ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2-5629

А.П. Ванжа, А.В. Тарасов

О СТРУКТУРЕ АМПЛИТУДЫ ер-РАССЕЯНИЯ В e^2- И e^4-ПРИБЛИЖЕНИЯХ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1971

P 2-5629

А.П. Ванжа, А.В. Тарасов

О СТРУКТУРЕ АМПЛИТУДЫ ep-РАССЕЯНИЯ В e^2- И e^4-ПРИБЛИЖЕНИЯХ

Направлено в ЯФ

S U M M A R Y

The spin-structure of two-photon exchange contribution to the ep-elastic scattering amplitude has been investigated.

Using equation (1) for such contribution, where $t_{\mu\nu}$ and $T_{\mu\nu}$ are electron and proton Compton amplitudes, and quantum-electrodynamic expression for $t_{\mu\nu}$ (2) it is easily to find that only odd products of the Dirac matrices are sandwiched between electron spinors. The direct computing of such matrix elements shows that the amplitudes of transitions with changing the electron helicity λ vanish, if the ratio of the electron mass to its energy is neglected, i.e. $M_{\lambda\lambda'} = \delta_{\lambda\lambda'} M(\lambda)$. For the one-photon exchange amplitude the same statement is given, for example, in reference /5/. Under all general invariance assumptions the full ep-scattering amplitude (9) without the electron helicity change contains only three independent spin structure (11). To determine all two-photon exchange contributions $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, $\Delta\gamma$ to the ep-scattering amplitudes, the measurements, using the polarized beam and target in e^+p- and e^-p-scattering, are necessary. The expressions for polarization tensors in this case are given by equations (16)-(25).

1. Эксперименты, в которых сравниваются сечения рассеяния электронов и позитронов на протоне [1] или измеряется поляризация протонов отдачи [2] для определения вклада двухфотонного обмена в амплитуду ep-рассеяния, свидетельствуют о малости этого вклада по отношению к однофотонному обмену. Этот результат может быть обусловлен либо малостью всех двухфотонных амплитуд вообще, либо малостью тех их комбинаций, которые определяют разность сечений e^-p и e^+p-рассеяния и поляризацию протонов. Для решения этого вопроса необходимо проведение более сложных поляризационных измерений, а для этого важно знать, сколькими амплитудами характеризуется ep-рассеяния в двухфотонном приближении и результаты каких поляризационных опытов являются независимыми.

Общие соображения инвариантности относительно пространственных вращений и отражений и обращения времени допускают существование только шести отличных от нуля амплитуд для рассеяния двух частиц со спином $1/2$ [3,4].

Однако из-за специфики электромагнитного взаимодействия и малости массы электрона возможно сокращение их числа. Качественные соображения, подтверждающие сказанное, могут быть следующими. Известно, что в однофотонном приближении с точностью до членов, пропорциональных m/E, где m и E – масса и энергия электрона, не происходит изменения спиральности электрона (см., например,[5]), причем это справедливо как для упругого, так и для неупругого ep-рассеяния. Ясно, что мнимая часть амплитуды двухфотонного обмена, которая выражается билинейно через однофотонные амплитуды неупругого ep-рассеяния, также не будет содержать слагаемых, меняющих спиральность электрона. Если бы для ep-рассеяния существовали дисперсионные соотношения, то, очевидно, и действительная часть не содержала бы таких слагаемых. Поскольку дисперсионные соотношения для ep рассеяния не доказаны, то ниже приведены выкладки, не использующие аналитических свойств амплитуды ep-рассеяния, из которых видно, что и в двухфотонном приближении не происходит изменения спиральности электрона.

II. Вклад двухфотонного обмена в амплитуду ep-рассеяния дается выражением:

$$M^{(2)} = \frac{e^4}{(2\pi)^4} \frac{i}{2} \int \frac{t_{\mu\nu} T_{\mu\nu} d^4k}{k^2 (k-q)^2}, \tag{1}$$

где $t_{\mu\nu}$ и $T_{\mu\nu}$ - соответственно амплитуды электронного и протонного комптон-эффекта; k и $k-q$ - 4 - импульсы виртуальных фотонов. Рассмотрим

$$t_{\mu\nu} = \bar{u}(q_2)[\gamma_\mu \frac{\hat{q}_2 + \hat{k} + m}{k^2 + 2q_2k}\gamma_\nu + \gamma_\nu \frac{\hat{q}_1 - \hat{k} + m}{k^2 - 2q_1k}\gamma_\mu]u(q_1)\rangle. \tag{2}$$

