

C 15a

3/2-71

Д-796

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

1317/2-71



P 2-5659

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.М. Дубовик, Б.Л. Марковски,
Л.М. Сороко, Т.А. Стриж

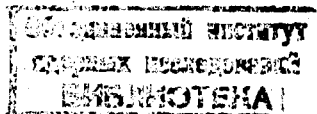
ОПРЕДЕЛЕНИЕ БРЕЙТ-ВИГНЕРОВСКИХ
ШИРИН РЕЗОНАНСОВ
С ПОМОЩЬЮ АЛГОРИТМА ФУРЬЕ

1971

P2-5659

В.М. Дубовик, Б.Л. Марковски,
Л.М. Сороко, Т.А. Стриж

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ БРЕЙТ-ВИГНЕРОВСКИХ
ШИРИН РЕЗОНАНСОВ
С ПОМОЩЬЮ АЛГОРИТМА ФУРЬЕ**



S U M M A R Y

The Fourier algorithm is used to determine the B-W widths in the presence of a Gauss type experimental broadening. It is shown (see eqs. I-6) that in general the widths can be found using the low frequency region only, where the Fourier transform of the Gauss shape has negligibly small amplitudes.

On fig. I some model curves (in the absence of noise) illustrate the above-mentioned assertions. The case of an incoherent superposition of the B-W doublet components has been investigated. The model curve on fig. 2, which is very close to those of the compound radioactive decay, shows that in the case when the noise is low enough the method is of an extensive use.

If the noise level and the difference between Γ_1 and Γ_2 are sufficiently large, we are able in practice to select the short-lived component only.

The influence of the "cut-off" effect and of the discrete character of the experimental data on the results obtained by the method is considered. It is shown that in the presence of a high pedestal under the peaks (which is equivalent to the existence of a great number of background events) our method is not suitable for direct applications. In these cases we have, first of all, to subtract the background. Then the method remains valid if the "cut-off" of the spectrum is large enough (cf. fig. I and fig. 2)

The method is applied to analyse the structure of $A_2, K^*(I420)$ and Q resonances using the data from refs. [4, 5, 6].

Summarizing we get the following conclusions: i) the available experimental data on the A_2 meson are not suitable for extracting widths of the components because of the high pedestal (fig. 5); ii) $K^*(I420)$ is a singlet with $\Gamma = 108$ Mev; iii) there is a great evidence that Q is an incoherent doublet with the values listed on Table I (see also fig. 7).

При определении брейт-вигнеровских (Б.-В.) шири резонансов приходится исключить эффект приборного уширения, форма и величина которого, как правило, экспериментально не измеряются. Обычно пользуются методом максимума правдоподобия.

Фурье-алгоритм^{/1/}, используемый для установления дублетной структуры резонансов^{/2/}, обладает высокой наглядностью, и для получения тех же результатов требует существенно меньше машинного времени, чем метод максимума правдоподобия, особенно при обработке большого массива данных. Естественно возникло предложение использовать этот алгоритм также при исключении эффектов приборного уширения в задачах нахождения физических шири Б.-В. резонансов.

Поясним сущность метода на примере синглетного Б.-В. резонанса. Как правило, реально измеряемый энергетический спектр $f(E)$ представляет собой интегральную свертку истинного Б.-В. спектра $f_0(E)$ с функцией приборного уширения $g(E)$. В частотном представлении^{/2/} этот факт выражается соотношением факторизации

$$F(\omega) = F_0(\omega)G(\omega), \quad (1)$$

где ω - энергетическая частота, а $F(\omega)$, $F_0(\omega)$, $G(\omega)$ - фурье-образы функций $f(E)$, $f_0(E)$ и $g(E)$, соответственно.

При этом для частоты Б.-В. линии имеем

$$F_0(\omega) = \begin{cases} e^{-\frac{\Gamma}{2}\omega} & , \omega > 0 \\ 0 & , \omega < 0 \end{cases} \quad (2)$$

Выражение (1) с учётом (2) удобно записать в логарифмической шкале

$$\ln |F(\omega)| = -\frac{\Gamma}{2}\omega + \ln |G(\omega)| \quad (3)$$

Предположим теперь, что всевозможные факторы, формирующие функцию уширения прибора $g(E)$, являются независимыми, так что функцию $g(E)$ практически можно считать Гауссовой

$$g(E) = e^{-\frac{E^2}{a^2}} \quad (4)$$

Тогда в окрестности нулевой частоты выражение (3) принимает вид

$$\ln |F(\omega)| \approx -\frac{\Gamma}{2}\omega - \frac{\omega^2 \sigma^2}{4}, \quad (5)$$

где $\sigma = a/2$.

Из (5) видно, что при достаточно малых значениях ω величина $\ln |F(\omega)|$ имеет, кроме линейной компоненты, связанной с Б.-В. шириной Γ , еще квадратичную компоненту. Это означает, что если вместо $\ln |F(\omega)|$ взять ее производную по частоте $\frac{d \ln |F(\omega)|}{d\omega}$, то вблизи нуля эта функция будет суммой постоянной ($\text{const} = -\Gamma/2$) и линейной компонент. Учитывая, что реальные исходные данные дискретны, вместо производной $d \ln F / d\omega$ рассмотрим конечную разность

$$\Delta \ln |F(\omega_n)| = \ln |F(\omega_{n+1})| - \ln |F(\omega_n)| \quad (6)$$

На рис. 1 изображено поведение конечной разности $\Delta \ln |F(\omega_n)|$ в случае чистого Б.-В. синглета (кривая Б.-В. синглет). На том же рисунке приведены данные для синглета, искаженного функцией приборного уширения

