ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2-5604

С.Р.Геворкян, А.В.Тарасов, Ч.Цэрэн

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

АМПЛИТУДА И СЕЧЕНИЕ КОГЕРЕНТНОГО РОЖДЕНИЯ СТАБИЛЬНЫХ И НЕСТАБИЛЬНЫХ ЧАСТИ В СТОЛКНОВЕНИЯХ БЫСТРЫХ ЧАСТИЦ С ЯДРАМИ

1971

P2-5604

С.Р.Геворкян*, А.В.Тарасов, Ч.Цэрэн

АМПЛИТУДА И СЕЧЕНИЕ КОГЕРЕНТНОГО РОЖДЕНИЯ СТАБИЛЬНЫХ И НЕСТАБИЛЬНЫХ ЧАСТИЦ В СТОЛКНОВЕНИЯХ БЫСТРЫХ ЧАСТИЦ С ЯДРАМИ

Направлено в ЯФ

* Ереванский физический институт.

§1. Введение

Интерес к процессам рождения резонансов при столкновении γ-квантов, π-, K-мезонов и протонов с ядрами обусловлен возможностью извлекать информацию о параметрах резонанс-нуклонного взаимодействия из анализа экспериментальных данных о таких процессах. Однако и при теоретических рассмотрениях этой проблемы /1,2/, и при обработке получаемой экспериментальной информации /3/ используются выражения для амплитуд рассматриваемых процессов, не содержащие основной характеристики нестабильности рождающихся частиц - их конечной ширины. Оправданием такому пренебрежению эффектами нестабильности, по-видимому, могут служить сравнительно малые размеры ядер и сравнительно большие распадные длины пробега быстродвижущихся резонансов. Все же для процессов рождения резонансов с энергиями 3÷6 Гэв на тяжелых ядрах, таких как Cu, Pb /3/, отношение этих двух длин составляет величину порядка 0,3 ÷ 0,5 (при обычных ширинах резонансов порядка 100 Мэв и массах порядка 1 Гэв) и совершенно не очевидно, что пренебрежение такими величинами в показателе экспоненты не изменяет заметно результатов соответствующих вычислений.

В настоящей работе получены замкнутые выражения для амплитуды когерентного рождения резонансов на ядрах с учётом ширины рождающихся резонансов. Показано, что в определенном интервале энергии налетающей частицы учёт конечной ширины резонансов ощутимо меняет сечения.

§2. Квазиглауберовское представление для амплитуд рождения частиц на ядрах

Исследуя столкновения быстрой частицы 1 с ядром A, приводящие к рождению частицы 2 (в общем случае нестабильной), будем исходить из формальной теории взаимодействия частиц с ядрами, аналогичной теории многократного рассеяния Ватсона [4].

В этой теории амплитуда процесса представляется в виде бесконечной суммы слагаемых, отвечающих различным комбинациям кратных столкновений в ядре.

Существенные упрощения, в частности сокращение числа слагаемых в этой сумме, возникают в пределе больших (порядка нескольких Гэв) энергий налетающей частицы 1.

Схема дальнейших выкладок и делаемые приближения - такие же, как и в работе [5], где рассматривалось рассеяние быстрых частиц ядрами. Поэтому при получении результатов этого параграфа мы остановимся лишь на некоторых моментах вывода, опуская многие детали и отсылая за ними к работе [5].

Пренебрежение в функциях Грина величинами кинетической и потенциальной энергии нуклонов ядра по сравнению с энергиями налетающей и рождающейся частиц позволяет записать произвольное слагаемое $F^{\ell,m}$ полной амплитуды, отвечающее рассеянию частицы 1 ℓ нуклонами, рождению частицы 2 на $\ell+1$ -ом нуклоне и последующему ее рассеянию m нуклонами, в следующем виде:

$$F^{\ell,m}(\vec{k},\vec{q}) = \frac{1}{4\pi}\int \Phi_f^*(r_k) \prod_{s=1}^{m} \left\{ \frac{d\vec{q}_s\, f_2(\vec{q}_s,\vec{q}_{s+1})\, e^{i(\vec{q}_s-\vec{q}_{s+1})\vec{r}_{n_{\ell+s+1}}}}{(2\pi)^2 \epsilon_2(\vec{q}_s)\left[\epsilon_1(\vec{k})-\epsilon_2(\vec{q}_s)+\dfrac{i\Gamma m_2}{2\epsilon_2(\vec{q}_s)}\right]} \right\} \times$$

