delta}}{2}), \quad (1.1)$$

где $\vec{\Delta}=\vec{p}_i-\vec{p}_f$, $t_{n,p}(\vec{\Delta})$ – амплитуда однократного рассеяния, $S(\vec{\Delta})$ – формфактор сложной частицы; во втором случае – уравнения Фаддеева, которые после отделения угловых переменных в сепарабельном приближении можно свести к системе одномерных уравнений[3].

Для исследования такого рода важно выяснение роли релятивистских эффектов, которое осложняется тем, что при формулировке трехчастичной задачи в рамках традиционной схемы квантовой теории поля (КТП) возникают 4-мерные уравнения[x].

---

x/ Трехмерная формулировка релятивистской задачи двух тел была развита в квазипотенциальной теории Логунова и Тавхелидзе[4]. Применению этого метода в задаче трех тел посвящены работы[5,6].

Представляет интерес рассмотреть отмеченные выше два аспекта теории трех тел на основе трехмерной формулировки КТП, предложенной Кадышевским[7]. В рамках такого подхода к релятивистской проблеме уравнения, описывающие двухчастичную систему в импульсном представлении, имеют вид[8] x/

$$t(\vec{p},\vec{q}) = V(\vec{p},\vec{q},E_q) + \frac{1}{(2\pi)^3}\int V(\vec{p},\vec{k};E_q)\frac{d\vec{k}}{(k^0)^2}\,\frac{t(\vec{k},\vec{q})}{2q^0-2k^0+i\epsilon} \qquad (1.2)$$

$$(2E_q-2E_p)\Psi_q(\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int V(\vec{p},\vec{k};E_q)\Psi_q(\vec{k})\frac{d\vec{k}}{(k^0)^2}, \qquad (1.3)$$

где $E_k = \sqrt{m^2+k^2} = k^0$, а инвариантная амплитуда нормирована согласно равенству

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{|t(\vec{p},\vec{q})|^2}{4\pi^2 s_{2p}}; \quad s_{2p} = 4E_p^2 . \qquad (1.4)$$

В случае трех частиц в рамках такой формулировки можно получить релятивистский аналог уравнений Фаддеева[12,13] xx/

---

x/ В работе[9] показано, что если в качестве плоских волн пространства Лобачевского использовать функции Шапиро[10], реализующие унитарные представления группы Лоренца, то в уравнении (1.3) можно перейти в конфигурационное представление и получить релятивистский аналог уравнения Шредингера, в котором свободный гамильтониан является конечно-разностным оператором. На основе этого уравнения естественным образом строится трехмерная релятивистская теория потенциального рассеяния[11].

xx/ Для индексов i,j,ℓ приняты следующие ограничения: $\{i,j,\ell\} = \{1,2,3\}$, $i \neq j \neq \ell$.

$$T' = \sum_{r=1}^{3} T_r = T/8 , \qquad T_j(p|q) = (2\pi)^3 \delta(\vec{p}(-)\vec{q})\, t_{j\ell}(p|q) +$$

$$+\frac{1}{(2\pi)^3} \int t_{j\ell}(p|k) \frac{d\vec{k}_j}{k^0_j k^0_\ell} \frac{1}{z - \sum_{r=1}^{3} k^0_r + i\epsilon} \{ T_j(k|q) + T_\ell(k|q) \} , \tag{1.5}$$

где $t\ (p|q)$ нормирована согласно (1.4) и определяется уравнением

$$t_{j\ell}(p|q) = V_{j\ell}(p|q) + \frac{1}{(2\pi)^3} \int V_{j\ell}(p|k) \frac{d\vec{k}_j}{k^0_j k^0_\ell} \frac{1}{z - \sum_{r=1}^{3} k^0_r + i\epsilon} t_{j\ell}(k|q). \tag{1.6}$$