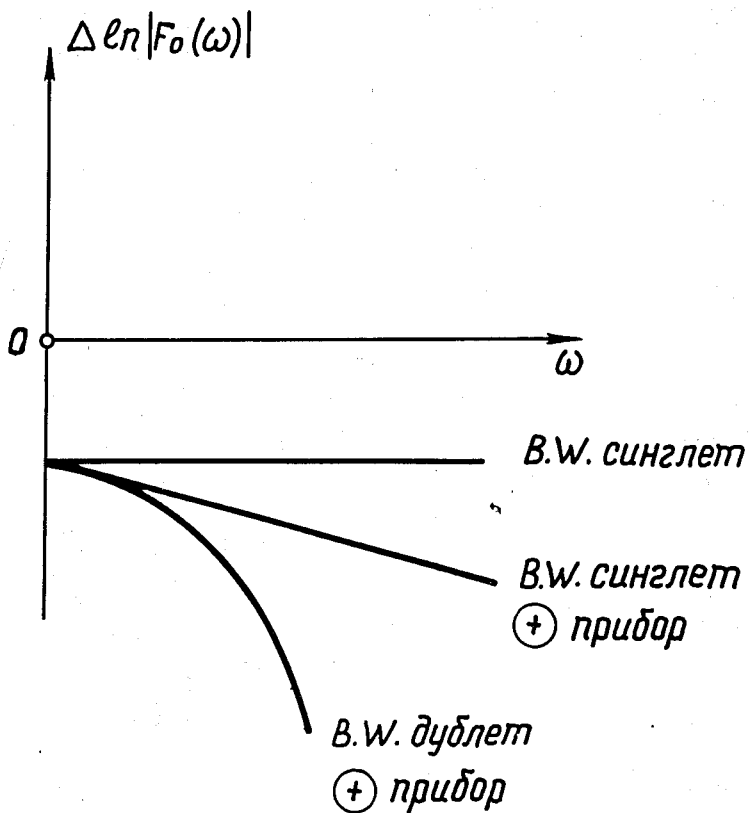


Рис. 1. Вид функций $\Delta \ln |F(\omega)|$ для случая чистого Б.-В. синглета (кривая Б.-В. синглет), для случая синглета, искаженного функцией приборного уширения (кривая Б.-В. синглет + прибор), и для случая когерентного Б.-В. дублета (кривая Б.-В. дублет + прибор).

(кривая Б.-В. синглет+прибор), а также для случая некогерентного Б.-В. дублета (кривая Б.-В. дублет+прибор).

82

Рассмотрим теперь общий случай когерентного наложения двух Б.-В. компонент с разными интенсивностями и ширинами. Амплитуда такого процесса имеет вид

$$\psi_0(E) = \frac{A e^{i\phi}}{E - E_1 + i a_1} + \frac{1}{E - E_2 + i a_2}, \quad (7)$$

где

$$A = \frac{a_1}{a_2} \frac{a_1}{a_2}, \quad a_i = \frac{\Gamma_i}{2} \quad (i = 1, 2). \quad (8)$$

Амплитуда вероятности процесса равна

$$f_0(E) = |\psi_0(E)|^2 = \frac{A^2}{|E - E_1 + i a_1|^2} + \frac{1}{|E - E_2 + i a_2|^2} + \beta \left[\frac{A e^{i\phi}}{(E - E_1 + i a_1)(E - E_2 - i a_2)} + \frac{A e^{-i\phi}}{(E - E_1 - i a_1)(E - E_2 + i a_2)} \right], \quad (9)$$

где β - коэффициент взаимной когерентности Б.-В. амплитуд ($0 \leq \beta \leq 1$). Частные случаи $\beta = 0$ и $\beta = 1$ описывают соответственно полностью некогерентное и полностью когерентное наложение дублета.

Фурье-образ амплитуды вероятности $f_0(E)$ имеет вид (см. приложение А):

$$|F_0(\omega)|^2 = C^2 e^{-2 a_1 \omega} + 2 C D e^{-(a_1 + a_2) \omega} \cos \omega \Delta + D^2 e^{-2 a_2 \omega}, \quad (10)$$

где

$$C = \frac{\pi A^2}{\alpha_1} + \frac{4\pi A (2\alpha_0 \cos \phi - \Delta \sin \phi)}{4\alpha_0^2 + \Delta^2}, \quad (11)$$

$$D = \frac{\pi}{\alpha_2} + \frac{4\pi A (2\alpha_0 \cos \phi - \Delta \sin \phi)}{4\alpha_0^2 + \Delta^2}, \quad \Delta = E_2 - E_1, \quad \alpha_0 = \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2).$$

На рис. 2 показано поведение функции $\ln |F_0(\omega)|^2$ для некоторого типичного случая. Огибающая в области низких энергетических частот определяется короткоживущей компонентой, а в области высших частот — долгоживущей компонентой. Здесь имеется близкая аналогия со сложным радиоактивным распадом. Кроме этого присутствует компонента биения ($\approx \cos \omega \Delta$).

Наблюдаемые в реальном эксперименте спектры $f(E)$ содержат шумы флуктуационного происхождения, которые затушевывают прежде всего долгоживущую компоненту. Очевидно поэтому, что анализ ширины когерентного Б.-В. дублета при большом различии их величин практически ограничен нахождением только короткоживущей компоненты.

В частном случае некогерентного наложения ($\beta = 0$) Б.-В. компонент с одинаковыми интенсивностями и ширинами поведение функции $\ln |F(\omega)|$ в окрестности $\omega \approx 0$ описывается соотношением

$$\ln |F(\omega)| \approx -\frac{\Gamma}{2} \omega - \frac{\omega^2 \sigma^2}{4} - \frac{\omega^2 \Delta^2}{8} + O(\omega^4). \quad (12)$$

Заметим, что общее выражение $|F(\omega)|$ для этого случая имеет вид

$$|F(\omega)| = e^{-\frac{\Gamma}{2} \omega} e^{-\frac{\omega^2 \sigma^2}{4}} \cos \left(\frac{\omega \Delta}{2} \right). \quad (13)$$

Если выражение (12) сравнить с формулой Б.-В. синглет, то в (12) имеется дополнительный параметр Δ , равный энергии расщепления дублета. Величина Δ находится независимо, с помощью алгоритма Фурье/2/. Соотношение (12) свидетельствует о большой наглядности излагаемого метода.