Здесь q_1 и q_2 - импульсы электрона до и после рассеяния. С помощью простых преобразований (2) можно представить в виде

$$t_{\mu\nu} = \bar{u}(q_2)\{ \frac{1}{k^2+2q_2k}[2q_2^{\mu}\gamma^{\nu} + k^{\mu}\gamma^{\nu} + k^{\nu}\gamma^{\mu} - \hat{k}g^{\mu\nu} -$$

$$-i\epsilon_{\mu\nu\rho\lambda}k^{\rho}\gamma^{\lambda}\gamma_5] + \frac{1}{k^2-2q_1k}[2q_1^{\mu}\gamma^{\nu} - k^{\mu}\gamma^{\nu} - k^{\nu}\gamma^{\mu} + \tag{3}$$

$$+\hat{k}g^{\mu\nu} - i\epsilon_{\nu\mu\rho\lambda}k^{\rho}\gamma^{\lambda}\gamma_5]\}u(q_1).$$

Рассмотрим теперь матричные элементы

$$\bar{u}^{\lambda'}(q_2)\gamma_{\mu}u^{\lambda}(q_1)$$

и

$$\bar{u}^{\lambda'}(q_2)\gamma_{\mu}\gamma_5 u^{\lambda}(q_1),$$

где $u^{\lambda'}$ и u^{λ} – дираковские спиноры, соответствующие состояниям с определенной спиральностью. В системе, где энергии налетающего и рассеянного электронов равны (например в с.ц.и. или системе Брайта, где $|\vec{q}_1| = |\vec{q}_2| = |\vec{q}|$),

$$\bar{u}^{\lambda'}\gamma_0 u^{\lambda} = (1+\lambda'\lambda\frac{E-m}{E+m})\chi^{*}_{\lambda'}\chi_{\lambda} = \tag{4}$$

$$= E[(1+\lambda'\lambda) + \frac{m}{E}(1-\lambda'\lambda)]\chi^{*}_{\lambda'}\chi_{\lambda},$$

$$\bar{u}^{\lambda'}\vec{\gamma}u^{\lambda} = (\lambda+\lambda')\chi^{*}_{\lambda'}\vec{\sigma}\chi_{\lambda}|\vec{q}|, \tag{5}$$

$$\bar{u}^{\lambda'}\gamma_0\gamma_5 u^{\lambda} = (\lambda+\lambda')\chi^{*}_{\lambda'}\chi_{\lambda}|\vec{q}|, \tag{6}$$

$$\bar{u}^{\lambda'}\vec{\gamma}\gamma_5 u^{\lambda} = \left(1+\lambda'\lambda\,\frac{E-m}{E+m}\right)\chi'^{*}_{\lambda'}\vec{\sigma}\chi_{\lambda} = \tag{7}$$

$$= E\left[(1+\lambda'\lambda)+\frac{m}{E}(1-\lambda'\lambda)\right]\chi'^{*}_{\lambda'}\vec{\sigma}\chi_{\lambda} .$$

Здесь χ_{λ}, $\chi'_{\lambda'}$ - двухкомпонентные спиноры, квантованные по направлениям импульсов $\vec{q}_1$ и $\vec{q}_2$:

$$\vec{\sigma}\vec{q}_1\chi_{\lambda} = \lambda|\vec{q}|\chi_{\lambda} \tag{8}$$

$$\vec{\sigma}\vec{q}_2\chi'_{\lambda'} = \lambda'|\vec{q}|\chi'_{\lambda'} .$$

Из (4) - (7) видно, что переходы с изменением спиральности ($\lambda' = -\lambda = \pm 1$) подавлены по сравнению с переходами без изменения спиральности множителем m/E . Таким образом, с точностью до членов порядка m/E амплитуда ep-рассеяния в однофотонном и двухфотонном приближениях в представлении электронных спиральностей имеет структуру:

$$M_{\lambda\lambda'} = \delta_{\lambda\lambda'} M(\lambda) .$$

III . Выясним спиновую структуру этой амплитуды по протонным переменным, для чего обратимся к общему выражению для амплитуды рассеяния двух частиц спина 1/2, инвариантному относительно пространственных вращений и отражений и обращения времени (см., например,[4]). В с.ц.и. двухкомпонентная амплитуда ep-рассеяния выглядит так:

$$M = a + b(\vec\sigma_1\vec n)(\vec\sigma_2\vec n) + c(\vec\sigma_1\vec n + \vec\sigma_2\vec n) +$$
$$+ d(\vec\sigma_1\vec n - \vec\sigma_2\vec n) + e(\vec\sigma_1\vec m)(\vec\sigma_2\vec m) + f(\vec\sigma_1\vec\ell)(\vec\sigma_2\vec\ell)\ , \tag{9}$$

где $\vec\sigma_1$, $\vec\sigma_2$ – спиновые матрицы электрона и протона,

$$\vec m = \frac{\vec q_1 - \vec q_2}{|\vec q_1 - \vec q_2|}\ ,\quad \vec\ell = \frac{\vec q_1 + \vec q_2}{|\vec q_1 + \vec q_2|}\ ,\ \vec n = [\vec m \times \vec\ell\,]\,.$$