Уравнения (1.2)-(1.6) выглядят как геометрические обобщения уравнений квантовой механики и формулируются в терминах импульсов пространства Лобачевского, реализованного на верхней поле гиперболоида

$$p^2 = p^{0^2} - \vec{p}^{\,2} = m^2 . \tag{1.7}$$

Поэтому при их решении и исследовании можно применять методы, аналогичные методам нерелятивистской теории. В частности, это позволяет вводить относительные переменные посредством операции сложения на гиперболоиде/14/

$$\vec{p}\,' = \Delta_{\vec{k}}\, \vec{p} = \vec{p}(-)\vec{k} = \vec{p} - \vec{k}\left[\frac{p^0}{m} - \frac{\vec{p}\vec{k}}{m(m+k^0)} \right], \quad p'^2 = k^2 = m^2 ,$$

являющейся обобщением нерелятивистских построений посредством преобразований Галилея.

В данной работе мы обсудим методы решения релятивистских трехчастичных уравнений (§3) и на примере сепарабельного приближения для потенциала взаимодействия в задаче двух[x/] (§2) и трех тел (§3)

[x/] В рамках квазипотенциального подхода сепарабельное приближение рассматривалось в работе/15/.

проведем качественное сравнение релятивистских и нерелятивистских уравнений при определении энергии связанных состояний. В §4 на основе (1.5) обсуждается вопрос о релятивистском обобщении формулы (1.1).

§2. Сепарабельное приближение в релятивистской задаче двух тел

Следуя нерелятивистской теории, рассмотрим случай нелокального потенциала с разделяющимися переменными:

$$V(\vec{p},\vec{q}) = -g\, v(p)\, v(q)\,, \tag{2.1}$$

где $v(p)$ – функция, соответствующая фейнмановскому пропагатору $\left(\delta = \frac{\mu^2-2}{2}\right)$ ж)

$$v(\vec{p},\vec{q}) = \frac{(2\pi)^{3/2}}{\mu^2-(p-q)^2} = \frac{1}{2}\,\frac{(2\pi)^{3/2}}{\delta+\sqrt{1+(\vec{p}(-)\vec{q})^2}} = v(\vec{p}(-)\vec{q})^2) \tag{2.2}$$

и переходящая в пределе больших масс в обычный потенциал Юкавы.

Мы ограничимся наиболее простым вариантом аппроксимации реалистического потенциала (2.1). В этом случае в системе двух частиц может быть одно связанное состояние с массой

$$m_{12} = 2 - |W_{12}| = 2 - \alpha^2\,, \tag{2.3}$$

волновую функцию которого можно найти из (1.3) $\left(d\Omega_k = \frac{d\vec{k}}{k^0}\right)$

$$\Psi_{m_{12}}(\vec{k}) = N\,\frac{v(k)}{2E_k - m_{12}}\,;\quad N^{-2} = \int \frac{v(k)^2}{(2E_k - m_{12})^2}\, d\Omega_k\,, \tag{2.4}$$

ж) В работе используется система единиц $m = c = 1$.

а энергия связи определяется из условия:

$$\frac{1}{g} = I(-m_{12}), \tag{2.5}$$

где

$$I(z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{v(k)^2}{2k^0 + z} \frac{d\vec{k}}{(k^0)^2} . \tag{2.6}$$

Амплитуда рассеяния имеет вид

$$t(\vec{p},\vec{q}\,;z) = -g\,v(p)\,v(q),$$
$$\tau(z) = \frac{1}{1 - gI(-z)} . \tag{2.7}$$

Интеграл, определяющий $I(z)$, может быть вычислен $(z \leq 1)$

$$I(2z) = -\frac{\pi}{2}\frac{d}{d\delta}\{\frac{2}{z-\delta}[-\frac{\sqrt{1-z^2}}{z}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{1-z}{1+z}}+\frac{\sqrt{1-\delta^2}}{\delta}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{1-\delta}{1+\delta}}-\frac{\pi}{4}\frac{z-\delta}{z\delta}]\} \tag{2.8}$$

В случае слабосвязанной системы

$$\mu \ll 1, \quad a \ll 1 \tag{2.9}$$

для условия (2.5) можно получить приближенное равенство

$$\frac{1}{g} = \frac{\pi^2}{\mu(\mu+a)^2}[1 - \frac{3}{8}\mu(2a+\mu)] \equiv I_a , \tag{2.10}$$

которое отличается от соответствующего условия в нерелятивистской теории множителем в квадратной скобке.

