

Д-82

248/2-71

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

1/11-71

P2 - 5448



О.В. Думбрайс

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

МОДЕЛЬНО-НЕЗАВИСИМОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ
РЕАЛЬНЫХ ЧАСТЕЙ
АМПЛИТУД pp -РАССЕЯНИЯ ВПЕРЕД
БЕЗ УЧЕТА ВЛИЯНИЯ СПИНА

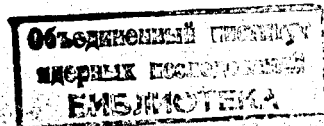
1970

P2 - 5448

О.В. Думбрайс

**МОДЕЛЬНО-НЕЗАВИСИМОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ
РЕАЛЬНЫХ ЧАСТЕЙ
АМПЛИТУД рр-РАССЕЯНИЯ ВПЕРЕД
БЕЗ УЧЕТА ВЛИЯНИЯ СПИНА**

Направлено в ЯФ



1. Введение

При обсуждении реальной части амплитуды pp - и $\bar{p}p$ - рассеяния вперед обычно полагают, что отсутствует какая бы то ни было зависимость от спинов (см., например, ^{/1/}). Тогда амплитуду рассеяния (в лабораторной системе) можно представить в виде обычного комплексного числа, скажем,

$$f_{\pm}(\omega) = D_{\pm}(\omega) + iA(\omega) . \quad (1)$$

Нормировка выбрана так, чтобы оптическая теорема имела вид $\sigma_{\pm}(\omega) = 4\pi A_{\pm}(\omega) / k$, где k и ω являются соответственно импульсом и энергией (л.с.) нуклона.

Отношение $\frac{D_{\pm}}{A_{\pm}} \equiv a_{\pm}$ для такой амплитуды можно определить по ее интерференции с кулоновской амплитудой, изучая рассеяние на очень малые углы (см., например, ^{/2/}). Нам удалось найти в литературе 35 таким способом определенных значений a_{\pm} для pp -рассеяния (табл. 1, рис.1)^{x/}. Вообще экспериментальная ситуация не совсем удовлетворительна, как это наглядно видно из разброса точек на рис.1.

^{x/} Для $\bar{p}p$ - рассеяния нам известно только одно экспериментальное значение a_{\pm} при 11,9 Гэв/с^{/7/}.

Были предприняты попытки теоретического определения реальных частей амплитуд на основе дисперсионных соотношений ^{/13-20/}. Однако все эти вычисления требуют некоторых предположений о нефизической и асимптотической областях ^{/15-18/} или только об асимптотической области ^{/19-20/}, что, особенно после появления серпуховских данных ^{/21/} по полным сечениям взаимодействия различных частиц, приводящих к некоторым сомнениям в справедливости теоремы Померанчука, является нежелательным. Поэтому представляется целесообразным заново рассмотреть вычисление реальных частей амплитуд, учитывая при этом новые экспериментальные данные по полным сечениям ^{/21/} $\bar{p}p$ - рассеяния и по реальным частям амплитуды pp - рассеяния вперед ^{/9/ x/}.

В настоящей работе используется новый модельно-независимый способ определения реальных частей амплитуд, который в модифицированном виде нами ранее использовался ^{/22/} для K^+p - рассеяния.

2. Описание метода

Аналитическая структура амплитуды (1) и комплексной энергетической плоскости ω представлена на рис.2, где $-\pi_p$ и π_p обозначают начало физических порогов pp - и $\bar{p}p$ - рассеяний соответственно, π_{2p} - начало нефизической области, π - положение полюса. Интервал между π_p и ω_0 представляет собой экспериментально плохо известную низкоэнергетическую физическую область $\bar{p}p$ - рассеяния.