Рассмотрим величину

$$M_{\lambda\lambda'} = \chi'^{*}_{\lambda'} M \chi_\lambda\ .$$

Учитывая (8) и связь между спинорами χ , χ'

$$\chi'_\lambda = e^{i\vec\sigma_1\vec n\frac{\theta}{2}}\ \chi_\lambda\ ,$$

получим:

$$M_{\lambda\lambda'} = [a\cos\frac{\theta}{2} + i(c+d)\sin\frac{\theta}{2}]\,\delta_{\lambda\lambda'} +$$
$$+ i[b\sin\frac{\theta}{2} - i(c-d)\cos\frac{\theta}{2}](\vec\sigma_2\vec n)\delta_{\lambda\lambda'} + f(\cos\frac{\theta}{2})^{-1}(\lambda+\lambda')(\vec\sigma_2\vec\ell\,) +$$
$$+ [a\sin\frac{\theta}{2} - i(c+d)\cos\frac{\theta}{2}]\,\epsilon_{\lambda\lambda'} + \tag{10}$$
$$+ i[b\cos\frac{\theta}{2} + i(c-d)\sin\frac{\theta}{2}](\vec\sigma_2\vec n)\epsilon_{\lambda\lambda'} +$$
$$+ f(\sin\frac{\theta}{2})^{-1}\ (\lambda-\lambda')(\vec\sigma_2\vec\ell\,)\,,$$

где

$$\epsilon_{1,1} = \epsilon_{-1,-1} = 0,\qquad \epsilon_{1,-1} = \epsilon_{-1,1} = 1\,.$$

Три последних члена в (10) описывают рассеяние с изменением спиральности и, как показано выше, пренебрежимо малы.

Опуская их, получаем

$$M_{\lambda\lambda'} = \delta_{\lambda\lambda'} [a + i\beta(\vec{\sigma}_2 \vec{n}) + \gamma\lambda(\vec{\sigma}_2 \vec{\ell})], \tag{11}$$

где a, β, γ – линейно-независимые комплексные функции угла рассеяния и энергии, для определения которых необходимо шесть независимых измерений. Величины a, β, γ можно записать в виде $a = a_0 + \Delta a$, $\beta = \beta_0 + \Delta\beta$, $\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma$. Здесь a_0, β_0, γ_0, связанные с однофотонным обменом, вещественны и выражаются через электрический и магнитный форм-факторы протона; двухфотоновые добавки – Δa, $\Delta\beta$, $\Delta\gamma$ – комплексны и различаются знаком для e^-p – и e^+p -рассеяний.

Как видно из следующих ниже выражений (16)-(21), для определения мнимых частей величин Δa, $\Delta\beta$, $\Delta\gamma$ необходимо изучение поляризационных тензоров нечётного ранга в e^-p (или e^+p)-рассеянии, а для определения их вещественных частей надо сравнивать поляризационные тензоры четного ранга в e^-p – и e^+p -рассеянии.

Определим протонные поляризационные тензоры σ_0^λ, P_i^λ, A_i^λ, D_{ik}^λ как функции спиральности рассеиваемого электрона обычными соотношениями [4]:

$$\sigma_0^\lambda = \frac{1}{2} \mathrm{Sp}\, M^\lambda M^{\lambda+} \tag{12}$$

$$\sigma_0^\lambda P_i^\lambda = \frac{1}{2} \mathrm{Sp}\, \sigma_i M^\lambda M^{\lambda+} \tag{13}$$

$$\sigma_0^\lambda A_i^\lambda = \frac{1}{2} \mathrm{Sp}\, M^\lambda \sigma_i M^{\lambda+} \tag{14}$$

$$\sigma_0^\lambda D_{ik}^\lambda = \frac{1}{2} \mathrm{Sp}\, \sigma_i M^\lambda \sigma_k M^{\lambda+}. \tag{15}$$

Выпишем сначала величины, которые не зависят от спиральности начального электрона и которые поэтому могут изучаться в рассеянии как поляризованных, так и не поляризованных электронов:

$$\sigma_0^{\lambda} = \frac{\sigma_0^{1} + \sigma_0^{-1}}{2} \equiv \sigma_0 = |a|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 = \tag{16}$$

$$= a_0^2 + \beta_0^2 + \gamma_0^2 + 2a_0 \mathrm{Re}\,\Delta a + 2\beta_0 \mathrm{Re}\,\Delta\beta + 2\gamma_0 \mathrm{Re}\,\Delta\gamma$$