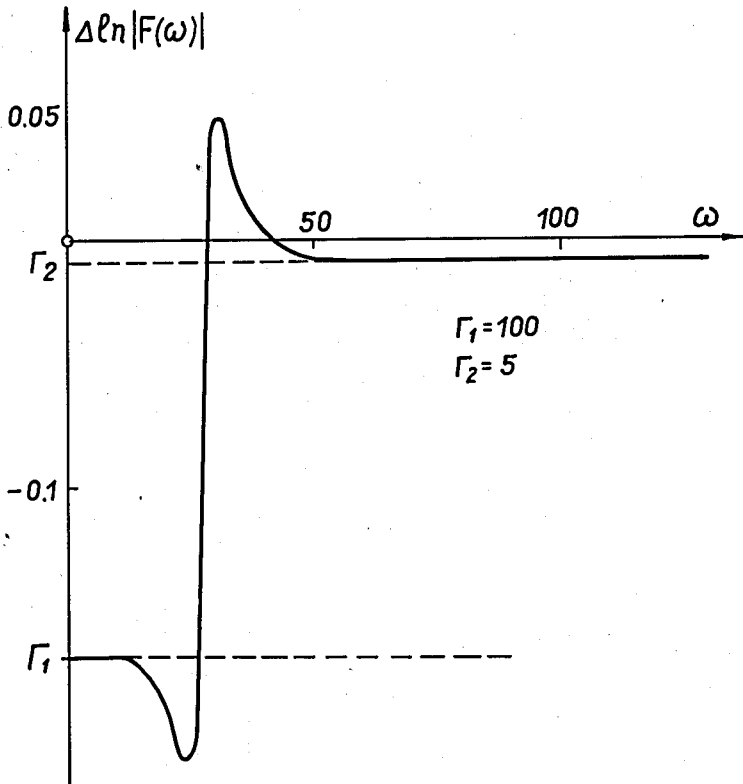
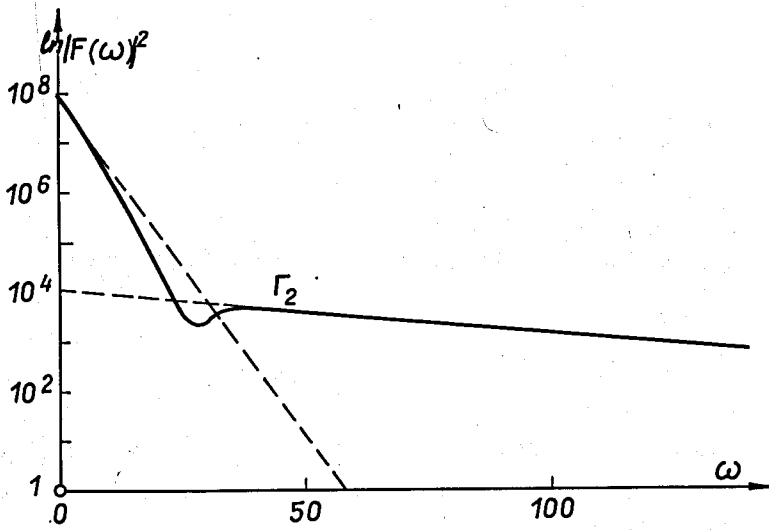


Рис. 2. Вид функций $\ln |F_0(\omega)|^2$ для случая когерентного наложения двух Б.-В. компонент с параметрами $\Gamma_1 = 100$, $\Gamma_2 = 5$, $A_1 = 100$, $A_2 = 50$, $\Delta = 8$, $\phi = 30^\circ$.

Однако в действительности существуют эффекты, которые могут затушевывать эту наглядность.

Во-первых, следует учесть, что реально получаемые энергетические спектры являются дискретными, т.е.

$$f(E) = \sum_i f(i) \delta(E - E_i), \quad (14)$$

где $f(i)$ - дискретный массив данных, имеющих вид гистограммы.

Дискретный Фурье-образ этого массива значений имеет вид

$$F(\omega) = \sum_k \frac{f(k)}{\sqrt{2\pi}} e^{i\omega E_k} \quad (15)$$

- если преобразование Фурье ввести с нормировкой

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-i\omega x} f(x) dx. \quad (16)$$

Во-вторых, на практике приходится обрабатывать лишь часть спектра, заданного в некотором интервале ϵ . Учитывая это, введем

$$\bar{f}(E) = f(E) \Pi_\epsilon(E - E_0), \quad (17)$$

где $\Pi_\epsilon(E - E_0)$ - прямоугольный нормированный импульс, равный

$$\Pi_\epsilon(E - E_0) = \begin{cases} \frac{1}{2\epsilon}, & (E - E_0) < \epsilon \\ 0, & (E - E_0) > \epsilon \end{cases} \quad (18)$$

Дискретный Фурье-образ функции $\bar{f}(E)$ (16) имеет вид свертки

$$\bar{F}(\omega) \approx F(\omega) * \frac{\sin \omega \epsilon}{\omega \epsilon} \equiv F(\omega) * \text{sinc}\left(\frac{\omega \epsilon}{\pi}\right). \quad (19)$$

Свойства функции $\text{sinc}\left(\frac{\omega \epsilon}{\pi}\right)$ позволяют заключить, что чем меньше интервал ϵ (грубее обрезан спектр), тем сильнее будут проявляться выбросы и различие в ω -представлении спектра.