Определим функцию:

x/ Хороший обзор современного состояния экспериментальных и теоретических данных по α для pp - рассеяния см. в ^{/21/}.

$$\Delta(\omega) = D_-(\omega) - D_+(m_p) + \frac{\omega + m_p}{\pi} [I(\omega) + J(\omega)] , \quad (2)$$

где

$$I(\omega) = \frac{1}{4\pi} P \int_{m_p}^W \left[\frac{\sigma_+(\omega')}{(\omega' - m_p)(\omega' + \omega)} - \frac{\sigma_-(\omega')}{(\omega' + m_p)(\omega' - \omega)} \right] k' d\omega' , \quad (3)$$

$$J(\omega) = -Im \int_{S(W)} \frac{f_-(\omega') d\omega'}{(\omega' + m_p)(\omega' - \omega)} . \quad (4)$$

W - наибольшая энергия (≈ 50 Гэв), при которой известно экспериментальное значение полного сечения $\sigma_-(\omega)$ $\bar{p}p$ -рассеяния^{/21/}, $S(W)$ означает, что интегрирование проводится по полуокружности радиуса $|\omega| = W$ в верхней полуплоскости.

Рассмотрим замкнутый контур в ω - плоскости, состоящий из прямой линии, соединяющей точки $-W + i\epsilon$ и $W + i\epsilon$ ($\epsilon \rightarrow 0^+$), и полуокружности $S(W)$. Применяя теорему Коши к функции

$$F(\omega'; \omega) = \frac{f_-(\omega')}{(\omega' + m_p)(\omega' - \omega)} \quad (5)$$

вдоль этого контура и используя хорошо известные свойства аналитичности и кроссинг-симметрии $f_+(\omega)$, легко показать, что

$$\Delta(\omega) = \frac{\omega + m_p}{\pi} \left[\frac{\pi X(\pi)}{(\omega_\pi + m_p)(\omega_\pi - \omega)} + \int_{\omega_{2\pi}}^{m_p} \frac{A_-(\omega') d\omega'}{(\omega' + m_p)(\omega' - \omega)} \right] , \quad (6)$$

где

$$\omega_{\pi} = \frac{m_{\pi}^2 - 2m_p^2}{2m_p}$$

$$X(\pi) = \frac{g_{\pi}^2 [(m_{\pi} - m_p)^2 - m_p^2]}{4m_p^2}$$

и g_{π}^2 - константа связи $\bar{p} p \pi$.

Если предположить справедливость теоремы Померанчука, то в пределе $W \rightarrow \infty$ соотношение, полученное приравнованием (2) и (6), сводится к обычному дисперсионному соотношению для $f_{-}(\omega)$ с одним вычитанием у $p p$ -порога. Однако справедливость соотношения, полученного таким способом, при конечной энергии W никак не зависит от асимптотического поведения амплитуд рассеяния.

Полные сечения $p p$ -рассеяния $\sigma_{+}(\omega)$ экспериментально известны /7,23,24/ в интервале $0,06 \text{ ГэВ/с} \leq k \leq 24 \text{ ГэВ/с}$, ниже $0,06 \text{ ГэВ/с}$ они могут быть для наших целей достаточно хорошо вычислены на основе приближения эффективного радиуса $a = -17 \pm 0,2 \text{ фм}$, $r = 2,83 \pm 0,03 \text{ фм}$ /25/. $\sigma_{-}(\omega)$ экспериментально известны /21,23,24,26/ в интервале $\omega_0 \leq \omega \leq W$, где $\omega_0 = 0,996 \text{ ГэВ}$.

Если предположить, что $\sigma_{+}(\omega)$ не меняется существенно в интервале от 24 ГэВ/с до 50 ГэВ/с , что известно значение $D_{+}(m_p)$, и пока отвлечься от незнания значений $\sigma_{-}(\omega)$ в интервале $m_p \leq \omega \leq \omega_0$ и от незнания $J(\omega)$, то можно по формуле (2) вычислить экспериментальные значения функции $\Delta(\omega)$ во всех точках, где известны значе-

ния D_{\pm} . С другой стороны, уравнение (6) представляет $\Delta(\omega)$ в виде суммы вкладов из нефизической области.

