

5343

ЭКЗ. ЧИТ. ЗАЛА

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 5343



А.В. Тарасов, Ч. Цэрэн

КВАЗИУПРУГОЕ РАССЕЙНИЕ  
ЧАСТИЦ ДЕЙТРОНАМИ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1970

P2 - 5343

А.В. Тарасов, Ч. Цэрэн

**КВАЗИУПРУГОЕ РАССЕЙНИЕ  
ЧАСТИЦ ДЕЙТРОНАМИ**

Для исследования взаимодействия элементарных частиц с нейтронами в качестве мишени для квазисвободных нейтронов в основном используется дейтериевая мишень. При этом для отделения квазиупругого рассеяния частицы на нейтроне от квазиупругого рассеяния ее протоном и от последовательного рассеяния ее протоном и нейтроном ставятся эксперименты на совпадение, в которых рассеиваемая частица и нейтрон отдаются детектируются под "сопряженными" углами, т.е. под такими углами, которые соответствуют упругому рассеянию частицы на свободном нейтроне.

Однако ввиду низкой эффективности нейтронных счетчиков значительная часть событий реакции "избегает" детектирования при такой постановке опыта. Поэтому представляется интересным и необходимым извлечение информации о взаимодействии частиц с нейтронами непосредственно из измерений, в которых детектируется одна заряженная частица. Сечение такой реакции, помимо суммы сечений рассеяния на нейтроне и на протоне и интерференции амплитуд рассеяния на каждой из этих частиц в отдельности, содержит также вклад от амплитуды последовательного рассеяния на одной из них, а затем на другой. Техника учёта вклада такого механизма до настоящего времени была разработана лишь в области сверхвысоких энергий, где хорошо работает теория Глаубера<sup>1/</sup>. Для применимости этой теории необходимо, чтобы энергия налетающей частицы была не только много больше кинетических энергий нуклонов в ядре, но и настолько велика, чтобы основной вклад в амплитуду взаимодействия частицы с нуклонами давали парциальные амплитуды с большими значениями орбитального момента. Существует, однако, достаточно широкая область энергий, в которой выполняется первое и нарушается второе условие применимости теории Глаубера.

Оказывается, что в этой области также можно получить простые выражения для сечения рассеяния частицы дейтроном на определенный угол, включающие эффекты двукратного взаимодействия ее с нуклонами ядра, которые и приводятся ниже.

### §1. Общее рассмотрение

В дальнейшем мы будем интересоваться лишь сечением вылета рассеиваемой частицы в определенном направлении, просуммированным по всем конечным состояниям протон-нейтронной системы. Известно, что в результате такого суммирования эффекты взаимодействия протона с нейтроном в конечном состоянии с хорошей точностью компенсируются, так что с самого начала можно ими пренебречь и волновую функцию системы протон-нейтрон выбрать в виде произведения плоских волн.

В этом приближении амплитуда рассеяния частицы с импульсом  $\vec{k}$  дейтроном с переходом ее в состояние с импульсом  $\vec{q}$ , а нейтрона и протона в состояние с импульсами  $\vec{n}$  и  $\vec{p}$  соответственно с учётом перерассеяния запишется в л.с. дейтрона в виде

$$\begin{aligned}
 T = & \sqrt{2M_d} (2\pi)^3 \{ T_p(\vec{k}, -\vec{n}; \vec{q}, \vec{p}) \phi(\vec{n}) + \\
 & + T_n(\vec{k}, -\vec{p}; \vec{q}, \vec{n}) \phi(\vec{p}) - \int \frac{\phi(\vec{\Delta}) d\vec{\Delta}}{(2\pi)^3 2E(\vec{\Delta})} \times \\
 & \times [ \frac{T_n(\vec{k} + \vec{\Delta} - \vec{p}, -\vec{\Delta}; \vec{q}, \vec{n}) T_p(\vec{\Delta}, \vec{k}; \vec{k} + \vec{\Delta} - \vec{p}, \vec{p})}{2\epsilon(\vec{k} + \vec{\Delta} - \vec{p}) [M_d + \epsilon(\vec{k}) - E(\vec{\Delta}) - \epsilon(\vec{k} + \vec{\Delta} - \vec{p}) - E(\vec{p}) + i0]} + \\
 & + (\vec{n} \rightarrow \vec{p}) ] \}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