$$\sigma_0 A_n^{\lambda} = \sigma_0 P_n^{\lambda} \equiv \sigma_0 A_n = 2\,\mathrm{Im}\, a\beta^* = 2\,[\beta_0\, \mathrm{Im}\,\Delta a - a_0 \mathrm{Im}\,\Delta\beta\,] \tag{17}$$

$$\sigma_0 D_{nn}^{\lambda} \equiv \sigma_0 D_{nn} = |a|^2 + |\beta|^2 - |\gamma|^2 = a_0^2 + \beta_0^2 - \gamma_0^2 +$$

$$+ 2a_0 \mathrm{Re}\,\Delta a + 2\beta_0 \mathrm{Re}\,\Delta\beta - 2\gamma_0 \mathrm{Re}\,\Delta\gamma \tag{18}$$

$$\sigma_0 D_{\ell\ell}^{\lambda} = \sigma_0 D_{\ell\ell} = |a|^2 - |\beta|^2 + |\gamma|^2 = a_0^2 - \beta_0^2 + \gamma_0^2 +$$

$$+ 2a_0 \mathrm{Re}\,\Delta a - 2\beta_0 \mathrm{Re}\,\Delta\beta + 2\gamma_0 \mathrm{Re}\,\Delta\gamma\,, \tag{19}$$

$$\sigma_0 D_{mm}^{\lambda} \equiv \sigma_0 D_{mm} = |a|^2 - |\beta|^2 - |\gamma|^2 = a_0^2 - \beta_0^2 - \gamma_0^2 +$$

$$+ 2a_0 \mathrm{Re}\,\Delta a - 2\beta_0 \mathrm{Re}\,\Delta\beta - 2\gamma_0 \mathrm{Re}\,\Delta\gamma\,, \tag{20}$$

$$\sigma_0 D_{\ell m}^{\lambda} \equiv \sigma_0 D_{\ell m} = -\sigma_0 D_{m l} = 2\,\mathrm{Re}\,\beta a^* = \tag{21}$$

$$= 2\beta_0 a_0 + 2(\beta_0 \mathrm{Re}\,\Delta a + a_0 \mathrm{Re}\,\Delta\beta)\,.$$

К величинам, которые могут быть получены лишь в измерениях с продольно поляризованным пучком электронов относятся

$$\sigma_0 A^{\lambda}_{m} = \sigma_0 P^{\lambda}_{m} = 2\lambda \operatorname{Re} \beta\gamma^* =$$

$$= 2\lambda [\beta_0\gamma_0 + \beta_0 \operatorname{Re}\Delta\gamma + \gamma_0 \operatorname{Re}\Delta\beta], \tag{22}$$

$$\sigma_0 A^{\lambda}_{\ell} = \sigma_0 P^{\lambda}_{\ell} = 2\lambda \operatorname{Re} a\gamma^* =$$

$$= 2\lambda [a_0\gamma_0 + a_0 \operatorname{Re}\Delta\gamma + \gamma_0 \operatorname{Re}\Delta a], \tag{23}$$

$$\sigma_0 D^{\lambda}_{mn} = \sigma_0 D^{\lambda}_{nm} = 2\lambda \operatorname{Im} a\gamma^* = 2\lambda [a_0 \operatorname{Im}\Delta\gamma - \gamma_0 \operatorname{Im}\Delta a], \tag{24}$$

$$\sigma_0 D^{\lambda}_{\ell n} = \sigma_0 D^{\lambda}_{n\ell} = 2\lambda \operatorname{Im} \beta\gamma^* = 2\lambda [\beta_0 \operatorname{Im}\Delta\gamma - \gamma_0 \operatorname{Im}\Delta\beta]. \tag{25}$$

Во всех соотношениях (12) - (25) компоненты поляризационных тензоров относятся к осям $\vec{\ell}$, $\vec{m}$, $\vec{n}$, связанных с кинематикой процесса. Связь введенных величин с результатами поляризационных измерений в лабораторной системе может быть получена с помощью соотношений типа (7.35) работы /4/.

Авторы благодарят Л.И. Лапидуса, который обратил их внимание на возможное упрощение амплитуды ep -рассеяния из-за малости массы электрона.

Литература

1. J. Mar et al., Phys.Rev.Letts., 21, N7, 482 (1968).
2. J. Bizot et al. Phys.Rev., 140, B1387 (1965).
   GV. Di Giorgio et al. Nuovo Cim., 39, 474 (1965).
3. L. Wolfenstein, J. Ashkin. Phys.Rev., 85, 947 (1952).
   R.H. Dalitz. Proc.Phys.Soc., A65, 175 (1952).

4. С.М. Биленький, Л.И. Лапидус, Р.М. Рындин. УФН, 84, вып. 2, стр. 243 (1964).
5. R. Wilson, в кн. "Partical interections at high energies", Scottish Universities Summer School, 1966.

Рукопись поступила в издательский отдел
18 февраля 1971 года.