На рис. 3 показано поведение функции $\Delta \ln |F(\omega)|$ для случая, когда спектральные данные расположены на высоком пьедестале (большое число фоновых событий над резонансом). Видно, что в этом случае Фурье-алгоритм непосредственно неприменим - требуется предварительная обработка спектральных данных (удаление фона).

Важно подчеркнуть, что эффект обрезания дискретных исходных данных не является монотонным по отношению к интервалу обрезания ϵ , т.е. небольшие изменения интервала обрезания могут вызвать очень сильные деформации функции $F(\omega)$ (см. приложение Б). Однако, если обрезанию подвергаются только хвосты спектра, т.е. ϵ очень большое и при этом $\text{sinc}\left(\frac{\omega \epsilon}{\pi}\right) \approx \delta(\omega)$, то эффект обрезания ослабляет наглядность метода незначительно.

В этом случае функция $\Delta \ln |F(\omega)|$, вне зависимости от способа обрезания хвостов, будет иметь вид, показанный на рис. 4.

На рисунке показан дискретный Фурье-образ Б.-В. синглета с физической шириной $\Gamma = 3$ элементам гистограммы. Рисунок показывает, что Фурье-алгоритм, примененный для определения физической ширины Б.-В. синглета, обладает большой наглядностью.

§ 4.

С помощью изложенного выше метода были заново проанализированы данные /3-6/ о мезонных резонансах Q (1240-1400), A_2 (1300) и $K^*(1420)$ с целью определения Б.-В. ширин этих резонансов.

На рис. 5 приведена функция $\Delta \ln |F(\omega)|$ для A_2 резонанса /3/. Высокий уровень шумов в исходных данных, отмеченный в предыдущей работе /3/, а также наличие высокого пьедестала затрудняют идентификацию линейной части функции $\Delta \ln |F(\omega)|$, определяющей физическую ширину Γ .

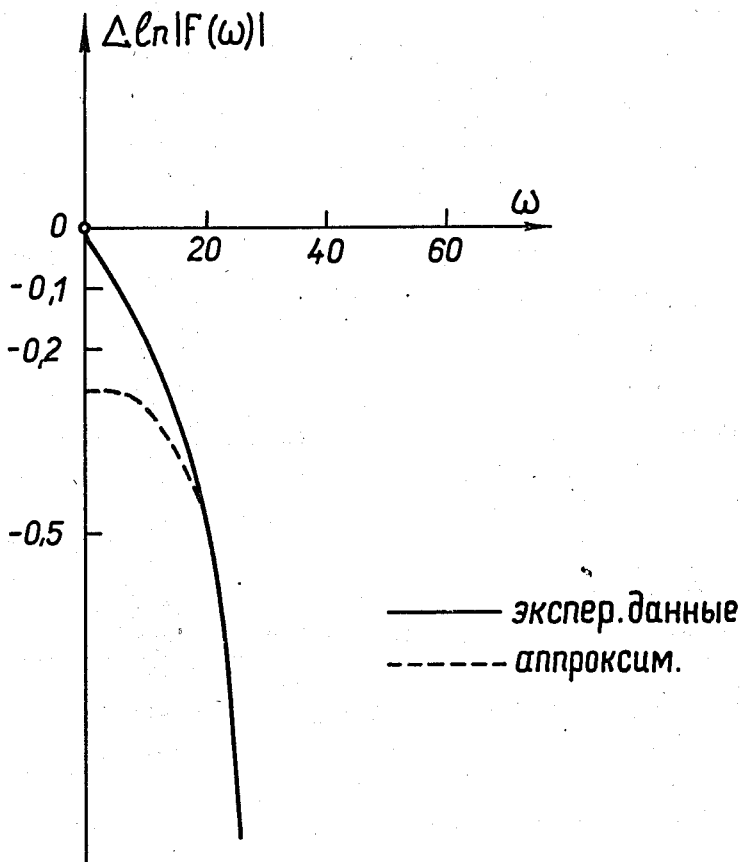


Рис. 3. Функция $\Delta \ln |F(\omega)|$ для случая резонанса, расположенного на высоком пьедестале. Сплошная кривая - вид $\Delta \ln |F(\omega)|$ для обрезанных данных. Пунктирная кривая - поведение $\Delta \ln |F(\omega)|$ без обрезания исходных данных (вычислена аналитически в соответствии с данными работы ¹²⁾, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 200$ Мэв, $\Delta = 150$ Мэв.

На рис. 6 даны результаты обработки данных /4/ для резонанса $K^*(1420)$, а на рис. 7 - для Q резонанса /6/. Далекое обрезание и небольшой уровень шумов для $K^*(1420)$ позволяют отчетливо видеть линейную компоненту. Таким образом, из данных /4/ следует, что $K^*(1420)$ является Б.-В. синглетом с шириной $\Gamma = 108$ Мэв.

Данные о Q -резонансе /6/ также достаточно благополучны для анализа их с помощью алгоритма Фурье. При интерпретации рис. 7 предполагалось, что компоненты Q -резонанса имеют равные интенсивности и ширины.

В таблице 1 приведены найденные таким образом значения Б.-В. ширин, а также данные /6/, полученные методом χ^2 .