В (1)  $T_p$  и  $T_n$  - амплитуды рассеяния частицы на протоне и нейтроне - являются функциями импульсов налетающей частицы, нуклона с которым она взаимодействует, рассеянной частицы и нуклона отдачи. Они нормированы условием в л.с. нуклона

$$\sigma_p = \frac{1}{4mk} \int |T_p|^2 \frac{d\vec{q}d\vec{p}}{2E(\vec{p}) 2\epsilon(\vec{q}) (2\pi)^2} \delta(\vec{k}-\vec{q}-\vec{p}) \times \quad (2)$$

$$\times \delta[m + \epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{q}) - E(\vec{p})]$$

и аналогичным в случае нейтрона. Волновые функции дейтрона  $\phi(\Delta)$  нормированы на единицу

$$\int |\phi(\Delta)|^2 d\Delta = 1. \quad (3)$$

Массу дейтрона  $M_d$  в дальнейшем будем полагать равной двум массам нуклона  $2m$ , пренебрегая энергией связи дейтрона и разностью масс протона и нейтрона.

Относительно энергии  $\epsilon(\vec{k})$  налетающей частицы и ее импульса  $k$  будем предполагать, что они много больше характерных значений кинетической энергии  $E(\vec{\Delta}) - m$  и импульса  $\Delta$  нуклонов в дейтроне. В этом случае частица "не чувствует" движения нуклонов дейтрона и рассеяние на них происходит, как на покоящихся. Это означает, что в выражении (1) можно пренебречь зависимостью амплитуд  $T_{p,n}$  от внутридейтронных импульсов. В дальнейшем, учитывая, что волновая функция дейтрона обрывает интегрирование по своему аргументу при малых (порядка 100 Мэв) его значениях всюду, где это не приводит к расходимости, будем пренебрегать импульсами, по порядку равными внутридейтронным, по сравнению с импульсами рассеиваемой частицы. Нетрудно убедиться, что в этом приближении вклад первых двух членов амплитуды (1) в дифференциальное сечение

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{\vec{q}}} = \frac{1}{4M_d k} \int |T|^2 \delta[2m + \epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{q}) - E(\vec{n}) - E(\vec{p})] \times$$

$$\times \delta(\vec{k} - \vec{q} - \vec{p} - \vec{n}) \frac{d\vec{n} d\vec{p} q^2 dq}{(2\pi)^5 8E(\vec{n}) E(\vec{p}) \epsilon(\vec{q})} \quad (4)$$

равен

$$\frac{d\sigma_p}{d\Omega_{\vec{q}}} + \frac{d\sigma_n}{d\Omega_{\vec{q}}} + 2s(\vec{k} - \vec{q}) \frac{d\sigma_{pn}}{d\Omega_{\vec{q}}}, \quad (5)$$

где

$$\frac{d\sigma_p}{d\Omega_{\vec{q}}} = \frac{1}{4mk} \int |T_p(\vec{k}, 0; \vec{q}, \vec{k} - \vec{q})|^2 \delta(m + \epsilon(\vec{k}) -$$

$$- \epsilon(\vec{q}) - E(\vec{k} - \vec{q})) \frac{q^2 dq}{(2\pi)^2 4E(\vec{k} - \vec{q}) \epsilon(\vec{q})} \quad (6)$$

сечение упругого рассеяния частицы на покоящемся протоне; аналогично

$\frac{d\sigma_n}{d\Omega_{\vec{q}}}$  - сечение рассеяния частицы нейтроном, а

$$\frac{d\sigma_{p,n}}{d\Omega_{\vec{q}}} = \frac{1}{4mk} \operatorname{Re} \int T_n^* (\vec{k}, 0; \vec{q}, \vec{k}-\vec{q}) T_p (\vec{k}, 0; \vec{q}, \vec{k}-\vec{q}) \times$$

$$\times \delta [m + \epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{q}) - E(\vec{k}-\vec{q})] \frac{q^2 dq}{(4\pi)^2 E(\vec{k}-\vec{q}) \epsilon(\vec{q})} \quad (7)$$

интерференция амплитуд рассеяния на покоящихся протоне и нейтроне. Величина  $S(\vec{k}-\vec{q})$  в (5) связана с волновой функцией дейтрона соотношением

$$S(\vec{k}-\vec{q}) = \int |\phi(\vec{r})|^2 e^{i(\vec{k}-\vec{q})\vec{r}} d\vec{r} \quad (8)$$

и обычно называется формфактором дейтрона ( $S(0) = 1$ ).