В системе трех релятивистских частиц двухчастичная амплитуда t_{jl} определяется уравнением (1.6).

В переменных системы центра-масс

$$\sum_{r=1}^{3} \vec{p}_r = 0 \tag{2.11}$$

после перехода к относительным импульсам /13/

$$\vec{k}_{j\ell} = \vec{p}_j(-)\vec{\lambda}_{j\ell}$$

$$\vec{\lambda}_{j\ell} = \frac{\vec{p}_j + \vec{p}_\ell}{\sqrt{s_{j\ell}}} = -\frac{\vec{p}_i}{\sqrt{s_{j\ell}}}\,, \qquad s_{j\ell} = (p_j + p_\ell)^2 \tag{2.12}$$

это уравнение принимает вид

$$t_{j\ell}(\vec{k},\vec{k}'; p_i, z) = V_{j\ell}(\vec{k},\vec{k}') + \frac{1}{(2\pi)^3}\int V_{j\ell}(\vec{k},\vec{q})\frac{d\vec{q}}{\lambda^0(q^0)^2}\frac{t_{j\ell}(\vec{q},\vec{k}'; p_i, z)}{z-[2q^0\lambda^0 + p_i^0]+i\epsilon} \tag{2.13}$$

$$\lambda^0 = \sqrt{1 + \frac{\vec{p}_i^{\,2}}{(2q^0)^2}}\,.$$

В приближении (2.1) амплитуда будет определяться выражениями типа (2.7), где $I(z) = I(z, p)$,

$$I(-z, p) = -\frac{1}{(2\pi)^3}\int \frac{v(q)^2}{z-[2q^0\lambda^0 + p^0] + i\epsilon}\,\frac{d\vec{q}}{\lambda^0(q^0)^2}\,. \tag{2.14}$$

В случае, когда z принадлежит дискретному спектру слабосвязанной трехчастичной системы

$$m_3 = 3 - |W_3| = 3 - \kappa^2, \quad \kappa \ll 1\,, \tag{2.15}$$

для $I(-m_3, 0)$ можно получить приближенное выражение, аналогичное (2.10),

$$I(-m_3, 0) \approx I_\kappa\,. \tag{2.16}$$

§3. Парциальный анализ релятивистских трехчастичных уравнений для волновых функций

Релятивистские уравнения для волновых функций в случае рассеяния отдельной частицы (например, I) на двух других, находящихся в связанном состоянии, имеют вид /16/:

$$\Psi^{(i)}(\vec{k}_{j\ell},\vec{p}_l)=\delta_{il}\ \Phi^{(i)}(\vec{k}_{j\ell},\vec{p}_i)+G_0(\vec{k}_{j\ell},\vec{p}_i;z)\times$$

$$\times\int[t_{j\ell}(\vec{k}_{j\ell};\vec{p}'_j(+)\frac{\vec{p}_i}{\sqrt{s'_{j\ell}}};p_i,z)\frac{d\vec{p}'_j}{p'^0_j p'^0_\ell}\Psi^{(j)}(\vec{p}'_\ell(+)\frac{\vec{p}'_j}{\sqrt{s'_{i\ell}}};\vec{p}'_j)+(j\to\ell)],$$

где $\Phi^{(i)}(\vec{k}_{j\ell},\vec{p}_i)$– асимптотическая волновая функция, которая выражается через волновую функцию двухчастичного связанного состояния равенством

$$\Phi^{(i)}(\vec{k}_{j\ell},\vec{p}_i)=(2\pi)^3\delta(\vec{p}_i(-)\vec{p}_{i0})\phi_{m_{j\ell}}(\vec{k}_{j\ell}). \tag{3.2}$$

