ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2-5290

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

М.А. Элиашвили

О $K_{\ell 3}$-РАСПАДАХ В КИРАЛЬНОЙ ДИНАМИКЕ

1970

P2-5290

М.А. Элиашвили *

О $K_{\ell 3}$ -РАСПАДАХ В КИРАЛЬНОЙ ДИНАМИКЕ

Направлено в журнал "Теоретическая и математическая физика"

* Тбилисский государственный университет

При нелинейной реализации киральной группы $SU(3)\times SU(3)$ с линеаризацией на подгруппе изотопических и гиперзарядных преобразований $SU(2)\times Y$ /1,2/ можно построить эффективный лагранжиан, на основе которого исследовать $K_{\ell 3}$ - распады. Главную роль в подобных нелинейных реализациях играют псевдоскалярные π-, K-, η -мезоны и скалярные гипотетические κ -мезоны ($T=\frac{1}{2}$, $Y=\pm 1$).

Модель конкретизируется в предположении, что $K^*-K-\pi$ связи содержат не более одной производной (аналогично подходу в киральной группе $SU(2)\times SU(2)$ /3/). Благодаря этому исчезает неоднозначность в форм-факторах $f_{\pm}(t)$ и полученные нами результаты не противоречат эксперименту.

В работе установлена связь ограничений на значение массы κ-мезонов с величиной параметра c , введенного в работе /4/ и характеризующего нарушение симметрии. Показано, что если $\sqrt{2}<c<2\sqrt{2}$, то масса κ -мезонов ограничена сверху:

$$m_{\kappa}\leq\frac{1}{|F_{\kappa}|}\,\big|\,m_{\pi}|F_{\pi}|-m_{K}|F_{K}|\,\big|$$

и что если $c < -\sqrt{2}$ или $c > 2\sqrt{2}$, то масса κ -мезонов ограничена снизу:

$$m_\kappa \geq \frac{1}{|F_\kappa|} \, | m_\pi | F_\pi | + m_K | F_K | | .$$

Получены новые значения констант слабых распадов K – и π – -мезонов, которые несколько отличаются от величин, приведенных в [2,5], за счёт того, что мы не предполагаем выполнения второго правила сумм Вайнберга для K^* – и K_A -мезонов: $G_{K^*} = G_{K_A}$ и вместо этого используем известную величину ширины распадов $K^* \to K + \pi$.

§2. Мы основываемся на эффективном лагранжиане, рассмотренном в [1,2]

$$L_{eff} = L_{inv} + L_{S.B.} \quad , \tag{1}$$

где L_{inv} – часть лагранжиана, инвариантная относительно преобразований группы $SU(3) \times SU(3)$, а $L_{S.B.}$ – член, нарушающий симметрию. Вслед за авторами работы [4] мы полагаем, что

$$L_{S.B.} = u_0 + c\, u_8 \; , \tag{2}$$

где u_i – скалярные компоненты линейного представления $(3,3^*)+$ $+(3^*,3)$ группы $SU(3) \times SU(3)$, а c – параметр, характеризующий нарушение унитарной симметрии. $L_{S.B.}$ содержит массовые члены бесспиновых частиц и описывает взаимодействия между ними.

Дивергенции октетов векторных ($j_\mu^{V,i}$) и аксиальных ($j_\mu^{A,i}$) токов имеют вид (см. уравнения (3.7) работы /2/):

$$\partial_\mu j_\mu^{V,i} = 0, \qquad i = 1,2,3,8$$

$$\partial_\mu j_\mu^{V,i} = \frac{3}{4} cd \frac{z}{F_\kappa} \kappa^i = m_\kappa^2 F_\kappa \kappa^i , \qquad i = 4,5,6,7$$

$$\partial_\mu j_\mu^{A,i} = \frac{1}{3}(\sqrt{2}+c)(\sqrt{2}+d)\frac{z}{F_\pi} \pi^i = m_\pi^2 F_\pi \pi^i , \qquad i = 1,2,3 \tag{3}$$

$$\partial_\mu j_\mu^{A,i} = \frac{1}{3}(\sqrt{2}-\frac{c}{2})(\sqrt{2}-\frac{d}{2})\frac{z}{F_K} K^i = m_K^2 F_K K^i , \qquad i = 4,5,6,7$$

$$\partial_\mu j_\mu^{A,i} = \frac{1}{3}[(\sqrt{2}-c)(\sqrt{2}-d) + 2cd]\frac{z}{F_\eta} \eta = m_\eta^2 F_\eta \eta ,$$

где m_κ, m_π, m_K, m_η - массы, F_κ, F_π, F_K, F_η - константы слабых распадов и κ^i, π^i, K^i, η - перенормированные поля скалярных и псевдоскалярных мезонов, а постоянные z и d характеризуют тензор, преобразующийся по представлению $(3,3^*)+(3^*,3)$.