$$\times f_{12}(\vec{k}_{\ell+1},\vec{q}_1)\, e^{i(\vec{k}_{\ell+1}-\vec{q}_1)\vec{r}_{n_{\ell+1}}} \times$$

$$\times \prod_{t=1}^{\ell} \left\{ \frac{d\vec{k}_{t+1} f_1(\vec{k}_t, \vec{k}_{t+1}) e^{i(\vec{k}_t - \vec{k}_{t+1})\vec{r}_{n_t}}}{(2\pi)^2 \epsilon_1(\vec{k}_{t+1})[\epsilon_1(\vec{k}) - \epsilon_1(\vec{k}_{t+1}) + i0]} \right. \times \tag{1}$$

$$\times \Phi_i(\vec{r}_k) \prod_{k=1}^{A} d\vec{r}_k \ .$$

В выражении (1) ϕ_i и ϕ_f – волновые функции начального и конечного состояний ядра; f_1, f_2 – амплитуды рассеяния частиц 1,2 на нуклонах, нормированные условием $d\sigma/d\Omega = |f|^2$; а f_{12} –амплитуда процесса $1 + N \to 2 + N$. Величины k_t и $\epsilon_1(k_t) = \sqrt{k_t^2 + m_1^2}$ представляют импульс и энергию частицы 1 перед t -ым столкновением и $k \equiv k_1$. Аналогично q_s и $\epsilon_2(q_s) = \sqrt{q_s^2 + m_2^2}$ – импульс и энергия частицы 2 перед s -ым столкновением, а $q \equiv q_{m+1}$ – импульс этой частицы после последнего столкновения.

В пропагаторы рождающейся частицы 2 явно включена ее полуширина $\Gamma/2$, а релятивистский фактор m_2/ϵ_2 при ней должен обеспечить увеличение времени жизни (в лаб. системе) быстродвижущейся нестабильной частицы. Наконец, индексы n_i нумеруют нуклоны, испытавшие i -ое соударение.

Учтем теперь, что при высоких энергиях рассеяние происходит в основном вперед. Это означает (в предположении, что амплитуды зависят лишь от инвариантных передач импульса; обсуждение этого вопроса см. в [5]), что в области, где f_1, f_2, f_{12} существенно отличны от нуля, они являются функциями только поперечных – ортогональных направлению падающего пучка – передач импульса

$$(k_t - k_{t+1})_\perp, \ (q_s - q_{s+1})_\perp, \ (k_{\ell+1} - q_1)_\perp .$$

Вводя профилирующую функцию

$$\Gamma(\vec{b}) = \frac{1}{2\pi i k} \int f(\vec{\Delta}_\perp)\, e^{i\vec{\Delta}_\perp \vec{b}}\, d^2\Delta_\perp , \qquad (2)$$

пренебрегая в пропагаторах зависимостью от малых величин – поперечных компонент импульсов – и учитывая лишь главные члены разложения по продольным передачам (подробности снова см. в[5]), выполним в (1) интегрирование по промежуточным импульсам $\vec{q}_s$, $\vec{k}_t$. Это приводит к следующему квазиглауберовскому представлению для амплитуды

$$F^{\ell,m}(\vec{k},\vec{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2 b\, e^{i(\vec{k}-\vec{q})_\perp \vec{b}}\, \Gamma^{\ell,m}(\vec{b}), \qquad (3)$$

$$\Gamma^{\ell,m}(\vec{b}) = (-1)^{\ell+m} \int \Phi_f^*(\vec{r}_k) \prod_{s=1}^{m} [\Gamma_2(\vec{b} - \vec{s}_{n_{\ell+s+1}})\Theta(z_{n_{\ell+s+1}} - z_{n_{\ell+s}}) \times$$

$$\times e^{-\gamma(z_{n_{\ell+s+1}} - z_{n_{\ell+s}})}]\, \Gamma_{12}(\vec{b} - \vec{s}_{n_{\ell+1}})\, e^{i\Delta z_{n_{\ell+1}}} \times \qquad (4)$$

$$\times \prod_{t=1}^{\ell} [\Gamma_1(\vec{b} - \vec{s}_{n_t})\Theta(z_{n_{t+1}} - z_{n_t})]\, \Phi_i(\vec{r}_k) \prod_{k=1}^{A} d\vec{r}_k .$$