Для тождественных частиц эту систему можно записать в виде одного уравнения, причем удобно использовать следующие переменные:

$$\vec{k}'=\vec{p}'(+)\frac{\vec{p}}{2k'^0}\qquad \vec{k}''=\vec{p}(+)\frac{\vec{p}'}{2k''^0} \tag{3.3}$$

$$k'^0=\frac{1}{\sqrt{2}}[p'^0(p'^0+p''^0)+\vec{p}\vec{p}']^{1/2}\quad k''^0=\frac{1}{\sqrt{2}}[p^0(p^0+p''^0)+\vec{p}\vec{p}']^{1/2}$$

$$p''^0=\sqrt{1+(\vec{p}+\vec{p}')^2}. \tag{3.4}$$

В этих переменных уравнения (3.1) можно представить следующим образом:

$$\Psi(\vec{k},\vec{p})=(2\pi)^3\delta(\vec{p}(-)\vec{p}_0)\phi_m(\vec{k})+G_0(\vec{k},\vec{p};z)\times$$

$$\times\int[t(\vec{k},\vec{k}';p,z)+t(\vec{k},-\vec{k}';p,z)]\Psi(\vec{k}'',\vec{p}')\frac{d\vec{p}'}{p'^0p''^0}, \tag{3.5}$$

где

$$G_0(\vec{k},\vec{p};\,z) = \frac{1}{(2\pi)^3}\;\frac{1}{z-\sqrt{(2k^0)^2+\vec{p}^{\,2}}-p^0+i\epsilon}\,. \tag{3.4}$$

Парциальный анализ, следуя нерелятивистской теории *), выполним в релятивистском каноническом базисе /17/, построенном с помощью полной системы угловых функций

$$\mathcal{Y}_{\ell\lambda LM}(\hat{k},\hat{p}) = \Sigma\; C_{\ell m,\lambda\mu}\; Y_{\ell m}(\hat{k})Y_{\lambda\mu}(\hat{p}), \tag{3.5}$$

где $Y_{\ell m}(\hat{k})$ и $Y_{\lambda\mu}(\hat{p})$ – сферические функции от углов, характеризующих направление векторов $\vec{k}$ и $\vec{p}$, $C^{LM}_{\ell m,\lambda\mu}$ – коэффициенты Клебша-Гордана.

Для частного случая рассматриваемой задачи, когда момент количества движения системы двух частиц, на которой рассеивается третья, равен нулю ($\ell_0 = 0$), система уравнений для парциальных волн $\Psi_{\ell\lambda L}(\vec{k},\vec{p};\,\vec{p}_0)$

$$\Psi(\vec{k},\vec{p};\,\vec{p}_0) = \sum_{\ell\lambda LM} \Psi_{\ell\lambda L}(k,p;\,p_0)\mathcal{Y}_{\ell\lambda LM}(\hat{k},\hat{p})\,Y^*_{LM}(\hat{p}_0)$$

имеет вид ($\Delta_\ell = \frac{1}{2}\{1+(-1)^2\}$):

$$\Psi_{\ell\lambda L}(k,p;\,p_0) = (2\pi)^3\;\phi_{M0}(k)\delta_{\ell 0}\delta_{\lambda L}\frac{p^0\delta(p-p_0)}{p^2} +$$

$$+2\Delta_\ell G_0(k,p;z)\sum_{\ell'\lambda'}\int dk''dp'\;\frac{k''p'}{pp'^0p''^0}\;t_\ell(k,k';\,p,z)K^{(L)}_{\ell\lambda,\ell'\lambda'}(p,p',k')\Psi_{\ell'\lambda'L}(k'',p';\,p_0). \tag{3.6}$$