Из лагранжиана (1) следует первое правило сумм Вайнберга для масс и распадных констант векторных и псевдовекторных частиц:

$$\frac{G_\rho^2}{m_\rho^2} = \frac{G_{K^*}^2}{m_{K^*}^2} + F_\kappa^2 = \frac{G_{A_1}^2}{m_{A_1}^2} + F_\pi^2 = \frac{G_{K_A}^2}{m_{K_A}^2} + F_K^2 . \tag{4}$$

Распадные константы G_i определены согласно равенствам:

$$<0|j_\mu^{V,i}(0)|V^k(p,\epsilon)> = \frac{\delta_{ik}\,\epsilon_\mu}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2p_0}}\,G_k^{(V)}$$

$$G^{(V)}_{1,2,3} \equiv G_\rho,\quad G^{(V)}_{4,5,6,7} \equiv G_{K^*},\quad G^{(V)}_8 \equiv G_\omega$$

$$<0|j_\mu^{A,i}(0)|A^k(p,\epsilon)> = \frac{\delta_{ik}\,\epsilon_\mu}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2p_0}}\,G_k^{(A)} \qquad (5)$$

$$G^{(A)}_{1,2,3} \equiv G_{A_1},\quad G^{(A)}_{4,5,6,7} \equiv G_{K_A},\quad G^{(A)}_8 \equiv G_E.$$

где i,k – SU(3) индексы (по повторяющемуся индексу суммирование не предполагается), p –4-импульсы и ϵ_μ – поляризации векторных (V^k) и псевдовекторных (A^k) –мезонов.

§3. Отметим, что из (3) следует важное соотношение между массой κ –мезонов и параметром нарушения симметрии c :

$$m_\kappa^2 = \frac{F_\pi^2}{F_\kappa^2}m_\pi^2 + \frac{F_K^2}{F_\kappa^2}m_K^2 - \frac{\sqrt{2}-\frac{c}{2}}{\sqrt{2}+c}\,\frac{F_\pi^2}{F_\kappa^2}\,m_\pi^2\,,$$
$$- \frac{\sqrt{2}+c}{\sqrt{2}-\frac{c}{2}}\,\frac{F_K^2}{F_\kappa^2}\,m_K^2\,. \qquad (6)$$

Из (6) следует, что в зависимости от величины параметра c масса κ-мезона ограничена сверху или снизу

$$m_\kappa \leq \frac{1}{|F_\kappa|} \left| |F_\pi| m_\pi - |F_K| m_K \right| \qquad \text{если} \quad -\sqrt{2} < c < 2\sqrt{2} \tag{7}$$

и

$$m_\kappa \geq \frac{1}{|F_\kappa|} \left| |F_\pi| m_\pi + |F_K| m_K \right| \qquad \text{если} \quad c < -\sqrt{2} \quad \text{или} \quad c > 2\sqrt{2}. \tag{8}$$

Проверим это утверждение. Введем обозначение

$$\zeta = \frac{\sqrt{2} - \frac{c}{2}}{\sqrt{2} + c} \; \frac{m_\pi}{m_K} \left| \frac{F_\pi}{F_K} \right| + \frac{\sqrt{2} + c}{\sqrt{2} - \frac{c}{2}} \; \frac{m_K}{m_\pi} \left| \frac{F_K}{F_\pi} \right| .$$

Тогда очевидно, что

$$\zeta \geq 2 \qquad \text{при} \qquad -\sqrt{2} < c < 2\sqrt{2},$$

$$\zeta \leq -2 \qquad \text{при} \quad c < -\sqrt{2} \qquad \text{или} \quad c > 2\sqrt{2}$$

Запись соотношения (6) в виде

$$m_\kappa^2 = \frac{F_\pi^2}{F_\kappa^2} m_\pi^2 + \frac{F_K^2}{F_\kappa^2} m_K^2 - \zeta \left| \frac{F_\pi}{F_\kappa} \right| \left| \frac{F_K}{F_\kappa} \right| m_\pi m_K$$

доказывает справедливость неравенств (7) и (8).