Из уравнения (6) ясно, что функция $\Delta(\omega)$ является относительно гладкой в области энергий, где она может быть вычислена на основе экспериментальных данных. Это является следствием того факта, что $\Delta(\omega)$ при средних и больших энергиях $|\omega|$ выражается как сумма вкладов от относительно отдаленных энергий. Поэтому можно надеяться что $\Delta(\omega)$ может быть выражена при помощи малого числа параметров. Сущность нашего метода состоит в том, что на основе уравнения (2) параметризация $\Delta(\omega)$ означает также параметризацию $D_{\pm}(\omega)$. Можно получить быстро сходящееся разложение для функции $\Delta(\omega)$ при помощи одного из вариантов конформного отображения. Из рис. 2 видно, что единственными сингулярностями $\Delta(\omega)$ в ω -плоскости является π -полюс и нефизический разрез, соединяющий точки $\omega_{2\pi}$ и m_p .

Введем новую переменную:

$$\xi = \frac{\sqrt{\omega - \omega_0} - \sqrt{\omega - \omega_{2\pi}}}{\sqrt{\omega - \omega_0} + \sqrt{\omega - \omega_{2\pi}}} \quad (7)$$

При помощи подходящего выбора квадратных корней уравнение (7) представляет собой конформное отображение $\xi(\omega)$, которое преобразует всю ω -плоскость в единичный круг $|\xi| = 1$. ξ -плоскость представлена на рис. 3. Отметим, что отображая интервал $m_p < \omega < \omega_0$ на окружность, мы тем самым как бы включаем его в нефизическую область и таким образом избавляемся от необходимости знать $\sigma_-(\omega)$ в этой области. Функция $\Delta(\xi)$ аналитична во всем единичном круге, кроме полюса $\xi = \xi_{\pi}$. Если этот полюс устранить, умножая $\Delta(\xi)$ на $\xi - \xi_{\pi}$, то новую функцию $H(\xi)$ можно разложить в степенной ряд

$$H(\xi) \equiv (\xi - \xi_\pi) \Delta(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \xi^n, \quad (8)$$

который сходится для $|\xi| < 1$.

Кроме того, путем введения переменной

$$\eta = \frac{\sqrt{W + \omega} - \sqrt{W - \omega}}{\sqrt{W + \omega} + \sqrt{W - \omega}} \quad (9)$$

ω - плоскость можно отобразить в единичный круг $|\eta| = 1$ таким образом, что асимптотическая область, т.е. $|\omega| > |W|$, попадает на окружность (рис. 4). Поэтому асимптотический вклад $\frac{\omega + m_p}{\pi} J(\omega)$ в функцию $\Delta(\omega)$ можно представить в виде степенного ряда

$$\frac{\omega + m_p}{\pi} J(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \eta^n. \quad (10)$$

который сходится для $|\eta| < 1$.

Итак, можно сказать, что наш метод сводится к параметризации внутри окружностей экспериментально измеряемой функции

$$G(\omega) = \Delta(\omega) - \frac{\omega + m_p}{\pi} J(\omega) \quad (11)$$

в следующей форме:

$$G(\omega) = \frac{1}{\xi - \xi_{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} a_n \xi^n - \sum_{n=0}^{\infty} b_n \eta^n. \quad (12)$$

Следует отметить, что ни один из рядов в (12) сам по себе не может представить $G(\omega)$. Из (4), (6) и (12) видно, что $G(\omega)$ имеет как низкоэнергетические сингулярности (π - полюс и нефизический разрез), так и высокоэнергетический разрез (с точками ветвления при $\omega = \pm W$). В интересующей нас энергетической области, где $G(\omega)$ известно экспериментально, первый ряд в (12) не может сам по себе представить $G(\omega)$ из-за высокоэнергетического разреза, в то время как второй ряд сам по себе не может представить $G(\omega)$ из-за низкоэнергетических сингулярностей.