---

*) См. /3/

где

$$\sqrt{(2k'^{0})^{2}+p^{2}}+p^{0}=\sqrt{(2k''^{0})^{2}+p'^{2}}+p'^{0} \tag{3.7}$$

$$K^{(L)}_{\ell\lambda,\ell'\lambda'}(p,p';k'')=2\int d\hat{p}\,d\hat{p}'\,\mathcal{Y}_{\ell\lambda L0}(\hat{k}',\hat{p})\,\delta(\cos\theta-f(\theta))\,\mathcal{Y}_{\ell'\lambda' L0}(\hat{k}'',\hat{p}') \tag{3.8}$$

$$f(\theta)=\frac{1}{pp'}[2k'^{0^{2}}-p'^{0^{2}}\sqrt{(2k'^{0})^{2}+p^{2}}\,]. \tag{3.9}$$

Результат интегрирования в (3.8) следующий:

$$K^{(L)}_{\ell\lambda,\ell'\lambda'}(p,p';k'')=(4\pi)^{3/2}\,(2\lambda'+1)^{-1/2}\sum(-1)^{\ell+\ell'-m+m'}C^{\lambda\,0}_{\ell m,\ell-m}\,C^{\lambda' m'-m}_{\ell' m',L-m}\times$$
$$\times\, Y^{*}_{\ell m}(\nu,0)\,Y_{\ell' m'}(\nu',0)\,Y_{\lambda' m-m}(\theta,0),$$

где углы θ , ν , ν' определяются соотношениями

$$\cos\theta=f(\theta)\ ,\quad \cos\nu=\frac{\vec{k}'\vec{p}}{k'p}\ ,\quad \cos\nu'=\frac{\vec{k}''\vec{p}}{k''p}\ .$$

Для короткодействующих потенциалов t_ℓ быстро убывают с ростом ℓ , и система интегральных уравнений (3.6) становится конечной. В сепарабельном приближении такие уравнения допускают численное решение.

В частном случае, когда система трех частиц находится в связанном состоянии $(\Phi=0)$, а взаимодействие имеет место только в s – состоянии и характеризуется нелокальным потенциалом (2.1), волновую функцию можно искать в виде

$$\Psi(\vec{k},\vec{p})=G_0(\vec{k},\vec{p},m_3)\,v(k)\,a(\vec{p})\,.$$

Для $a(\vec{p})$ из (3.1) получим интегральное уравнение

$$a(\vec{p}) = 2 g r(m_3, p) \int v(k')v(k'') G_0(k'', p') a(\vec{p}') \frac{d\vec{p}'}{p'^0 p''^0}, \qquad (3.10)$$

где $r(m_3, p)$ определяется (2.6), (2.14) при $z = m_3$.

Если полный орбитальный момент относительного движения в такой системе равен нулю $(L = 0)$, то функция $a(\vec{p})$ зависит только от модуля вектора $\vec{p}$ и определяется одномерным уравнением:

$$a(p) = 4\pi\, g r(m_3, p) \int_0^\infty J(p, p'; m_3)\, a(p') p'^2 dp', \qquad (3.11)$$

где

$$J(p, p'; z) = \int_{-1}^{1} v(k')v(k'') G_0(k'', p'; m\ ) \frac{dy}{p'^0 p''^0}; \; y = \hat{p}\hat{p}'. \qquad (3.12)$$

В уравнении (3.11) выражение

$$W(p, p'; m_3, m_{12}) = 4\pi\, g r(m_3, p) J(p, p'; m_3) \qquad (3.13)$$

можно рассматривать как обобщенный потенциал. Сравнение ассимптотик при $p \to \infty$

$$J^{\text{рел.}}(p, 0; m_3) \approx p^{-3,5};\; J^{\text{рел.}}(p, p; m_3) \approx p^{-4,5};\; J^{\text{нер.}}(p, 0; \kappa) \approx J^{\text{нер.}}(0, p; \kappa) \approx p^{-6} \qquad (3.14)$$

показывает, что релятивистский аналог потенциала является "более сильным" ж).

В связи с этим можно ожидать, что применение уравнений типа (3.6), (3.10) для учета релятивистских эффектов в рамках рассматриваемого приближения приведет к увеличению энергии связи трехчастичной системы.