Неравенства (7) и (8) впервые были получены в работе [5]. Однако в [5] ограничения на массу κ-мезонов связываются со знаком произведения $F_K F_\pi$. Как показано выше, (7) и (8) можно также связать непосредственно со значением параметра c, что представляется заслуживающим внимания. Подчеркнем, что для разумного значения $c \approx -1{,}25$ [4] будет иметь место ограничение сверху (7).

§4. Форм-факторы $K_{\ell 3}$ - распадов определяются следующим образом:

$$<\pi^i(q)|j_\mu^{V,j}(0)|K^k(p)> = \frac{i f_{ijk}}{(2\pi)^3\sqrt{4p_0 q_0}}[(p+q)_\mu f_+(t)+(p-q)_\mu f_-(t)], \quad (9)$$

где $j_\mu^{V,j}$ - изменяющий странность векторный ток

$$j_\mu^{V,j}(x) = G_{K^*} K_\mu^{*j}(x) - F_\kappa \partial_\mu \kappa^j(x)$$

и

$$t = (p-q)^2 .$$

Для вычисления матричного элемента (9) следует задать эффективные вершины, описывающие $K^*-K-\pi$ и $\kappa-K-\pi$ взаимодействия. Соответствующие члены лагранжиана (1) имеют вид:

$$L_{K^*K\pi} = \frac{1}{F_\pi F_K}\frac{m_{K^*}^2}{G_{K^*}} f_{ijk} K_\mu^{*i}\Big[\Big(F_\pi^2 - \frac{F_\kappa^2}{2}\Big)\partial_\mu \pi^j K^k -$$

$$-\Big(F_K^2 - \frac{F_\kappa^2}{2}\Big)\pi^j \partial_\mu K^k\Big] + L_{K^*K\pi}^{N.M.}, \quad (10)$$

где неминимальная связь $L^{N.M.}_{K^*K\pi}$ содержит третий порядок по производным полей в отличие от остальной части $L_{K^*K\pi}$:

$$L^{N.M.}_{K^*K\pi} \sim C_1 f_{ijk} (\partial_\mu K^{*i}_\nu - \partial_\nu K^{*i}_\mu) \times$$

$$\times \partial_\mu \pi^i \partial_\nu K^k ; \tag{11}$$

$$L_{\kappa K\pi} = \frac{F_K^2 - F_\pi^2}{F_\pi F_K F_\kappa} f_{ijk} \kappa^i \partial_\mu \pi^j \partial_\mu K^k +$$

$$+ \frac{F_\kappa^2}{2F_\pi F_K F_\kappa} f_{ijk} (\kappa^i \pi^j \Box K^k - \kappa^i \Box \pi^j K^k) + \tag{12}$$

$$+ \frac{1}{6}(1 + \frac{4\sqrt{2}}{c}) m_\kappa^2 F_\kappa^2 f_{ijk} \kappa^i \pi^j K^k .$$

Существенно отметить, что в (11) C_1 - произвольная постоянная. Очевидно, что неопределенность C_1 приводит к соответствующей неопределенности форм-факторов $f_\pm(t)$. Так, например, согласно /2/, $f_+(t)$ имеет вид:

$$f_+(t) = \frac{1}{2F_\pi F_K} (F_\pi^2 + F_K^2 - F_\kappa^2 - C_1 \frac{t}{m_{K^*}^2}) \frac{m_{K^*}^2}{m_{K^*}^2 - t} .$$

§5. В недавней работе [3] был рассмотрен вопрос о построении внутренне замкнутого эффективного лагранжиана с малым числом констант связи для группы $SU(2)\times SU(2)$. В основе этой работы лежит требование, чтобы L_{eff} не содержал членов третьей и четвертой степеней по производным полей.

В настоящее время мы не располагаем аналогичным методом в полной общности построения лагранжиана для группы $SU(3)\times SU(3)$. Однако вполне возможно, что требование отсутствия членов третьей и четвертой степеней по производным полей и в этом случае будет состоятельным. Поэтому для частного случая K^*–K–π–связи мы предположим, что $C_1 = 0$, тем самым устраняя член третьей степени по производным полей.