В (4) z_n и s_n – продольные (направленные вдоль $\vec{k}$) и поперечные компоненты радиус-векторов $\vec{r}_n$, $\gamma = \Gamma m_2/2q$ – обратная распадная длина пробега частицы 2,

$$\Delta = k - q \approx \frac{m_2^2 - m_1^2}{k+q} \approx \frac{m_2^2 - m_1^2}{2k} -$$

– продольная передача импульса в реакции $1 + N \to 2 + N$ вперед. Наличие Θ – символов в (4) исключает такие комбинации столкновений, в которых какой-либо нуклон ядра участвует более одного раза, тем самым ограничивая число слагаемых $F^{\ell,m}$ в полной амплитуде конечной величиной.

§3. Когерентное рождение частиц на тяжелых ядрах

Рассмотрим сначала рождение стабильных частиц $(\gamma = 0)$. Фиксируя $\ell + m + 1$ нуклонов, на которых происходит рассмотренный выше процесс, и суммируя по всем перестановкам ℓ нуклонов, рассеивающих налетающую частицу, и по всем перестановкам m нуклонов, рассеивающих рожденную частицу, получим величину

$$(-1)^{\ell+m} \Gamma_{\Sigma}^{\ell,m} = \int \Phi_f^* (\vec{r}_k) \prod_{s=1}^{m} [\Gamma_2(\vec{b}-\vec{s}_{n_{s+\ell+1}})\Theta(z_{n_{s+\ell+1}} - z_{n_{\ell+1}})] \times$$

$$\times \Gamma_{12}(\vec{b}-\vec{s}_{n_{\ell+1}}) e^{i\Delta z_{n_{\ell+1}}} \prod_{t=1}^{\ell} [\Gamma_1(\vec{b}-\vec{s}_{n_t})\Theta(z_{n_{\ell+1}} - z_{n_t})] \times \tag{5}$$

$$\times \Phi_i(\vec{r}_k) \prod_{k=1}^{A} d\vec{r}_k .$$

Эта величина, напоминая соответствующие амплитуды работ /1,2/, получаемые при попытках непосредственно обобщить теорию Глаубера на случай процессов рождения, все же отличается от них в двух пунктах.

Во-первых, (5) включает зависимость от продольной передачи импульса Δ .

Во-вторых, в (5) "хронологически" (в данном случае роль "времени" играет координата z нуклона, испытывающего столкновение) разделены процессы рассеяния частицы 1, рождения частицы 2 и ее последующего перерассеяния.

Перейдем к рассмотрению когерентного рождения ($\Phi_f = \Phi_i$) стабильных частиц 2. Полагая, как обычно,

$$|\Phi_i(\vec{r}_k)|^2 = \prod_{k=1}^{A} \tilde{\tilde{\rho}}(\vec{r}_k), \qquad (6)$$

$$\int \tilde{\tilde{\rho}}(\vec{r}_k)\, d\vec{r}_k = 1 \qquad (7)$$

и суммируя амплитуды (5), отвечающие всевозможным комбинациям столкновений, получим с помощью простой комбинаторики следующее представление для полной амплитуды когерентного рождения:

$$\Gamma_c(\vec{b}) = \int_{-\infty}^{\infty}\int dz\, d\vec{s}\, \Big\{ \sum_{k=1}^{A} \frac{A!}{(A-k)!\,k!} \sum_{\ell=0}^{k-1} \frac{k!}{\ell!\,(k-\ell-1)!} \times \qquad (8)$$

$$\times \Big[-\int_{z}^{\infty} dz' \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{s}\,'\ \tilde{\tilde{\rho}}(z',\vec{s}\,')\,\Gamma_2(\vec{b}-\vec{s}\,')\Big]^{k-\ell-1} \times$$

$$\times e^{i\Delta z}\ \Gamma_{12}(\vec{b}-\vec{s})\,\tilde{\tilde{\rho}}(z,\vec{s})\Big[-\int_{-\infty}^{z} dz'' \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{s}\,''\,\tilde{\tilde{\rho}}(z'',\vec{s}\,'')\,\Gamma_1(\vec{b}-\vec{s}\,'')\Big]^{\ell}\Big\}.$$