Из общих соображений и из опыта работы /22/ ясно, что ряды в (12) сходятся быстрее вблизи центров окружностей. Поскольку в данной работе вычислялись реальные части только p -рассеяния, то, как видно из рис. 3 и 4, положение неблагоприятно, так как область, где $G(\omega)$ известна экспериментально, в обоих кругах расположена вправо (влево) от центра и не используется вся область хорошей сходимости в непосредственной близости от центра, поэтому применялись дополнительные конформные отображения

$$\zeta = \frac{\xi - r}{1 - r\xi}, \quad (13)$$

$$\nu = \frac{\eta - q}{1 - q\eta}, \quad (14)$$

где g и q - некоторые постоянные. Эти отображения позволяют "передвигать" область, где $G(\omega)$ известна из эксперимента, вдоль реальных осей при фиксированных конечных точках $\xi(\omega_0)$, $\xi(\omega_{2\pi})$, $\eta(-W)$ и $\eta(+W)$.

Таким образом, можно найти оптимальное положение на реальных осях областей, где $G(\omega)$ известна из эксперимента.

Кроме того, в практических расчётах член $D_+(m_p)$ в (2) опускался, поскольку аналитические свойства $G(\omega)$ при этом не меняются, а ошибка уменьшается.

3. Расчёт

В ходе вычислений, следуя обычным статистическим критериям, мы выяснили, что оптимальным числом параметров является $6 - a_0 + a_2$ и $b_0 + b_2$. Суммарное значение χ^2 при этом равно 145,4 для 37 точек. Среди этих точек шесть - при $p = 1,29, 1,39; 1,54; 10,11; 19,33$ и $26,42$ Гэв/с имеют аномально большие значения χ^2 : 24,8; 42,7; 16,5; 10,1; 7,3; 9,1 соответственно. Поэтому эти точки были отброшены и вычисления повторены. Оказалось, что при том же (по-прежнему оптимальном) числе параметров значение χ^2 равно 13,9. Значения χ^2 отдельных точек, как правило, не превышают единицы.

4. Результаты и выводы

Результаты вычислений приведены в табл. 2 и в виде кривой на рис. 1.

Что касается отброшенных точек, то значения a при $p = 10,11$ Гэв/с; $19,33$ Гэв/с и $26,42$ Гэв/с^{/10/} имеют, очевидно, заниженные ошибки, а величины a при $p = 1,29$ Гэв/с; $1,39$ Гэв/с и $1,54$ Гэв/с^{/4/} либо

просто ошибочны, либо, если не отказываться от справедливости дисперсионных соотношений, имеет место аномальная зависимость от спинов в pp -рассеянии в этой области энергий. Поэтому желательны новые измерения α в области $p = 1 + 2$ Гэв/с.

В заключение необходимо отметить, что в принципе можно было бы аналитически продолжить параметризованную нами амплитуду pp -рассеяния в область $\bar{p}p$ -рассеяния, а также и к π -полюсу и таким образом получить сведения о $D(\omega)$ и g_{π}^2 . Практический расчёт, однако, показал, что, как и в случае $K^{\pm}p$ -рассеяния^{/22/}, это сделать невозможно из-за большой нестабильности такой процедуры.

Выражаю глубокую благодарность Н.М. Куину за многочисленные замечания и указания, а также В.Л. Любошицу, В.А. Никитину, М.И. Подгорецкому и Л.Н. Струнову за полезные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. А. Везерелл. УФН, 101, 471 (1970).
2. В.А. Никитин. Проблемы физики элементарных частиц и атомного ядра, т.1, стр. 9, Дубна, 1970.
3. J.D. Dowell et al., Proc. Sienna Conf., 683, 1963; Phys.Lett., 12, 252 (1964).
4. L.M.C. Dutton, H.B. Van der Raay. Phys.Lett., 26B, 11 (1968); 25B, 245 (1967).
5. Л.Ф. Кириллова и др. ЖЭТФ, 50, 77 (1966).
6. P. Grossmann et al. Czech. J. Phys., B17, 830 (1967).
7. K.J. Foley et al. Phys.Rev.Lett., 19, 857 (1967); 14, 74 (1965).
8. A.E. Taylor et al. Phys.Lett., 14, 54 (1965).
9. В.А. Никитин. Доклад на XV Международной конференции по физике высоких энергий, Киев, 1970.