В соответствии с этим предположением пусть $L^{N.M.}_{K^*K\pi} = 0$, и тогда форм-факторы $f_\pm(t)$, вычисленные согласно (9), (10) и (12), упрощаются и имеют вид:

$$f_+(t) = \frac{1}{2F_\pi F_K}\,(F_\pi^2 + F_K^2 - F_\kappa^2)\,\frac{m^2_{K^*}}{m^2_{K^*} - t}\,, \tag{13}$$

$$\begin{aligned} f_-(t) = {} & \frac{1}{2F_\pi F_K}\,(F_K^2 - F_\pi^2) - \frac{p^2 - q^2}{m^2_{K^*}}\,f_+(t) + {} \\ & + \frac{1}{2F_\pi F_K}\;\frac{(q^2-p^2)F_\kappa^2 + (t-p^2-q^2)(F_K^2 - F_\pi^2) - \left(\dfrac{4\sqrt{2}}{c} + 1\right)\dfrac{m_\kappa^2 F_\kappa^2}{3}}{m_\kappa^2 - t}\,. \end{aligned} \tag{14}$$

С помощью (10) можно вычислить ширину распадов $K^* \to K + \pi$

$$\Gamma(K^* \to K + \pi) = \frac{1}{8\pi} P^3_{c.m.} \left(\frac{G^2_{K^*}}{m^2_{K^*}}\right)^{-1} [f_+(0)]^2 , \tag{15}$$

где

$$f_+(0) = \frac{1}{2F_\pi F_K} (F_\pi^2 + F_K^2 - F_\kappa^2) .$$

§6. Для дальнейшего рассмотрения необходимо знать величину распадных констант K - и κ - мезонов (F_π = 94 Мэв). Согласно /5/:

$$\frac{F_K^2}{F_\pi^2} = 1{,}17, \quad \frac{F_\kappa^2}{F_\pi^2} = 0{,}34 . \tag{16}$$

Подстановка (16) в неравенства (7) и (8) приводит к ограничениям /5/:

$$m_\kappa \le 670 \text{ mev}, \text{ если } -\sqrt{2} < c < 2\sqrt{2},$$

$$m_\kappa \ge 1150 \text{ mev}, \text{если } c < -\sqrt{2} \text{ или } c > 2\sqrt{2} .$$

В /5/ величины (16) были получены с помощью совместного применения

a) правила сумм (4),

b) соотношения KSFR :[6]

$$\frac{G_\rho^2}{m_\rho^2} = 2F_\pi^2 ,$$

c) экспериментальной информации[7]:

$$\left(\frac{F_K}{F_\pi} \cdot \frac{1}{f_+(0)}\right)_{exp} = 1{,}28 \pm 0.06 \qquad (17)$$

и, наконец, d) предположения о равенстве распадных констант странных векторных и псевдовекторных мезонов:

$$G_{K^*} = G_{K_A} . \qquad (18)$$

В настоящей работе мы отказываемся от правила сумм (18), и вместо этого используем формулу (15) для ширины распада и ее экспериментальное значение[8]:

$$\Gamma(K^* \to K + \pi)_{exp} = 50 \text{ Мэв} .$$

Результаты вычислений неизвестных постоянных имеют следующий вид:

$$\frac{F_K^2}{F_\pi^2} = 1{,}33 \pm 0{,}07 ; \qquad \frac{G_{K_A}^2}{G_\rho^2} = 1{,}17 \mp 0{,}04 ;$$

$$\frac{F_K^2}{F_\pi^2} = 0{,}25 \pm 0{,}06\,; \qquad \frac{G_{K^*}^2}{G_\rho^2} = 0{,}99 \mp 0{,}05\,;$$

$$f_+(0) = 0{,}9 \mp 0{,}02\,. \tag{19}$$

Приведенные выше значения распадных констант F_K и F_κ находятся в хорошем согласии с результатами других работ:

$$\frac{F_\kappa^2}{F_\pi^2} = 0{,}28 \quad /9/\,,$$

$$\frac{F_K^2}{F_\pi^2} = 1{,}3 \quad /10/\,,$$

$$\frac{F_K^2}{F_\pi^2} = 1{,}28\,, \quad \frac{F_\kappa^2}{F_\pi^2} = 0{,}27 \quad /11/\,.$$

Отметим, что отличие величин (19) от результата, полученного в /5/ (16), связано с тем, что мы не предполагаем выполнения правила сумм $G_{K^*} = G_{K_A}$ и вместо этого используем известную величину ширины распадов $K^* \to K + \pi$.