Таблица 1

Q resonance	Fourier algorithm Γ Mev	Method χ^2	
		Γ Mev	
5,5 Gev/c Hopkins	22I	162 ± 23	255 ± 26
compilation > 7 Gev/c	I06	182 ± 9	220 ± 14
8,25 Gev/c CERN	III		--
10 Gev/c /2.fig.2/	86	100 ± 15	140 ± 15
10 Gev/c /2.fig.3/	96		--

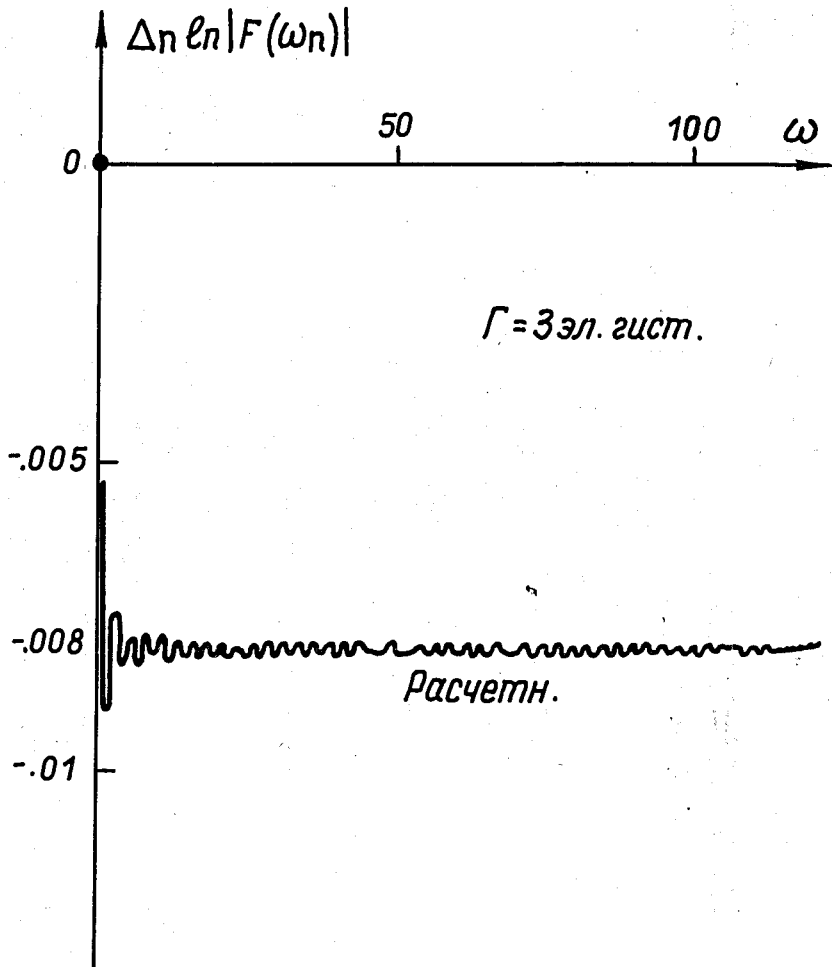


Рис. 4. Вид дискретного Фурье-образа Б.-В. синглета с физической шириной $\Gamma = 3$ элемента гистограммы в отсутствие высокого пьедестала (далекое обрезание).

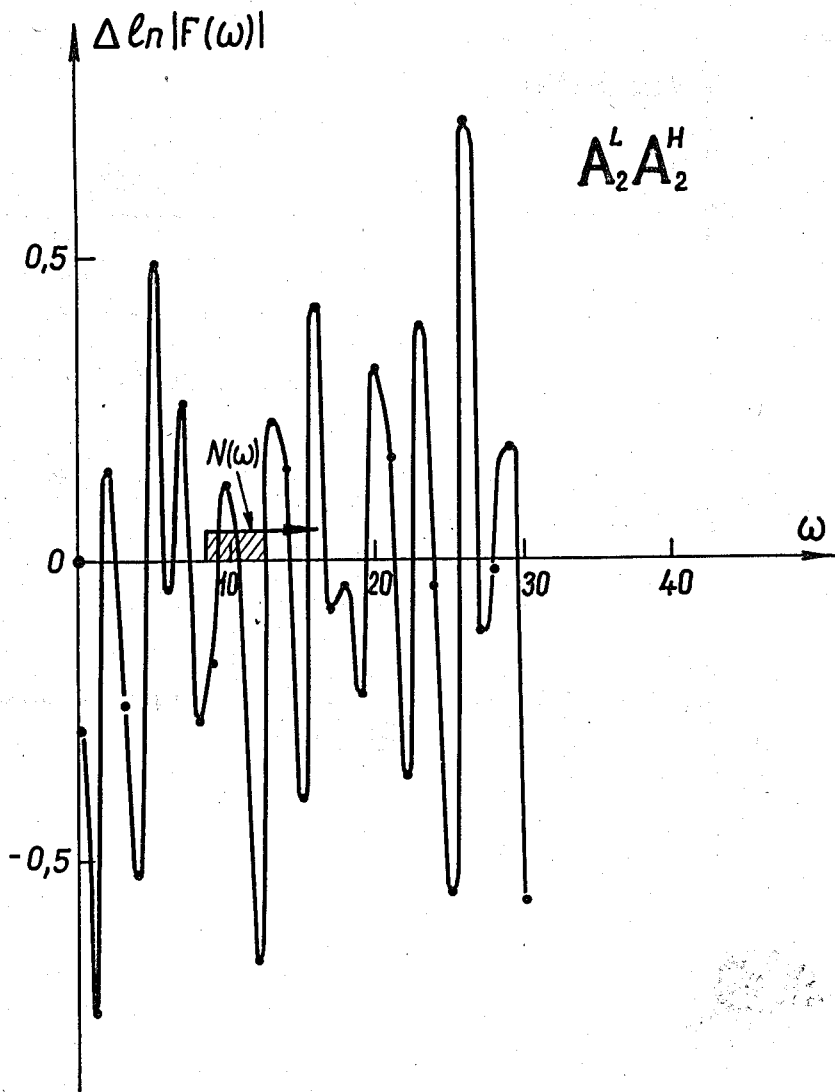


Рис. 5. Функция $\Delta \ln |F(\omega)|$ для A_2 - резонанса $^{1/3}$. Сильные флуктуации в исходных данных и наличие высокого пьедестала затрудняют определение физической ширины Γ .