ж) В случае слабо связанных систем различие между $W^{\text{рел}}(0,0; m_3, m_{12})$ и $W^{\text{нер}}(0,0; \kappa, a)$ оказывается небольшим. Например, если в системе нуклонов в качестве связанных состояний рассматриваются дейтон и тритий, то $W^{\text{рел}}(0, 0; m_3, m_{12}) \approx W^{\text{нер}}(0,0; \kappa, a_{12})$.

§4. Высокоэнергетическое рассеяние на связанном состоянии

В качестве другого приложения релятивистских уравнений Фаддеева мы рассмотрим высокоэнергетическое рассеяние на малые углы элементарной частицы (например, первой) на слабосвязанной системе двух других частиц (вторая и третья).

В области высоких энергий можно пренебречь относительным движением в слабосвязанной системе $(V_{23} = 0)$ и, ограничившись второй итерацией (1.5) /18,6/, для амплитуды упругого рассеяния получить выражение:

$$T'_{fi} = <\Phi_f|t_{12}|\Phi_i> + <\Phi_f|t_{13}|\Phi_i> + <\Phi_f|t_{12}G_0 t_{31}|\Phi_i> +$$

$$+ <\Phi_f|t_{31}G_0 t_{12}|\Phi_i> = \sum_{r=1}^{4} T_r \, . \tag{4.1}$$

(Φ_f, Φ_i – асимптотические волновые функции (3.2)),где, например, I и III слагаемые в переменных (3.3)

$$\vec{k}'|_{\vec{p}'=\vec{p}_3,\, \vec{p}=\vec{p}_f} \equiv \vec{k}_{3f}, \quad \vec{k}''|_{\vec{p}=\vec{p}_f,\, \vec{p}'=\vec{p}_3} \equiv \vec{k}_{f3} \tag{4.2}$$

имеют вид

$$T_1 = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\vec{p}_3}\, \phi(\vec{k}_{3f}) <-\vec{k}_{f3}|t_{12}(z,p_3)|-\vec{k}_{i3}> \phi(\vec{k}_{3i}) \tag{4.3}$$

$$T_3 = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\vec{p}_3}\, \phi(\vec{k}_{3f}) <-\vec{k}_{f3}|t_{12}(z,p_3)|\vec{k}'_{21}> \frac{d\vec{p}'_2}{p'^0_1 p'^0_2} \times$$

$$\times G_0(\vec{k}'_{23}, \vec{p}'_3; z) <-\vec{k}'_{31}|t_{31}(z,p'_2)|\vec{k}_{12}> \phi(-\vec{k}_{21}). \tag{4.4}$$

Задача сводится к преобразованию этих выражений в предположении, что в области высоких энергий

$$-(k-k')^2 = 2(\Delta^0 - 1) \ll k$$
$$\vec{\Delta} = \vec{k}(-)\vec{k}' \tag{4.5}$$

двухчастичная амплитуда t зависит только от передачи

$$\langle \vec{k} \,|\, t_{j\ell}(z,p) \,|\, \vec{k}' \rangle = t_{j\ell}(z, \vec{\Delta}) \tag{4.6}$$

и быстро стремится к нулю вне области (4.5).

В релятивистской формулировке необходимо более жесткое предположение о поведении $t(z, \vec{\Delta})$. Именно, будем считать, что $t(z, \vec{\Delta})$ быстро убывает вне области [ж)]

$$|\vec{\Delta}|^2 \ll 1 \tag{4.7}$$

и покажем, что такому ограничению эквивалентно предположение о том, что в (4.4) дают вклад лишь состояния со значениями импульсов, удовлетворяющими условиям

$$|\vec{\Delta}_{\ell n}| = |\vec{p}_\ell + \frac{1}{2}\vec{p}_n| \ll 1, \quad \ell = \{2,3\}, \quad n = \{i, f\}. \tag{4.8}$$

Из (4.8) следует

$$|\vec{k}_{3n}| \approx \Delta_{3n} \ll 1$$
$$\vec{\Delta}_{\ell n}\vec{p}_n \approx \Delta^2_{\ell n}, \tag{4.9}$$

ж) В приводимых ниже построениях предполагается, что такому же условию удовлетворяет волновая функция слабосвязанной системы. На примере, рассмотренном в §2, видно, что в случае дейтонной волновой функции такое предположение является реалистическим.