Метод вычисления интерференции амплитуд однократного рассеяния с амплитудами двукратного рассеяния (т.е. выражениями, стоящими под знаком интеграла в (1)) такой же, как и в нашей работе<sup>/3/</sup>, и здесь мы лишь вкратце повторим проводимые там выкладки.

Рассмотрим, например, вклад в сечение (4) интерференции первого слагаемого в (1) с третьим:

$$-2 \operatorname{Re} \int \phi^*(\vec{n}) T_p^* (\vec{k}, -\vec{n}; \vec{q}, \vec{p}) T_n (\vec{q} + \vec{n} + \vec{\Delta}, -\vec{\Delta}; \vec{q}, \vec{n}) \times$$

$$\times T_p (\vec{k}, \vec{\Delta}; \vec{q} + \vec{\Delta} + \vec{n}, \vec{p}) \delta(\vec{k}-\vec{q}-\vec{p}-\vec{n}) \delta[2m + \epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{q}) - E(\vec{p}) - E(\vec{n})] \times$$

$$\times \frac{\phi(\vec{\Delta}) d\vec{\Delta} d\vec{p} d\vec{n} q^2 dq}{(2\pi)^5 4k E(\vec{\Delta}) 2\epsilon(\vec{q} + \vec{n} + \vec{\Delta}) 2E(\vec{p}) 2E(\vec{n}) 2\epsilon(\vec{q})} \times$$

$$\times \frac{1}{\epsilon(\vec{q}) + E(\vec{n}) - E(\vec{\Delta}) - \epsilon(\vec{q} + \vec{n} + \vec{\Delta}) + i0} \quad (9)$$

При написании выражения (9) величина  $k - p$  в исходной амплитуде двукратного рассеяния с использованием закона сохранения импульса заменена величиной  $q + n$ , а пропагатор

$$[2m + \epsilon(\vec{k}) - E(\vec{\Delta}) - \epsilon(\vec{k} + \vec{\Delta} + \vec{p}) - E(\vec{p}) + i0]^{-1}$$

с учётом сохранения энергии - величиной

$$[\epsilon(\vec{q}) + E(\vec{n}) - E(\vec{\Delta}) - \epsilon(\vec{q} + \vec{n} + \vec{\Delta}) + i0]^{-1}.$$

Учитывая теперь, что волновые функции  $\phi(\vec{n})$  и  $\phi(\vec{\Delta})$  обрезают интегрирование по переменным  $\vec{n}$  и  $\vec{\Delta}$  при малых их значениях, положим всюду, где это не приводит к сингулярности, в том числе и в законах сохранения,  $\vec{\Delta} = \vec{n} = 0$  и оставим лишь наиболее сингулярные по малым величинам  $n$  и  $\Delta$  члены в пропагаторе:

$$[\epsilon(\vec{q}) + E(\vec{n}) - \epsilon(\vec{q} + \vec{n} + \vec{\Delta}) - E(\vec{\Delta}) + i0]^{-1} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left[ -\frac{(\vec{\Delta} + \vec{n}) \vec{q}}{\epsilon(\vec{q})} + i0 \right]^{-1}.$$



Тогда (9) переписывается в виде:

$$\int \frac{T_p(\vec{k}, 0; \vec{q}, \vec{k}-\vec{q})|^2 \cdot \delta[m - \epsilon(\vec{q}) + \epsilon(\vec{k}) - E(\vec{k}-\vec{q})] q^2 d\vec{q}}{4mk(4\pi)^{\frac{1}{2}} \epsilon(\vec{q}) E(\vec{k}-\vec{q})} \times$$

$$\times \operatorname{Re} \left\{ \frac{T_n(\vec{q}, 0; \vec{q}, 0)}{2m(2\pi)^3} \int \frac{\phi^*(\vec{n}) \phi(\vec{\Delta}) d\vec{n} d\vec{\Delta}}{(\vec{\Delta} + \vec{n})\vec{q} - i0} \right\}. \quad (10)$$

Последний интеграл в (10) легко вычисляется переходом к координатному представлению и равен

$$\frac{i}{4\pi \vec{q}} \int |\phi(\vec{r})|^2 \frac{d\vec{r}}{r^2} = \frac{i}{4\pi q} \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle$$

(доказательство см., например, в [2,3]).