10. G. Belletini et al. Phys.Lett., 19, 705 (1966); 14, 164 (1965).
11. E. Lohrmann et al. Phys.Lett., 13, 78 (1964).
12. G. Baroni et al. Nuovo Cimento, 38, 95 (1965).
13. V.S. Barashenkov. Fortschr. der Physik, 10, 205 (1962).
14. P. Söding. Phys.Lett., 8, 285 (1964).
15. I.I. Levintov. Phys.Lett., 7, 41 (1963).
16. I.I. Levintov, G.M. Adelson-Velsky. Phys.Lett., 13, 185 (1964).
17. D.V. Bugg et al. Phys.Rev., 146, 980 (1966).
18. В.С. Барашенков, В.Д. Тонеев. Препринт ОИЯИ, P2-3850, Дубна, 1968.
19. G. Bialkowski, S. Pokorski. Nuovo Cimento, 57A, 219 (1968).
20. P. Pascual and F.J. Yndurain. Nuovo Cimento, 61, 225 (1969).
21. J.V. Allaby et al. Phys.Lett., 30B, 500 (1969).
22. O.V. Dumbrais, T. Yu. Dumbrais and N.M. Queen. Preprint JINR, E2-5216, Dubna, 1970.
23. В.С. Барашенков. Сечения взаимодействия элементарных частиц, М., 1966.
24. Y. Sumi and T. Yoshida. Suppl. Pr. Theor. Phys., 41;42, 53 (1967).
25. E.M. Henley. Isospin in Nuclear Physics, ed. Wilkinson (North-Holland, Amsterdam, 1969), p. 15.
26. U. Amaldi jr., et al. Nuovo Cimento, 46A, 171 (1966).

Рукопись поступила в издательский отдел

9 ноября 1970 года.

Т А Б Л И Ц А I

Значения $\alpha_{pp} \equiv (Re f_* / Im f_*)$, полученные
интерференционным методом

$\rho_{\text{нап}} (\Gamma \text{ в } / \text{с})$	$\alpha_{pp} \pm \Delta \alpha_{pp}$	ССЫЛКА	$\rho_{\text{нап}} (\Gamma \text{ в } / \text{с})$	$\alpha_{pp} \pm \Delta \alpha_{pp}$	ССЫЛКА
0,44	$1,85 \pm 0,20$	3 ^{x)}	9,94	$-0,302 \pm 0,071$	7
0,54	$1,55 \pm 0,12$	3 ^{x)}	10,00	$-0,330 \pm 0,035$	10
0,56	$1,36 \pm 0,15$	3 ^{x)}	10,11	$-0,430 \pm 0,043$	10
0,85	$0,71 \pm 0,16$	3 ^{x)}	10,89	$-0,26 \pm 0,05$	5
0,93	$0,62 \pm 0,15$	3 ^{x)}	11,94	$-0,290 \pm 0,033$	7
1,29	$-0,76 \pm 0,13$	4	12,14	$-0,258 \pm 0,067$	7
1,39	$-0,58 \pm 0,06$	4	14,03	$-0,272 \pm 0,033$	7
1,54	$-0,32 \pm 0,07$	4	17,82	$-0,307 \pm 0,065$	7
1,69	$0,10 \pm 0,16$	4	19,22	$-0,210 \pm 0,024$	9
1,70	$-0,007 \pm 0,070$	3	19,33	$-0,330 \pm 0,033$	10
2,78	$-0,12 \pm 0,07$	5	20,24	$-0,205 \pm 0,033$	7
3,83	$-0,24 \pm 0,08$	6	24,00	$-0,19 \pm 0,09$	11
4,85	$-0,38 \pm 0,10$	5	24,12	$-0,157 \pm 0,038$	7
6,87	$-0,30 \pm 0,07$	5	26,12	$-0,154 \pm 0,045$	7
7,81	$-0,331 \pm 0,034$	7	26,42	$-0,320 \pm 0,033$	10
7,85	$-0,29 \pm 0,03$	8	27,50	$-0,23 \pm 0,13$	12
7,92	$-0,247 \pm 0,082$	7	39,93	$=0,187 \pm 0,024$	9
8,89	$-0,33 \pm 0,08$	5	50,93	$-0,137 \pm 0,030$	9
9,39	$-0,319 \pm 0,040$	9	56,93	$-0,135 \pm 0,040$	9
9,86	$-0,345 \pm 0,038$	7	70,93	$-0,119 \pm 0,017$	9

^{x)} значение α_{pp} получено на основе фазового анализа.