Подставляя средние величины (19) в неравенства (7) и (8), получим следующие ограничения на массу κ -мезонов:

$$m_\kappa \leq 860 \text{ Мэв}, \qquad \text{если} \qquad -\sqrt{2} < c < 2\sqrt{2}\,, \tag{20}$$

$$m_\kappa \geq 1420 \text{ Мэв, если} \quad c < -\sqrt{2} \quad \text{или} \quad c > 2\sqrt{2}\,. \qquad (21)$$

Значение массы $m_\kappa \approx 1100$ Мэв, которое обсуждается в связи с экспериментальной работой /12/, не содержится в областях, ограниченных неравенствами (20) и (21). Однако вполне допустимо такое увеличение границ этих областей[x/], что значение $m_\kappa \approx 1100$ Мэв будет входить в область, ограниченную сверху, которая предпочтительна с точки зрения оценки $C \approx -1{,}25$.

Маловероятно, что $m_K + m_\pi \geq m_\kappa > m_K$, т.к. такие κ -мезоны наблюдались бы по распадам $\kappa \to K + 2\gamma$, которые пока не обнаружены /13/. Интригует случай равенства масс: $m_\kappa = m_K$, т.е. когда K –и κ – мезоны составляют дублеты по чётности /9/. Мы здесь не будем обсуждать подобную ситуацию, а лишь отметим, что при этом возникает сложный вопрос идентификации K– и κ –мезонов и изучение $K_{\ell 3}$– распадов следует проводить принципиально иным путем.

§7. При анализе данных по $K_{\ell 3}$ –распадам обычно прибегают к параметризации:

$$f_\pm(t) = f_\pm(0)\left(1 + \lambda_\pm \frac{t}{m_\pi^2}\right),$$

$$\xi(t) = \frac{f_-(t)}{f_+(t)}\,.$$

Из (13) следует, что

$$\lambda_+ = \frac{m_\pi^2}{m_{K^*}^2} = 0{,}0238\,,$$

[x/] Изменение границ связано с уточнением значений распадных констант F_K и F_κ.

что хорошо согласуется с усредненным экспериментальным значением параметра λ_+ /14/.

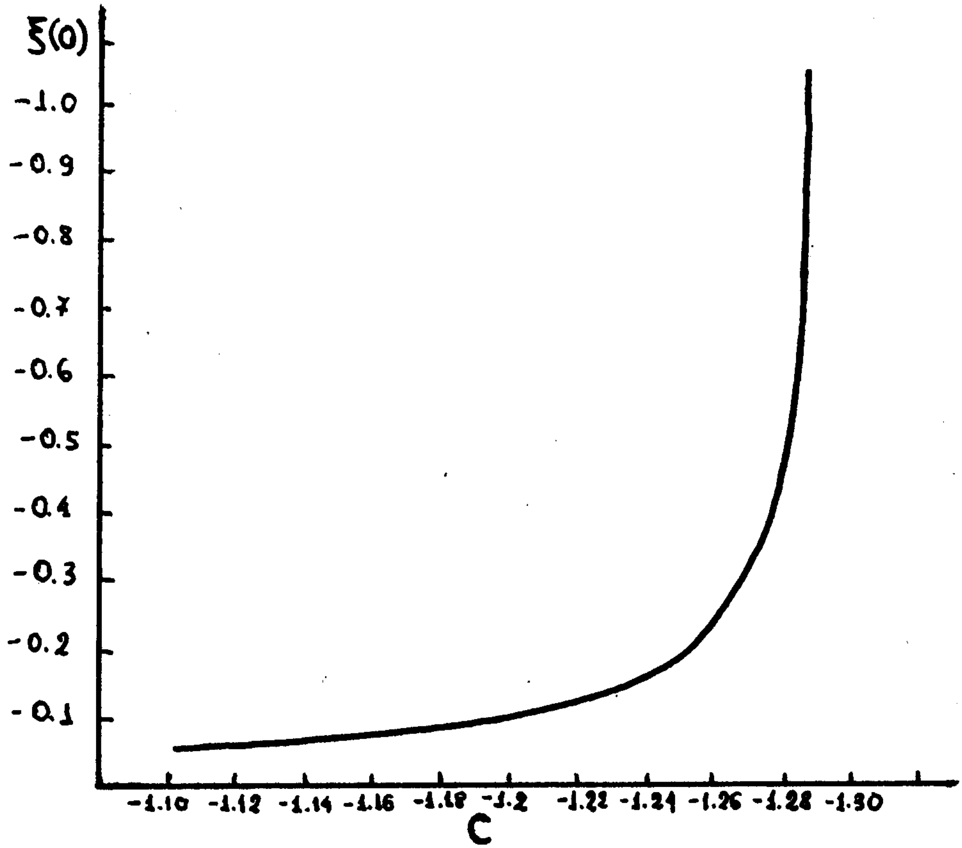
$$(\lambda_+)_{exp} = 0{,}024 \pm 0{,}008 .$$