Используя оптическую теорему

$$\frac{1}{2mq} \operatorname{Im} T_n(\vec{q}, 0; \vec{q}, 0) = \sigma_n^t(\vec{q}), \quad (11)$$

где в правой части (11) стоит полное сечение взаимодействия рассматриваемой частицы с нейтроном, как функция ее импульса в л.с. нейтрона, для (10) получим:

$$-\frac{1}{4\pi} \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \sigma_n^t(\vec{q}) \frac{d\sigma_p}{d\Omega_{\vec{q}}} \quad (12)$$

Проводя аналогичные выкладки при вычислении других членов интерференции амплитуд однократного и двукратного рассеяния, получим для их суммарного вклада выражение

$$-\frac{1}{4\pi} \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \{ [\sigma_n^t(\vec{q}) + \sigma_n^t(\vec{k})] \frac{d\sigma_p(\vec{k})}{d\Omega_{\vec{q}}} +$$

$$+ [\sigma_p^t(\vec{q}) + \sigma_p^t(\vec{k})] \frac{d\sigma_n(\vec{k})}{d\Omega_{\vec{q}}} \}. \quad (13)$$

Наконец, применяя используемую выше технику учёта лишь наиболее сингулярных по малым внутридейтронным импульсам членов, при вычислении вклада квадрата амплитуды двукратного рассеяния в сечение (17) получим, например, для вклада третьего слагаемого амплитуды (1)

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \langle \frac{1}{r^2} \rangle \int \frac{d\sigma_p}{d\Omega_{\vec{s}}}(\vec{k}, 0; \vec{s}, \vec{k} - \vec{s}) d\Omega_{\vec{s}} \times \\ \times \frac{d\sigma_n}{d\Omega_{\vec{q}}}(\vec{s}, 0; \vec{q}, \vec{s} - \vec{q}), \end{aligned} \quad (14)$$

где  $\vec{s}$  - импульс рассеиваемой частицы после взаимодействия (квазиупругого) ее с первым нуклоном (в данном случае протоном). В (14) явно выписаны аргументы сечений: импульсы падающей частицы, нуклона мишени, рассеянной частицы и нуклона отдачи. При получении (14) использовано следующее соотношение:

$$\begin{aligned} \frac{s}{\epsilon(\vec{s})} \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{\phi^*(\vec{\Delta}_2) \phi(\vec{\Delta}_1) d\vec{\Delta}_1 d\vec{\Delta}_2}{2m + \epsilon(\vec{k}) - E(\vec{\Delta}_1) - E(\vec{p}) - E(\vec{s} + \vec{\Delta}_1) + i0} \times \\ \times \frac{1}{2m + \epsilon(\vec{k}) - E(\vec{\Delta}_2) - E(\vec{p}) - E(\vec{s} + \vec{\Delta}_2) - i0} = \\ = \frac{s}{\epsilon(\vec{s})} \frac{1}{(2\pi)^3} \int \phi^*(\vec{\Delta}_2) \phi(\vec{\Delta}_1) d\vec{\Delta}_1 d\vec{\Delta}_2 \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ \frac{1}{\epsilon(\vec{s} + \vec{\Delta}_1) - \epsilon(\vec{s} + \vec{\Delta}_2) - E(\vec{\Delta}_2) + E(\vec{\Delta}_1) - i0} - \left[ \frac{1}{2m + \epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{s} + \vec{\Delta}_1) - E(\vec{\Delta}_1) - E(\vec{p}) + i0} - \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{1}{2m + \epsilon(\vec{k}) - E(\vec{\Delta}_2) - E(\vec{p}) - \epsilon(\vec{s} + \vec{\Delta}_2) - i0} \right] \right\} = \\
& = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \phi^*(\vec{\Delta}_2) \phi(\vec{\Delta}_1) d\vec{\Delta}_1 d\vec{\Delta}_2 \frac{1}{\vec{s}(\vec{\Delta}_2 - \vec{\Delta}_1) + i0} \times \\
& \times \left[ \frac{1}{m + \epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{s}) - E(\vec{p}) + i0} - \frac{1}{m + \epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{s}) - E(\vec{p}) - i0} \right] = \\
& = 2\pi \delta[m + \epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{s}) - E(\vec{p})] \frac{1}{4\pi} \left\langle -\frac{1}{r^2} \right\rangle.
\end{aligned} \tag{15}$$

Более подробно получение выражения типа (15) разобрано в работе<sup>14/</sup>, в которой рассматривались процессы типа двойной перезарядки; амплитуда которых в низшем приближении имеет структуру амплитуды двукратного рассеяния. Совершенно аналогично для вклада четвертого члена амплитуды (1) в сечение (17) (который явно не выписан, а обозначен как  $(p \rightarrow p)$ , что означает, что он получается из предыдущего заменой протонных характеристик нейтронными и наоборот), отвечающее рассеянию сначала на нейтроне, а потом протоне, имеем

$$\frac{1}{4\pi} \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \int \frac{d\sigma_n}{d\Omega_s}(k, 0; s, k-s) d\Omega_s \frac{d\sigma_p}{d\Omega_q}(s, 0; s-q). \tag{16}$$

Интерференция третьего и четвертого члена по порядку, величины от -  
 личается от выражений (14) и (16) множителем  $(kr_d)^{-1}$  и ввиду малости  
 последнего при больших  $k$  в окончательное выражение (17) для сечения  
 не включена.

