СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р2 - 5555

В.Н. Стрельцов

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

НЕРЕЛЯТИВИСТСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И ВОПРОС ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОНЯТИЯ ДЛИНЫ ДВИЖУЩЕГОСЯ СТЕРЖНЯ*

1971

Р2 - 5555

В.Н. Стрельцов

НЕРЕЛЯТИВИСТСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И ВОПРОС ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОНЯТИЯ ДЛИНЫ ДВИЖУЩЕГОСЯ СТЕРЖНЯ*

---

*В порядке обсуждения.

I . Нерелятивистские преобразования и вопрос определения понятия длины движущегося стержня

Коснемся вопроса определения понятия длины движущегося стержня (в специальной теории относительности) с точки зрения нерелятивистского приближения.

Как известно, длиной движущегося стержня называется расстояние между одновременными положениями его концов. Иными словами, разность моментов времени засечки положений его концов (Δt) равна нулю. С другой стороны, в системе отсчёта K', где данный стержень покоится, соответствующая разность моментов времени ($\Delta t'$) не равна нулю и составляет, согласно формулам Лоренца, величину:

$$\Delta t'_L = -\frac{v}{c^2}\ell_0 . \qquad (1)$$

Здесь v – скорость движения данного стержня в системе отсчёта K, а ℓ_0 – длина данного стержня в покое.

При достаточно малых скоростях, когда членами порядка v^4/c^4 можно пренебречь по сравнению с 1, лоренцово сокращение будет определяться формулой

$$\ell = \ell_0\left(1 - \frac{v^2}{2c^2}\right).$$

В этом случае для вычисления величины $\Delta t'$ можно использовать нерелятивистские формулы преобразований координат[1]:

$$x = (x' + vt')(1 + \frac{v^2}{2c^2}), \quad t = t'(1 + \frac{v^2}{2c^2}) + \frac{v}{c^2} x'. \qquad (2)$$

При этом можно утверждать, что если определение понятия длины движущегося стержня введено непротиворечивым образом, то получаемая с помощью формул (2) величина $\Delta t'_N$ должна совпадать с приведенной выше.

Из второй формулы (2) имеем:

$$\Delta t = \Delta t'(1 + \frac{v^2}{2c^2}) + \frac{v}{c^2} \Delta x'.$$

Отсюда, полагая $\Delta t = 0$, найдем:

$$\Delta t'_N = -\frac{v}{c^2} \ell_0 (1 - \frac{v^2}{2c^2}).$$

Таким образом, полученная величина отличается от приведенной выше наличием второго члена в скобках, который в рамках рассматриваемого приближения не может быть отброшен.

Что касается определения подобного понятия для времени, то в этом случае проведение аналогичной процедуры не приводит к противоречиям.

Все это дает нам основания думать, что общепринятое определение понятия длины движущегося стержня, по-видимому, содержит в себе некоторую непоследовательность.

II. О возможности другого определения понятия длины движущегося стержня

Как известно, длиной движущегося стержня называется расстояние между одновременными положениями его концов.

Не существует никаких препятствий тому, чтобы определять это понятие несколько другим образом. Изложению этого вопроса и связанной с ним измерительной процедуры мы и посвятим наше последующее рассмотрение.

При введении нового определения мы будем опираться на известное определение длины покоящегося стержня с помощью часов и световых сигналов.

Представим себе для этого наблюдателя с часами, находящегося вблизи одного (для определенности левого) конца стержня. Пусть в момент времени $t_1' = 0$ он отправляет световой сигнал. Через некоторое время $\Delta t' = \tau$ сигнал отражается от правого конца стержня и возвращается назад в момент времени $t_2' = 2\tau$. В этом случае наблюдатель говорит, что измеренная им длина стержня (в покое) составляет $\ell_0 = ct_2'/2 = c\tau$.

Представим себе теперь другого наблюдателя, который находится в системе отсчёта K, относительно которой указанный стержень движется со скоростью v вдоль оси OX (в сторону возрастания X-ов). Мы будем называть длиной движущегося стержня величину

$$\ell = \frac{1}{2} c\, t_2 ,$$

где t_2 - время, измеренное вторым наблюдателем по его часам в системе K и соответствующее моменту времени t_2' x/. Привлекая формулы Лоренца, мы можем найти, что расстояние, пройденное светом от левого конца к правому (туда), составит:

$$\ell_1 = \ell_0 \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} ,$$

а обратно -

$$\ell_2 = \ell_0 \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}} .$$

Отсюда для длины движущегося стержня (полсуммы длин ℓ_1 и ℓ_2 получим

$$\ell = \frac{1}{2}(\ell_1 + \ell_2) = \frac{\ell_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} .$$

---

x/ При этом мы неявно полагаем, что момент отправки по часам системы K совпал с моментом $t_1 = 0$.

Таким образом, если мы будем опираться на новое определение понятия длины движущегося стержня, основанное на использовании часов и световых сигналов, то получим, что в результате движения будет происходить удлинение стержней, а не сокращение, как это следует из общепринятого определения.

Литература

1. В.Н. Стрельцов. Сообщение ОИЯИ, Р2-4461, Дубна, 1969.

Рукопись поступила в издательский отдел
7 января 1971 года.