откуда для значений налетающих импульсов

$$|\vec{\Delta}_{\ell n}| \ll p_i \tag{4.10}$$

имеем

$$\vec{\Delta}_{\ell n}(-)\vec{p}_n \approx \vec{\Delta}_{\ell n} - \vec{p}_n\,. \tag{4.11}$$

Учитывая (4.10) и соотношение вида

$$d\Omega_{\vec{p}_3} = d\Omega_{\vec{k}_{3f}}\,, \quad \vec{k}_{3f} = \vec{k}_{3i}(-)\frac{\vec{\Delta}}{2}\,; \quad \frac{\vec{\Delta}}{2} \equiv \frac{\vec{p}_i}{2}(-)\frac{\vec{p}_f}{2}$$

$$(k_{i3}\,, k_{f3}) \approx (p_i\,, p_f) = \sqrt{1+\vec{\Delta}^2} \tag{4.12}$$

$$\vec{\Delta} = \vec{p}_i\,(-)\,\vec{p}_f\,,$$

I и II члены в (4.1) можно представить следующим образом:

$$T_{1,2} = t(z, \vec{\Delta})\; S(\pm \frac{\vec{\Delta}}{2})\,, \tag{4.13}$$

$$S(\frac{\vec{\Delta}}{2}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \phi(\vec{p} + \frac{\vec{\Delta}}{2})\,\phi(\vec{p})\,d\Omega_{\vec{p}}\,. \tag{4.14}$$

После введения новой переменной $\vec{q}$

$$\vec{k}_{2i} = -(\vec{k}_{3f} + \vec{q})\,,$$

удовлетворяющей условиям (4.9), (4.10), III и IV слагаемые из (4.1) можно преобразовать к виду

$$T'_{3,4} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \phi(\vec{p}+\vec{q})\,\phi(\vec{p})\,d\Omega_{\vec{p}}\,t(\vec{q} + \frac{\vec{\Delta}}{2})\,t(\vec{q} - \frac{\vec{\Delta}}{2})[\pm\; \vec{p}_i\vec{q} + i\epsilon]^{-1}\left[\frac{\sqrt{4+\vec{p}_i^{\,2}} + \sqrt{1+\vec{p}_i^{\,2}}}{\sqrt{4+\vec{p}_i^{\,2}}\;\sqrt{1+\vec{p}_i^{\,2}}}\right]^{-1} d\Omega_{q}$$

Таким образом, для значений импульсов налетающей частицы из (4.10) в предположении, что $t(z\,, \vec{\Delta})$ быстро убывает вне области (4.7), релятивистский аналог формулы Глаубера принимает вид:

$$T'_{if}(\vec{\Delta}) = t_p(\vec{\Delta})S(\frac{\vec{\Delta}}{2}) + t_n(\vec{\Delta})S(-\frac{\vec{\Delta}}{2}) - \frac{i}{(2\pi)^2}\,\frac{p_2^0}{p_3^0}\,\frac{1}{p_i}\int S(\vec{q})\,t_p(\vec{q} + \frac{\vec{\Delta}}{2}) \times \tag{4.15}$$

$$\times\, t(\vec{q} - \frac{\vec{\Delta}}{2})\,\frac{d^2\vec{q}}{q^0}\,,$$

где
$$p_2^0=\sqrt{4+\vec{p}_i^{\,2}}\,,\quad p_3^0=\sqrt{4+\vec{p}_1^{\,2}}+\sqrt{1+\vec{p}_i^{\,2}}\,.$$

В заключение сделаем несколько замечаний.