Появление множителя порядка  $(kr_d)^{-1}$  формально связано с тем,  
 что при вычислении указанного интерференционного члена пренебрежение  
 малыми внутридейтронными импульсами всюду в подынтегральном выраже-  
 нии не приводит к появлению сингулярностей.

Суммируя выражения (4), (7), (13), (14), получим окончательно для  
 сечения:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega_{\vec{q}}} &= \frac{d\sigma_p(\vec{k}, \vec{q})}{d\Omega_{\vec{q}}} + \frac{d\sigma_n(\vec{k}, \vec{q})}{d\Omega_{\vec{q}}} + 2s(\vec{k}-\vec{q}) \frac{d\sigma_{p,n}(\vec{k}, \vec{q})}{d\Omega_{\vec{q}}} - \\ &- \frac{1}{4\pi} \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \left\{ \frac{d\sigma_p}{d\Omega_{\vec{q}}}(\vec{k}, \vec{q}) [\sigma_n^t(\vec{q}) + \sigma_n^t(\vec{k})] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{d\sigma_n}{d\Omega_{\vec{q}}}(\vec{k}, \vec{q}) [\sigma_p^t(\vec{q}) + \sigma_p^t(\vec{k})] - \right. \\ &\quad \left. - f \left( \frac{d\sigma_p}{d\Omega_{\vec{s}}}(\vec{k}, \vec{s}) \frac{d\sigma_n(\vec{s}, \vec{q})}{d\Omega_{\vec{q}}} + \frac{d\sigma_n(\vec{k}, \vec{s})}{d\Omega_{\vec{s}}} \frac{d\sigma_p(\vec{s}, \vec{q})}{d\Omega_{\vec{q}}} \right) d\Omega_{\vec{s}} \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

В (17) в дифференциальных сечениях оставлены в качестве аргумен-  
 тов лишь начальный и конечный импульс рассеиваемой частицы. Все сече-  
 ния в (17) относятся к л.с. нуклонов.

При получении (17) не учитывалась спиновая зависимость амплитуд  
 рассеяния, и поэтому эта формула отражает лишь структуру сечения в  
 приближении учёта двукратного рассеяния. Выражения для сечений рассея-  
 ния мезонов и нуклонов дейтронами с учётом спиновой и изоспиновой струк-  
 тур амплитуд MN - и NN-взаимодействия приводятся в следующей части  
 этого исследования.

### Л и т е р а т у р а

1. R.J. Glauber. *High-Energy Physics and Nuclear Structure* (North-Holland Publ. Comp, Amsterdam, 1967), p.311; *Boulder Lectures in Theor. Phys.*, 1 (1958) (Interscience Publ. Inc. New-York).
2. Л.И. Липидус, А.В. Тарасов, Ч. Цэрэн. Сообщение ОИЯИ, P2-5231, Дубна, 1970.
3. А.В. Тарасов, Ч. Цэрэн. Сообщение ОИЯИ, P2-5078, Дубна, 1970.
4. А.В. Тарасов, Ч. Цэрэн. Препринт ОИЯИ, P2-5286, Дубна, 1970.

Рукопись поступила в издательский отдел

21 августа 1970 года.

## Квазиупругое рассеяние частиц дейтронами

В области энергий, где неприменимо приближение Глаубера, получен ряд простых выражений для сечения рассеяния частицы дейтроном на определенный угол, включающих эффекты двукратного взаимодействия ее с нуклонами дейтрона.

Сообщения Объединенного института ядерных исследований

**Дубна, 1970**

## Quasielastic Scattering of Particles on Deuterons

In the energy region, where the Glauber approximation cannot be applied, a number of simple expressions was obtained for the cross section of a particle scattered by a deuteron at a certain angle. These expressions include the effects of the double interaction of the particle with the deuteron nucleons.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.

**Dubna, 1970**