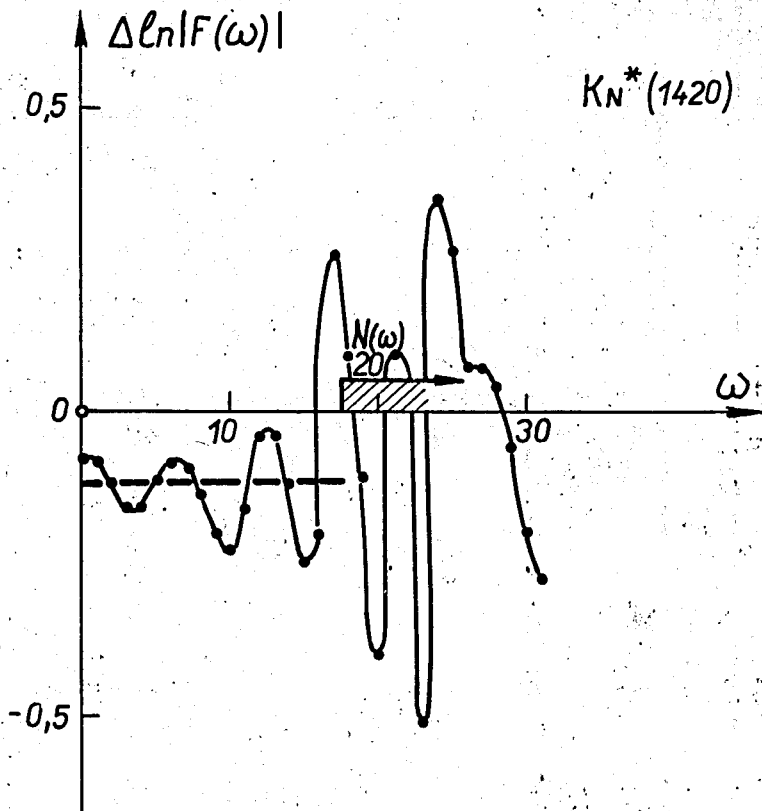


Рис. 6. Результаты анализа данных о резонансе $K^*(1420)$. Далекое обрезание и небольшой уровень шумов позволяют четко выделить линейную компоненту (пунктирная линия). Видно, $K^*(1420)$ является Б.-В. синглетом с шириной $\Gamma = 108$ Мэв.

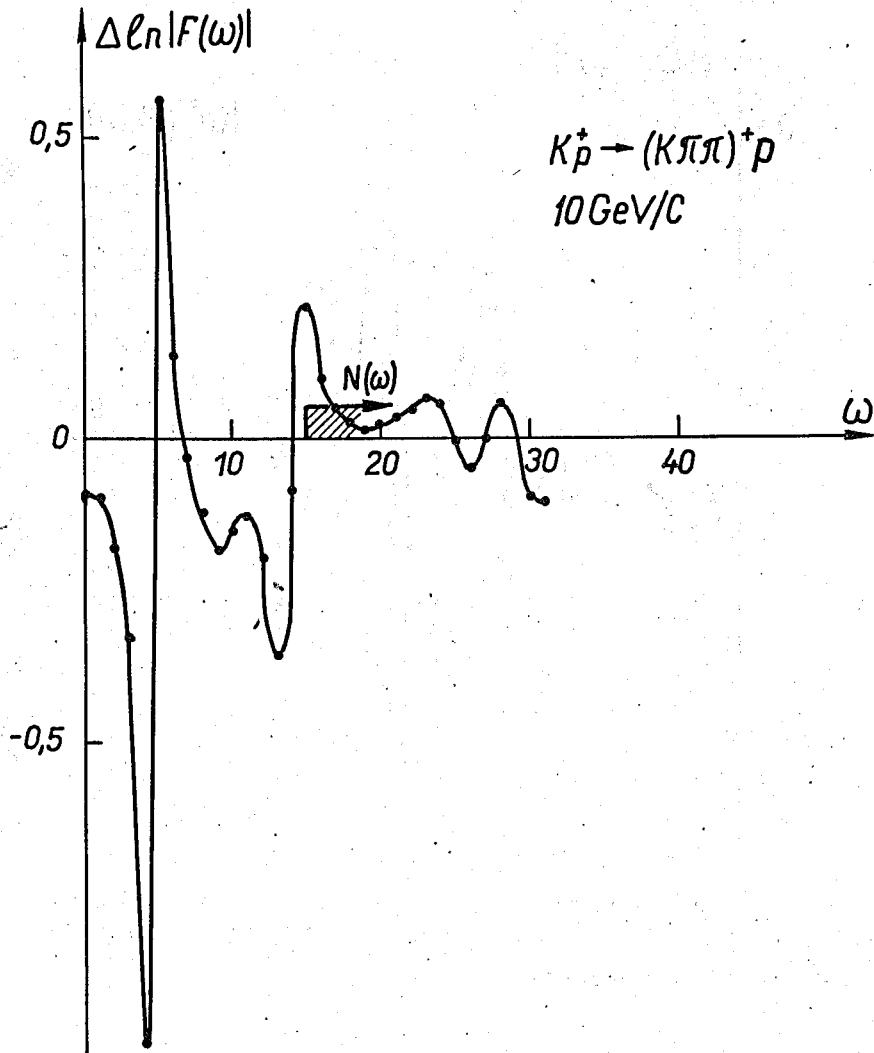


Рис. 7. Результаты анализа Q-пика по данным /6/.

Выводы. Фурье-алгоритм определения Б.-В. ширины резонансов оказывается наглядным рабочим методом в условиях, когда ширина интервала обрезания спектральных данных достаточно велика, а высота пьедестала, на котором расположен исследуемый резонанс, достаточно мала.

В заключение авторы выражают благодарность А.А. Тяпкину за полезную дискуссию.