Если в амплитуду (8) рождения на тяжелых ядрах $A \gg 1$ основной вклад дают несколько первых членов с $k \ll A$, то можно заменить в (8) $A!/(A-k)!$ на A^k, ввести величину ядерной плотности $\rho = A\tilde{\tilde{\rho}}$, которая, как принято считать, для тяжелых ядер слабо зависит от A, и распространить суммирование по K в (8) до бесконечности.

Учитывая тогда тождество

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\ell=0}^{k-1} \frac{x^{k-\ell-1} y^{\ell}}{\ell!\,(k-\ell-1)!} \equiv e^{x} e^{y} , \tag{9}$$

получим для амплитуды когерентного рождения частицы 2 на тяжелых ядрах

$$\Gamma_c(\vec{b}) = \int\int_{-\infty}^{\infty} dz\, d\vec{s}\, \{ \exp[-\int_{z}^{\infty} dz' \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{s}\,' \rho(z',\vec{s}\,')\, \Gamma_2(\vec{b}-\vec{s}\,')] \times$$

$$\times e^{i\Delta z} \rho(z,\vec{s})\, \Gamma_{12}(\vec{b}-\vec{s}) \exp[-\int_{-\infty}^{z} dz'' \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{s}\,'' \rho(z'',\vec{s}\,'')\, \Gamma_1(\vec{b}-\vec{s}\,'')]\} . \tag{10}$$

Обычно величины $\Gamma(\vec{b}-\vec{s})$ – быстроубывающие функции модулей своих аргументов, в то время как $\rho(z,\vec{s})$ – сравнительно плавно меняющиеся величины. Поэтому часто производят замену:

$$\int_{-\infty}^{\infty} ds\, \rho(z,\vec{s})\, \Gamma(\vec{b}-\vec{s}) \approx \rho(z,\vec{b}) \int \Gamma(\vec{b}-\vec{s})\, d\vec{s} =$$

$$= \rho(z,\vec{b}) \frac{2\pi}{ik} f(0) . \tag{11}$$

В этом приближении (10) превращается в известное выражение, получаемое в оптической модели (см., например, [2]).

$$\Gamma_c(\vec{b}) = \frac{2\pi}{ik} f_{12}(0) \int_{-\infty}^{\infty} dz \{ \exp[-\int_{z}^{\infty} \frac{\sigma_2'}{2} \rho(z', \vec{b})\, dz'] \times$$

$$\times e^{i\Delta z} \rho(z, \vec{b}) \exp[-\int_{-\infty}^{z} \frac{\sigma_1'}{2} \rho(z'', \vec{b})\, dz''] \}, \tag{12}$$

где

$$\sigma'_{1(2)} = \frac{4\pi}{ik} f_{1(2)}(0) = \sigma_{1(2)} (1 - i\alpha_{1(2)}),$$

$$\alpha = \mathrm{Re}\, f(0) / \mathrm{Im}\, f(0). \tag{13}$$

Во всех выкладках до сих пор полагалось, что амплитуды рождения частицы 2 на протоне и нейтроне одинаковы: $f_{12,p} = f_{12,n} = f_{12}$. Если они различны, то, как нетрудно убедиться, величина f_{12} в (12) должна быть заменена величиной

$$\overline{f}_{12} = \frac{Z f_{12,p} + (A-Z) f_{12,n}}{A}, \tag{14}$$

где Z – число протонов в ядре с массовым числом A.