Построения, выполненные в §§2,3, представляют, по-видимому, непосредственно практический интерес в связи с задачей определения релятивистских поправок [ж)] при изучении ядерных взаимодействий в области низких энергий.

Приведенные здесь качественные соображения о знаке релятивистских поправок относятся к потенциалам типа (2.1), при их перенесении для случая локальных потенциалов обычно используется тот факт, что сепарабельные потенциалы достаточно хорошо передают общий характер реалистических взаимодействий.

Наконец отметим, что процедура вывода релятивистского аналога (1.1), при которой использовались дополнительные предложения, указывает на то, что эта формула имеет ограниченную область применимости [жж)].

Автор выражает глубокую благодарность профессору Д.И. Блохинцеву, В.Б. Беляеву, А.Л. Зубареву, В.Г. Кадышевскому и А.Н. Квинихидзе за обсуждения и замечания.

ж) В работе /19/ для этой цели использовались релятивистские уравнения Фаддеева, построенные по методу /20/. Необходимость в таких исследованиях является актуальной, т.к. расчеты, использующие параметризацию $t_{j\ell}$ для реалистических потенциалов, применимую в широком интервале энергий, дают заниженное (на 15-20%) значение энергии связи /2/.

жж) Согласно /21/, формула (1.1) является точной: в приближении высоких энергий последующие итерационные члены перерассеяния сокращаются с внеэнергетическими вкладами последнего слагаемого в (1.1).

Литература

1. А.Н. Москалев. Материалы V зимней школы по теории ядра и физике высоких энергий. ФТИ, стр. 191-244, Ленинград, 1970.
2. F.M. Delves, A.C. Phillips. Rev.Mod.Phys., 41, 497 (1969).
3. А.Г. Ситенко, В.Ф. Харченко. Препринт ИТФ 69-72, Киев (1969).
4. A.A. Logunov, A.N. Tavkhelidze. Nuovo Cim., 29, 380 (1963).
5. В.А. Матвеев, Р.М. Мурадян, А.Н. Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ Р9-3900, Дубна (1968).
6. А. Н. Квинихидзе, Д.Ц. Стоянов. ТМФ, 3, 332 (1970).
7. В.Г. Кадышевский. ЖЭТФ, 46, 654 (1964);
   В.Г. Кадышевский. ЖЭТФ, 46, 872 (1964).
8. V.G. Kadyshevsky. Nucl. Phys., B6, 125 (1964).
   V.G. Kadyshevsky, M.D. Matveev. Nuovo Cim., 55A, 273 (1968).
9. V.G. Kadyshevsky, R.M. Mir-Kasimov, N.B. Skachkov. Nuovo Cim., 55A, 233 (11968).
10. И.С. Шапиро, ДАН СССР, 106, 647 (1956).
11. В.Г. Кадышевский, Р.М. Мир-Касимов, Н.Б. Скачков. Сборник ЭЧАЯ, 2, вып. 3, Атомиздат, Москва, 1971.
12. В.М. Виноградов. Препринт ОИЯИ Р2-5099, Дубна (1970).
13. В.М. Виноградов. Препринт ОИЯИ Р2-5100, Дубна (1970).
14. В.Г. Кадышевский. ДАН СССР, 147, 583 (1963).
15. В.Г. Гарсеванишвили, В.А. Матвеев, А.А. Слепченко. Препринт ОИЯИ Р2-3865, Дубна (1968).
16. В.М. Виноградов. Препринт ОИЯИ Р2-5101, Дубна (1970).
17. М.И. Широков. ЖЭТФ, 40, 1387 (1961).
18. V. Bhasin. Nuovo Cim., 49, 736 (1967).
19. A.D. Jackson, J.A. Tjon. Phys.Lett., 38B, 9 (1970).
20. R. Blankenbekler, R. Sugar. Phys.Rev., 142, B1051 (1966).
21. D.R. Harrington. Phys.Rev., 184, 1745 (1969).

Рукопись поступила в издательский отдел
18 марта 1971 года.