Приложение А

Найдем Фурье-образ спектра масс частиц $f_0(E)$, испускаемых в процессе, амплитуда которого равна суперпозиции двух амплитуд:

$$\psi_0(E) = \frac{\Lambda e^{i\phi}}{E - E_1 + i\alpha_1} + \frac{1}{E - E_2 + i\alpha_2}, \quad (A,1)$$

где

$$\alpha_i = \frac{\Gamma_i}{2} \quad (i = 1, 2), \quad \Lambda = \frac{a_1}{a_2} \cdot \frac{a_1}{a_2}, \quad (A,2)$$

a_i ($i = 1, 2$) - амплитуды, а $\phi = \phi_1 - \phi_2$ - относительная фаза. Амплитуда вероятности такого процесса равна

$$f_0(E) = |\psi_0(E)|^2 = \frac{\Lambda^2}{|E - E_1 + i\alpha_1|^2} + \frac{1}{|E - E_2 + i\alpha_2|^2} + \frac{\Lambda e^{i\phi}}{(E - E_1 + i\alpha_1)(E - E_2 - i\alpha_2)} + \frac{\Lambda e^{-i\phi}}{(E - E_1 - i\alpha_1)(E - E_2 + i\alpha_2)}. \quad (A,3)$$

Чтобы найти Фурье-образ

$$F(\omega) = \int f_0(E) e^{-i\omega E} dE \quad (A,4)$$

воспользуемся тем, что

$$f(x) = \begin{cases} e^{-ax}, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \xrightarrow{\hat{F}} \frac{1}{a + i\omega}, \quad (\text{A.5})$$

где \hat{F} обозначает операцию преобразования Фурье (A.4).

Соотношения, обратные (A.5), запишутся так:

$$\frac{1}{E + ia} \xrightarrow{\hat{F}} (2\pi i)^* \begin{cases} e^{-a\omega}, & \omega > 0 \\ 0, & \omega < 0 \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{1}{E - ia} \xrightarrow{\tilde{F}} (2\pi i) \begin{cases} 0, & \omega > 0 \\ e^{a\omega}, & \omega < 0 \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

Таким образом, Фурье-образ амплитуды вида $1/E + ia$ отличен от нуля только при положительных частотах с точностью до соответствующих тригонометрических неоднозначностей, а его комплексно-сопряженная амплитуда $\frac{1}{E - ia}$ заполняет только отрицательные энергетические частоты.

Если далее воспользоваться тождествами вида:

$$\frac{1}{|E + ia|^2} = \frac{1}{E + ia} \frac{1}{E - ia} = \frac{i}{2a} \left(\frac{1}{E + ia} - \frac{1}{E - ia} \right), \quad (\text{A.8})$$

то Фурье-образ выражения (A.3), состоящего из четырех слагаемых, равен:

$$F(\omega > 0) = \frac{\pi}{a_1} A^2 e^{-i\omega E_1 + a_1 \omega} + \frac{\pi}{a_2} e^{-i\omega E_2 + a_2 \omega} + \quad (\text{A.9})$$

$$+ \frac{2\pi}{i} A u e^{-i\omega E_2 + a_2 \omega} + 2\pi i A u^* e^{-i\omega E_1 + a_1 \omega}$$

$$F(\omega < 0) = \frac{\pi}{a_1} A^2 e^{-i\omega E_1 - a_1 \omega} + \frac{\pi}{a_2} e^{-i\omega E_2 - a_2 \omega} +$$

$$+ \frac{2\pi}{i} A u e^{-i\omega E_1 - a_1 \omega} + 2\pi i A u^* e^{-i\omega E_2 - a_2 \omega}, \quad (A.10)$$

где

$$u = e^{i\phi} \frac{(-\Delta + 2i a_0)}{\Delta^2 + 4 a_0^2}. \quad (A.11)$$

Если объединить перекрестно слагаемые в (A.9) и (A.10) с $e^{-a_1|\omega|}$, $e^{-a_2|\omega|}$ соответственно, то:

$$F(\omega) = e^{-i\omega E_1} e^{-a_1|\omega|} \left[\frac{\pi A^2}{a_1} + \frac{4\pi A(2a_0 \cos \phi - \Delta \sin \phi)}{4a_0^2 + \Delta^2} \right] +$$

$$+ e^{-i\omega E_2} e^{-a_2|\omega|} \left[\frac{\pi}{a_2} + 4\pi A \frac{(2a_0 \cos \phi - \Delta \sin \phi)}{4a_0^2 + \Delta^2} \right]. \quad (A.12)$$

Интересно отметить следующие частные случаи:

- 1) Расщепление мало по сравнению с полушириной линии

$$\Delta \ll a \quad (A.13)$$

$$F(\omega) = \exp(-i\omega E_1 - a_1|\omega|) \left[\frac{\pi A^2}{a_1} + \frac{2\pi A}{a_0} \cos \phi \right] +$$

$$+ \exp(-i\omega E_2 - a_2|\omega|) \left[\frac{\pi}{a_2} + \frac{2\pi A}{a_0} \cos \phi \right], \quad (A.14)$$

где

$$a_0 = \frac{a_1 + a_2}{2}. \quad (A.15)$$

2) Энергетическое расщепление больше полуширины линии.

$$\Delta \gg a, \quad (\text{A.16})$$

$$F(\omega) = e^{-1\omega E_1} e^{-a_1|\omega|} \frac{\pi \Lambda^2}{a_1} + e^{-1\omega E_2} e^{-a_2|\omega|} \frac{\pi}{a_2}. \quad (\text{A.17})$$

3) Обе компоненты дублета имеют одинаковые ширины

$$a_1 = a_2 \equiv a \quad (\text{A.18})$$

$$F = e^{-a|\omega|} \left\{ [e^{-1\omega E_1} + e^{-1\omega E_2}] \left[\frac{\pi}{2} + \frac{4\pi\Lambda(2a \cos \phi - \Delta \sin \phi)}{4a^2 + \Delta^2} \right] + e^{-1\omega E_1} \frac{\pi}{a} (\Lambda^2 - 1) \right\}. \quad (\text{A.19})$$

В заключение покажем, что из экспериментальных данных можно извлечь все параметры, характеризующие Б.-В. дублет.