ТАБЛИЦА 2

Вычисленные значения α_{pp}

$P_{\text{лат}} (\text{ГэВ}/c)$	α_{pp}	$P_{\text{лат}} (\text{ГэВ}/c)$	α_{pp}
0,5	1,61	4,0	-0,22
0,6	1,41	5,0	-0,24
0,7	1,13	6,0	-0,26
0,8	0,85	7,0	-0,28
0,9	0,67	8,0	-0,30
1,0	0,55	9,0	-0,31
1,1	0,42	10,0	-0,32
1,2	0,30	11,0	-0,31
1,3	0,18	12,0	-0,31
1,4	0,10	13,0	-0,29
1,5	0,08	14,0	-0,28
1,6	0,03	15,0	-0,26
1,7	-0,05	16,0	-0,25
1,8	-0,06	17,0	-0,24
1,9	-0,07	18,0	-0,23
2,0	-0,09	19,0	-0,21
2,1	-0,10	20,0	-0,21
2,2	-0,11	21,0	-0,20
2,3	-0,13	22,0	-0,20
2,4	-0,14	23,0	-0,19
2,5	-0,15	24,0	-0,19
2,6	-0,17	25,0	-0,19
2,7	-0,18	30,0	-0,19
2,8	-0,19	35,0	-0,19
2,9	-0,19	39,0	-0,18
3,0	-0,20		

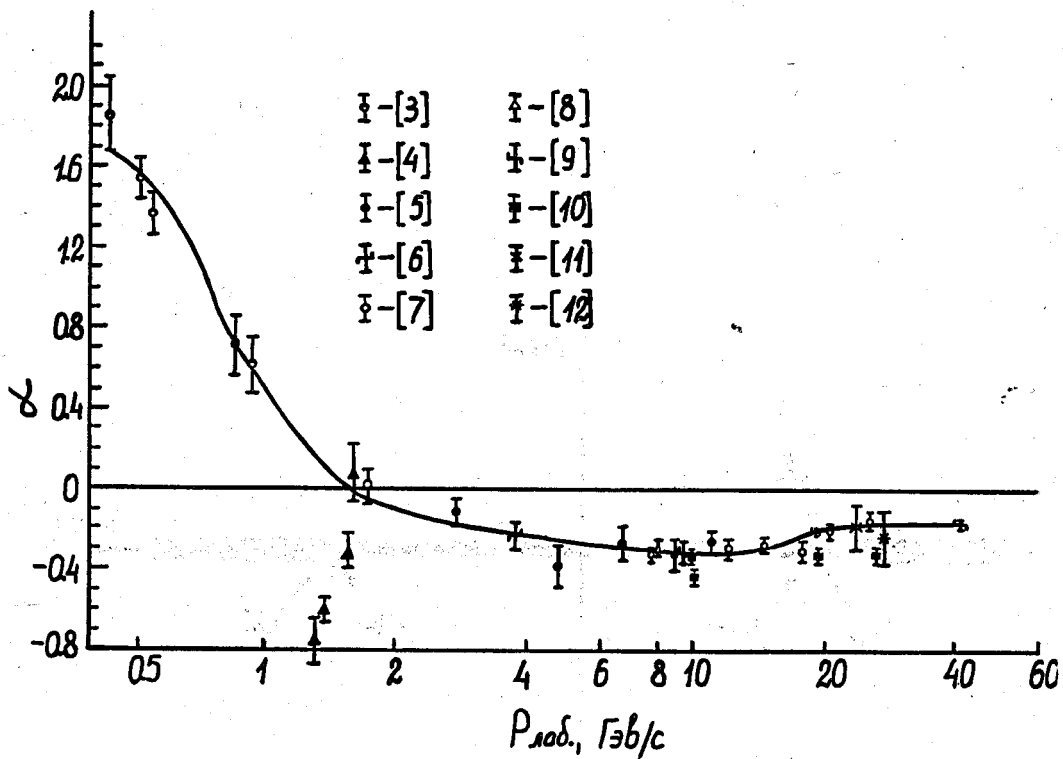


Рис. 1. Экспериментальные значения α_{pp} . Кривая представляет собой теоретические значения α_{pp} , полученные в данной работе.