Экспериментальная ситуация относительно определения параметра ξ довольно неясная, т.к. различные методы измерений приводят к различным, плохо согласующимся значениям ξ /8,5/.

Согласно (14), форм-фактор $f_-(t)$ и, следовательно, параметр ξ зависят от значений массы κ-мезонов и параметра c, которые связаны между собой соотношением (6). Поэтому возможно изучить зависимость ξ либо от параметра c, либо от массы κ-мезонов. На рис. 1 представлен график, изображающий зависимость $\xi(0)$ от параметра c, который изменяется в некотором интервале, содержащем точку $c = -1{,}25$, а на рис. 2 дан график зависимости $\xi(0)$ от массы m_κ, изменяющейся в интервале $0 < m_\kappa \leq 860$ (подобный выбор интервалов связан с оценкой $c \approx -1{,}25$).

§8. В заключение перечислим основные результаты настоящей работы.

Было сделано предположение, что лагранжиан $L_{K^*K\pi}$ (10) не содержит членов третьей степени по производным полей, что позволило устранить неоднозначность форм-факторов $f_\pm(t)$. Это предположение возникло в связи в работой /3/ и вполне возможно, что метод, предложенный в этой работе для случая группы $SU(2) \times SU(2)$, можно обобщить на группу $SU(3) \times SU(3)$.



ξ(0)
-1.0
-0.9
-0.8
-0.7
-0.6
-0.5
-0.4
-0.3
-0.2
-0.1
-1.10 -1.12 -1.14 -1.16 -1.18 -1.2 -1.22 -1.24 -1.26 -1.28 -1.30
C

Рис. 1.