Для этого перепишем (A.12) в виде:

$$F(\omega) = C e^{-1\omega E_1} e^{-a_1|\omega|} + D e^{-1\omega E_2} e^{-a_2|\omega|} \quad (\text{A.20})$$

$$|F(\omega)|^2 = C^2 e^{-2a_1|\omega|} + 2CD e^{-(a_1+a_2)|\omega|} \cos \omega \Delta + D^2 e^{-2a_2|\omega|}. \quad (\text{A.21})$$

Коэффициенты C^2 и D^2 , а также величины a_1 и a_2 определяются короткоживущей и долгоживущей асимптотами функции $\ln |F(\omega)|^2$.

Энергия расщепления и величина $(C-D)$ определяются по положению и контрасту первого минимума биения^{2/2}, обусловленного вторым слагаемым в (A.21). Кроме этого

$$|F(0)| = |C+D|. \quad (\text{A.22})$$

Зная C , D , α_1 , α_2 , находим A и ϕ , решая тригонометрические уравнения

$$C = \frac{\pi A^2}{\alpha_1} + \frac{4\pi A(2\alpha_0 \cos \phi - \Delta \sin \phi)}{4\alpha_0^2 + \Delta^2} \quad (A.23)$$

$$D = \frac{\pi}{\alpha_2} + \frac{4\pi A(2\alpha_0 \cos \phi - \Delta \sin \phi)}{4\alpha_0^2 + \Delta^2}$$

Приложение Б

Для того чтобы рассмотреть вопрос о деформациях функции $F(\omega)$ в зависимости от обрезания хвостов спектра, перепишем формулу (17) в виде:

$$\bar{f}(E) = a f(E) \theta(E - E_0 + \frac{\epsilon}{2}) \theta(-E + E_0 + \frac{\epsilon}{2}), \quad (B.1)$$

где a - высота прямоугольного импульса, а ϵ - его длина. Фурье-образ этого выражения имеет вид:

$$\bar{F}(\omega) = a \int \frac{F(\Omega)}{2\sqrt{2\pi}} e^{-i\frac{\epsilon}{4}(\omega-\Omega) - iE_0(\omega-\Omega)} \frac{\sin \frac{\epsilon}{4}(\omega-\Omega)}{\omega-\Omega} d\Omega$$

Подставляя фурье-образ функции (16)

$$F(\omega) = \sum_1 \frac{A}{\sqrt{2\pi}} e^{i\omega E_1}, \quad (B.2)$$

получим:

$$\bar{F}(\omega) = \sum a \frac{A_1}{4\pi} \theta(E_1 + E_0 + \frac{\epsilon}{2}) \theta(-E_1 - E_0 + \frac{\epsilon}{2}) e^{i\omega E_1}. \quad (B.3)$$

Сравним теперь результаты двух различных обрезаний A и B . Запишем величины $|F_1|^2$ для этих случаев в виде

$$|\bar{F}_A(\omega)|^2 \approx a^2 \left[\sum_{i \in \{M\}} A_i^2 + 2 \sum_{(i < j) \in \{M\}} A_i A_j \cos \Delta_{ij} \omega \right]$$

$$|\bar{F}_B(\omega)|^2 \approx a^2 \left[\sum_{i \in \{N\}} A_i^2 + 2 \sum_{(i < j) \in \{N\}} A_i A_j \cos \Delta_{ij} \omega \right] \quad (B.4)$$

$$\left(\Delta_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{E_i - E_j}{2} \right) \right).$$

Примем теперь, что $\epsilon_A \subset \epsilon_B$. Тогда, если ввести упорядочение значений E : так, что все $E_i < E_{i+1}$, то множество $\{N\}$ должно охватывать $\{M\}$, т.е. $\{M\} \subset \{N\}$.

В этом случае разность $|\bar{F}_B(\omega)|^2$ и $|\bar{F}_A(\omega)|^2$:

$$|\bar{F}_B(\omega)|^2 - |\bar{F}_A(\omega)|^2 \approx a^2 \left[\sum_{i \in \{N \setminus M\}} A_i^2 + 2 \sum_{(i < j) \in \{N \setminus M\}} A_i A_j \cos \Delta_{ij} \omega \right] \quad (B.5)$$

может принимать произвольные значения, и, следовательно, форма спектра $\bar{F}_B(\omega)$ может деформироваться как угодно сильно. Этого, однако, не будет происходить, если предположить, например, что высота прямоугольного импульса $a = 1/2\epsilon$ (см. формулу (18)). В этом случае, или когда значения функции $-A_i$, соответствующие границе обрезания, малы (так как высота пьедестала $= A_i$ (гр.)), то, очевидно, вклад функции (Б.5) будет равномерно стремиться к нулю.

Л и т е р а т у р а

1. Л.М. Сороко. Сообщение ОИЯИ 1-5030, Дубна 1970.
2. В.М. Дубовик, Б.Л. Марковски, Л.М. Сороко, Т.А. Стриж. Сообщение ОИЯИ, P1-5340, Дубна (1970).
3. H. Benz, G.E. Chikovani et al. *Phys.Lett.*, 28B, 233 (1968).
4. P.J. FDavis, S.E. Derenzo et al., *Phys.Rev.Lett.*, 23, 1071 (1969).
5. A. Firestone. UCRL-19846, Preprint (1970).

6. B.-G.-O, Collaboration, A. Study of $K\pi\pi$ States Produced in $10 \text{ GeV}/c$ K^+p Interactions. Submitted on the XV the International Conference on High Energy Physics, Kiev, August 26th-September 4th, 1970.

Рукопись поступила в издательский отдел

2 марта 1971 года.