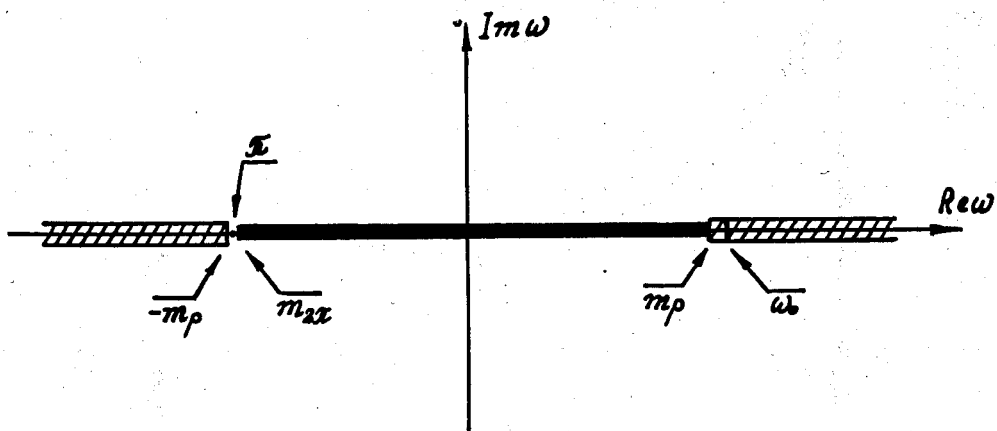


Рис. 2. Аналитическая структура амплитуды в комплексной энергетической ω -плоскости. Чёрная точка и полоса означают полюс и нефизический разрез соответственно. Заштрихованные полосы соответствуют физическим областям.