Рассмотрим теперь случай $\gamma \neq 0$. Легко видеть, что амплитуда (4) для этого случая отличается от соответствующей амплитуды при $\gamma = 0$ лишь множителем

$$e^{-\gamma(z_{n_{\ell+m+1}} - z_{n_{\ell+1}})}, \tag{15}$$

который зависит только от полного пути, проходимого частицей 2 от момента рождения до последнего столкновения, и не содержит координат нуклонов, участвующих в промежуточных столкновениях. Поэтому можно просуммировать величины (4), соответствующие всем перестановкам этих промежуточных $(m-1)$ нуклонов, а также всем перестановкам ℓ нуклонов, рассеивающих частицу 1. Эта сумма, которая обозначена $\Gamma_{\Sigma}^{\ell,m}$, выглядит следующим образом:

$$(-1)^{\ell+m}\,\Gamma_{\Sigma}^{\ell,m} = \int \Phi_f^*(\vec r)\,\{\Gamma_2(\vec b-\vec s_{n_{\ell+m+1}})\,e^{-\gamma(z_{n_{\ell+m+1}} - z_{n_{\ell+1}})}\times$$

$$\times \prod_{s=1}^{m-1}[\Gamma_2(\vec b-\vec s_{n_s})\,\Theta(z_{n_{\ell+m+1}} - z_{n_{\ell+s+1}})\,\Theta(z_{n_{\ell+s+1}} - z_{n_{\ell+1}})]\}\times \tag{16}$$

$$\times\,\Gamma_{12}(\vec b-\vec s_{n_{\ell+1}})\,e^{i\Delta z_{n_{\ell+1}}}\prod_{t=1}^{\ell}[\Gamma_1(\vec b-\vec s_{n_t})\,\Theta(z_{n_{\ell+1}} - z_{n_t})]\times$$

$$\times\,\Phi_i(\vec r_k)\prod_{k=1}^{A} d\vec r_k\,.$$

Это выражение относится к случаю $m \neq 0$. Величина $\Gamma^{\ell,0}$ получается из (16), если множитель, заключенный в фигурные скобки, заменить единицей. Наконец, суммируя величины $\Gamma^{\ell,m}$, соответствующие всевозможным комбинациям ℓ и m, получим, учитывая (6) для амплитуды когерентного рождения:

$$\Gamma_c(b) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int dz\, d\vec{s}\, \{ \tilde{\tilde{\rho}}(z,\vec{s})\, \Gamma_{12}(\vec{b}-\vec{s})\, e^{i\Delta z} \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{A} \frac{A!}{(A-k)!(k-1)!} [-\int\limits_{-\infty}^{z} dz' \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\vec{s}'\, \tilde{\tilde{\rho}}(z',\vec{s}')\, \Gamma_1(\vec{b}-\vec{s}')]^{k-1} \} - \tag{17}$$

$$-\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int dz\, d\vec{s}\, \{ \tilde{\tilde{\rho}}(z,\vec{s})\, \Gamma_{12}(\vec{b}-\vec{s}) e^{i\Delta z} \int\limits_{z}^{\infty} d\tilde{\tilde{z}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\tilde{\tilde{\vec{s}}}\, \rho(\tilde{\tilde{z}},\tilde{\tilde{s}})\, \Gamma_2(\vec{b}-\tilde{\tilde{\vec{s}}}) \times$$

$$\times e^{-\gamma(\tilde{\tilde{z}}-z)} \sum_{k=2}^{A} \frac{A!}{(A-k)!\,k!} \sum_{\ell=0}^{k-1} \frac{k!}{\ell!\,(k-\ell-2)!} \times$$

$$\times [-\int\limits_{z}^{\tilde{\tilde{z}}} dz'' \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\vec{s}''\, \tilde{\tilde{\rho}}(z'',\vec{s}'')\Gamma_2(\vec{b}-\vec{s}'')]^{\ell} \}.$$