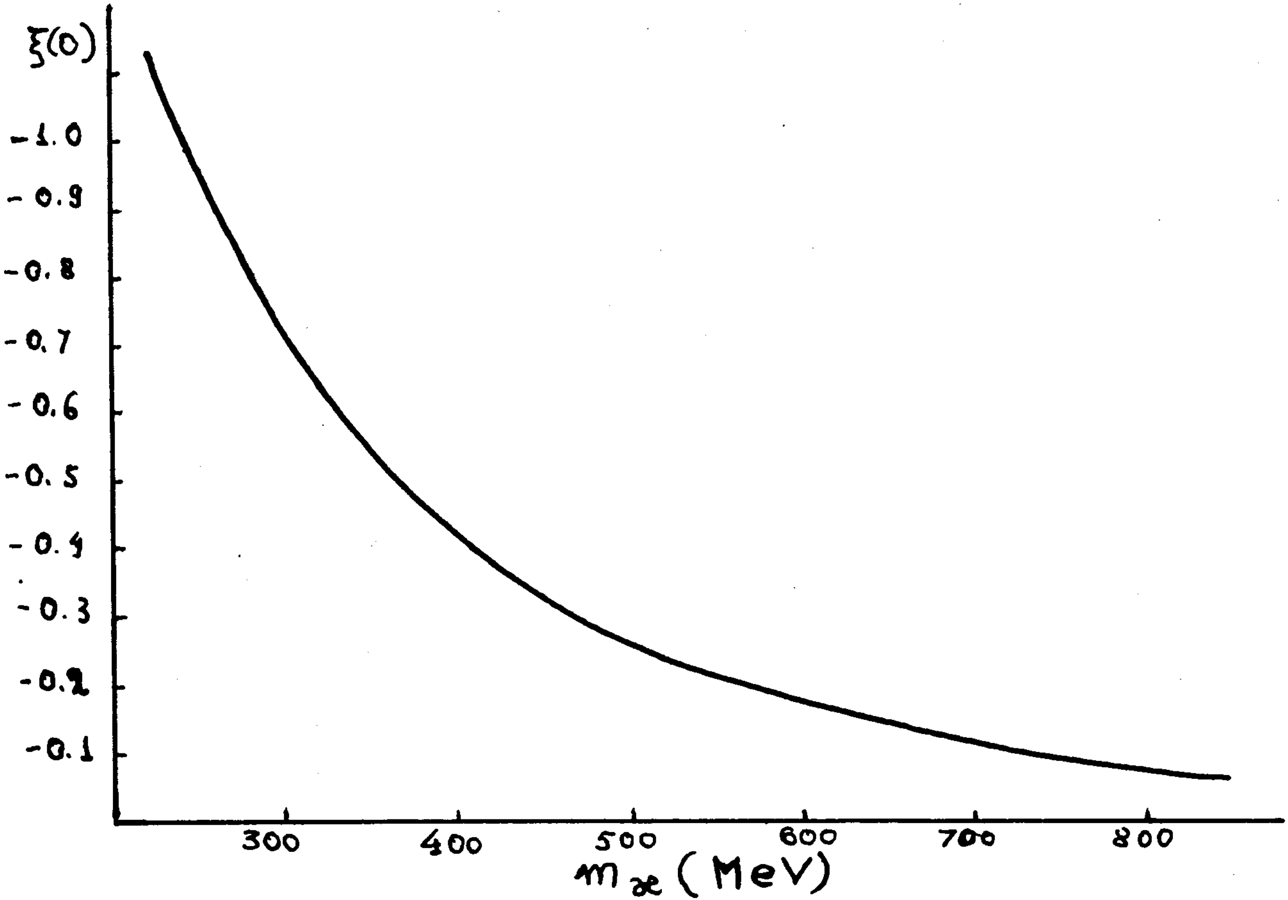


Рис. 2.

В отличие от[2,5] не предполагается выполнения правила сумм $G_{K^*} = G_{K_A}$, вследствие чего полученные нами константы слабых распадов (19) несколько отличаются от констант, использованных в[2,5].

Показана связь неравенств (7) и (8), ограничивающих массу κ -мезонов, со значением параметра нарушения симметрии c. Подстановка (19) в неравенства (7) и (8) приводит к ограничениям (20), (21).

Получены выражения для форм-факторов $f_{\pm}(t)$, где неизвестными параметрами являются масса κ -мезонов и параметра c, которые связаны соотношением (6). Изучена зависимость параметра $\xi(0)$ от c и от m_{κ}.

Автор выражает глубокую благодарность В.И. Огиевецкому за предложенную задачу, ценную критику и многочисленные советы, М.И. Джгаркава за вычисления на ЭВМ и Б.М. Зупнику за обсуждения.

Литература

1. K. Dietz and J. Honerkamp. Z. Physik, 222, 46 (1969).
2. J. Honerkamp. Nuovo Cim., 66, 767 (1970).
3. V.I. Ogievetsky and B.M. Zupnik. JINR Preprint E2-5249, Dubna, 1970.
4. M. Gell-Mann, R. Oakes and B. Renner. Phys.Rev., 175, 2195 (1968).
5. S.L. Glashow and S. Weinberg. Phys.Rev.Lett., 20, 224 (1968).
6. K. Kawarabayashi and M. Suzuki. Phys.Rev.Lett., 16, 255 (1966). Riazuddin and Fayyazuddin. Phys.Rev., 147, 1071 (1966).
7. S. Weinberg, 14-th International Conference on High Energy Physics, Vienna, 1968.
8. Particle Data Group, Rev. of Mod.Phys., Jan., 1970.

9. S. Berman and P. Roy. Phys.Lett., 28B, 326 (1968).
10. S.L. Glashow, R. Jachnic and S.S. Sher. Phys.Rev., 187, 1916(1970
11. L.E. Wood, R.K. Mitter and L.J. Swank. Washington Univ. Preprint, Ref. THY-4 (1970).
12. T.G. Trippe, C.Y. Chien et al. Phys.Lett., 28B, 203 (1968).
13. R.W. Bland, G. Goldhaber et al. Phys.Rev.Lett., 21, 173 (1968).
14. P.B. Jones, K Meson Leptonic Decays, Oxford. Univ. Preprint Ref. 22/69 (1969).
15. C. Rubbia. Topical Conference on Weak Interactions, CERN 1969

Рукопись поступила в издательский отдел
27 июля 1970 года.