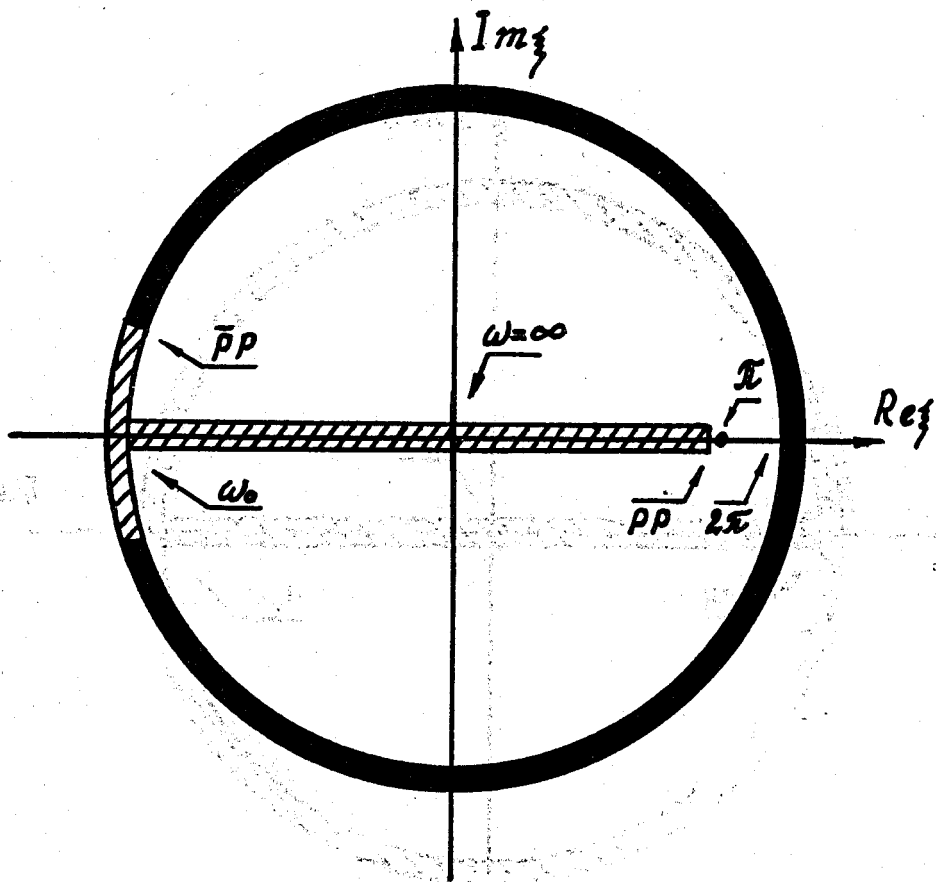


Рис. 3. Структура функции Δ в ξ - плоскости.

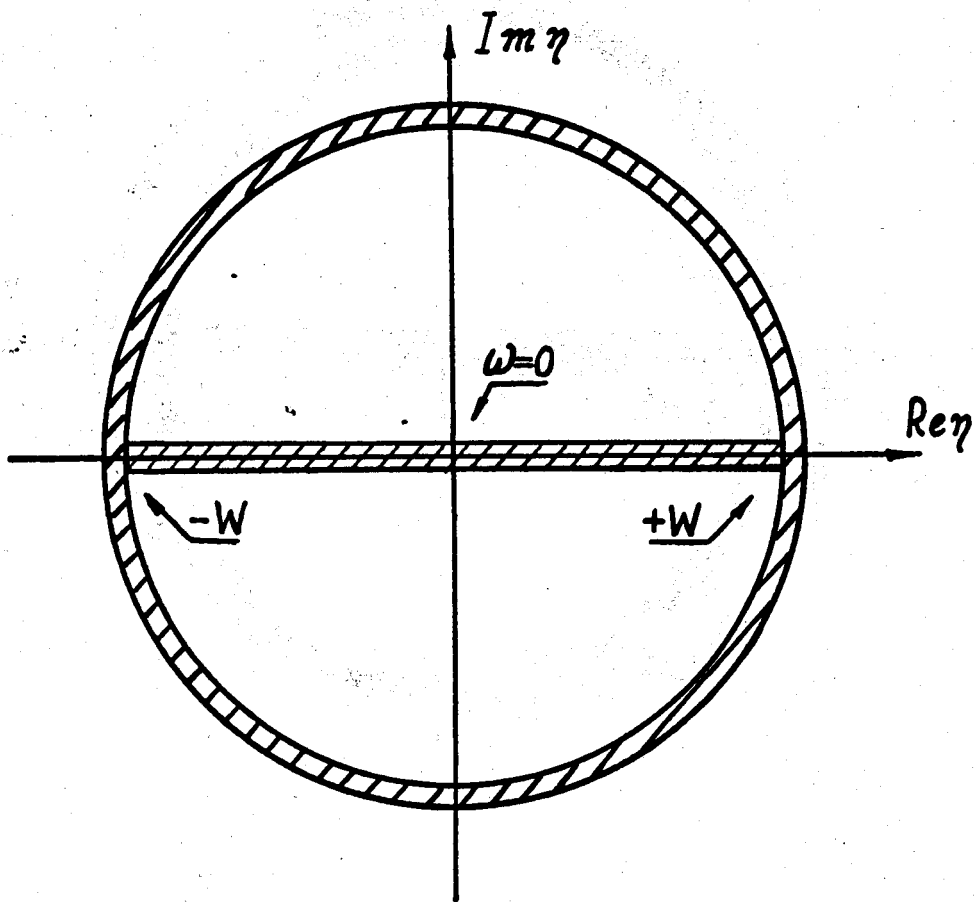


Рис. 4. Структура функции Δ в ξ -плоскости.