Первое слагаемое в (17) есть сумма всех выражений $\Gamma^{\ell,0}$, второе - сумма величин $\Gamma^{\ell,m}(m\neq 0)$. Далее, используя те же приближения, что и при выводе формулы (12), легко получить

$$\Gamma_c(\vec{b}) = \frac{2\pi}{ik} \bar{f}_{12}(0) \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int dz\, e^{i\Delta z} \rho(z,\vec{b}) \exp[-\int\limits_{-\infty}^{z} \frac{\sigma_1'}{2} \rho(z',\vec{b}) dz'] \times \tag{18}$$

$$\times \{1 - \int\limits_{z}^{\infty} d\tilde{\tilde{z}} \frac{\sigma_2'}{2} \rho(\tilde{\tilde{z}},b)\, e^{-\gamma(\tilde{\tilde{z}}-z)} \exp[-\int\limits_{z}^{\tilde{\tilde{z}}} \frac{\sigma_2'}{2} \rho(z'',\vec{b}) dz'']\}.$$

Если учесть, что

$$-\frac{\sigma'_2}{2}\rho(\tilde{\tilde{z}},b)\exp[-\int_z^{\tilde{\tilde{z}}}\sigma'_2/2\;\rho(z'',\vec{b})\,dz''] = \frac{d}{d\tilde{\tilde{z}}}\exp[-\int_z^{\tilde{\tilde{z}}}\frac{\sigma'_2}{2}\rho(z'',\vec{b})dz''] \,, \tag{19}$$

то легко убедиться, что выражение (18) в пределе $\gamma=0$ превращается в (12). Используя (19), множитель в (18), заключенный в фигурную скобку, можно также переписать в виде

$$1-\int_z^{\infty} d\tilde{\tilde{z}}\;\frac{\sigma'_2}{2}\;\rho(\tilde{\tilde{z}},\vec{b})\,e^{-\gamma(\tilde{\tilde{z}}-z)}\exp[-\int_z^{\tilde{\tilde{z}}}\frac{\sigma'_2}{2}\;\rho(z'',\vec{b})\,dz''] =$$

$$=\gamma\int_z^{\infty} d\tilde{\tilde{z}}\;\exp\{-\int_z^{\tilde{\tilde{z}}}[\frac{\sigma'_2}{2}\;\rho(z'',\vec{b})+\gamma]dz''\}. \tag{20}$$

Для оценки эффектов нестабильности рождающихся частиц производилось сравнение дифференциальных сечений когерентного фоторождения ρ^0-мезонов на ядрах меди и свинца под нулевым углом. Использовалась модель ядра в виде однородной сферы радиуса $r = A^{1/3}\,1{,}12$. Полные сечения взаимодействия ρ^0-мезонов с нуклонами полагались равными $\sigma_{\rho N} = \sigma_{\pi N} = 27$ мбарн в соответствии с предсказаниями кварковых моделей и результатами экспериментальных данных /3/.

В прилагаемой таблице представлены отношения R дифференциальных сечений фоторождения ρ^0-мезонов вперед с учётом ширины рождающихся ρ^0-мезонов к тем же самым величинам, но с нулевой шириной. Видно, что для не очень больших энергий налетающего γ-кванта и тяжелых ядер эффект нестабильности не мал. Результаты более детальных расчётов будут опубликованы позже.

Авторы благодарят Л.И. Лапидуса за обсуждения и интерес к работе.

Литература

1. J. Formanek and J.S. Trefil. Nucl.Phys., B3, 155 (1967); B4, 165 (1968); J.S. Trefil. Phys.Rev., 180, 1366 (1969).
2. B. Margolis. Phys. Lett., 26B, 524 (1968); K.S. Kolbig, B. Margolis. Nucl.Phys., B6, 85 (1968).
3. J.S. Asbury et al. Phys.Rev.Lett., 19, 865 (1967); H. Alvensleben et al., DESY report 70/6 (1970); R. Marshall. DESY report 70/32 (1970).
4. K.M. Watson. Phys.Rev., 105, 1388 (1957).
5. А.В. Тарасов, Ч. Цэрэн. ЯФ, 12, 978 (1970).

Рукопись поступила в издательский отдел
4 февраля 1971 года.

Таблица

E, GeV	Cu R	Pb R
3	1,26	1,23
3,5	1,24	1,26
4	1,21	1,32
4,5	1,19	1,35
5	1,16	1,31
5,5	1,14	1,28
6	1,12	1,26
6,5	1,09	1,24
7	1,07	1,21