ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 5286

А.В. Тарасов, Ч. Цэрэн

О ПРОЦЕССАХ ТИПА ДВОЙНОЙ ПЕРЕЗАРЯДКИ НА ЛЕГКИХ ЯДРАХ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1970

P2 - 5286

А.В. Тарасов, Ч. Цэрэн

О ПРОЦЕССАХ ТИПА ДВОЙНОЙ ПЕРЕЗАРЯДКИ НА ЛЕГКИХ ЯДРАХ

Направлено в ЯФ

При описании столкновений элементарных частиц с ядрами характеристики внутриядерного взаимодействия и взаимодействия частиц с нуклонами ядра переплетаются между собой вообще довольно сложным образом, так что получение информации о какой-либо из них является в общем случае непростой задачей.

Существенные упрощения возникают, если частица, налетающая на ядро, настолько быстрая, что за время прохождения через ядро нуклоны не успевают заметно изменить состояние своего движения. При этом амплитуды взаимодействия такой частицы со связанными нуклонами ядра с хорошей точностью совпадают с амплитудами взаимодействия ее со свободными нуклонами, а функции распространения (функция Грина) ее в ядре - со свободными функциями Грина, т.е. хорошо работает т.н. импульсное приближение /1/. При этом приближении в ряде случаев получаются простые соотношения между сечениями взаимодействия частицы с ядром и сечениями ее взаимодействия со свободными нуклонами.

Одним из простейших является соотношение аддитивности для квазиупругого рассеяния частицы ядром

$$\sum_{A'} \frac{d\sigma_{XA \to XA'}}{d\Omega} = \sum_{i} \frac{d\sigma_{XN_i \to XN_i}}{d\Omega} . \qquad (1)$$

В левой части формулы (1) стоит сечение рассеяния частицы X ядром A на некоторый угол, просуммированное по всем состояниям конечного ядра A′, а в правой – сумма сечений рассеяния этой частицы нуклонами, из которых состоит данное ядро. Соотношение (1) хорошо выполняется для легких ядер (когда эффекты многократного рассеяния малы) при не очень малых углах рассеяния и может быть использовано для получения информации о взаимодействии частицы X с нейтронами, если известны X -протонные сечения.

Равенство (1) означает, что при рассеянии частицы легким ядром происходят в основном квазиупругие однократные взаимодействия ее с отдельными нуклонами.

Ниже устанавливается простое соотношение для сечений таких взаимодействий частицы с ядром, которые затрагивают два нуклона в ядре.

Точнее, мы будем рассматривать двухступенчатый процесс с участием нуклонов N_1 и N_2, который схематически можно представить так

$$XN_1(N_2) \to Y\,B_1(N_2) \to Y\,N_2(B_1) \to Z\,B_2(B_1),$$

что означает следующее: частица X, налетая на ядро, взаимодействует с нуклоном N_1, образуя частицы Y и B_1, затем одна из образовавшихся на этом этапе частиц (для определенности Y) взаимодействует с нуклоном N_2, рождая Z и B_2.

Для простоты рассматриваются двухчастичные реакции на каждом этапе, хотя проводимые ниже выкладки могут быть обобщены на случай произвольных реакций в каждой ступени. Типичным примером реакций с участием двух нуклонов является двойная перезарядка π -мезонов /2-7/ или превращение $\bar{K}$ -мезонов в K -мезоны (с образованием двух гиперонов) на ядрах /8/.

Первая идет, например, по схеме

$$\pi^- 2p \to \pi^0 pn \to \pi^+ 2n \ .$$

О возможных механизмах, приводящих к двойному изменению странности K -мезонов при столкновении их с ядрами, см., например, в /8/.

Мы рассмотрим образование быстрых частиц Z , B_1, B_2 в реакции

$$X N_1 N_2 \to Z\, B_1\, B_2$$

при столкновении быстрой частицы X с произвольным легким ядром (под быстрыми будем подразумевать частицы с импульсами, много большими характерных импульсов нуклонов в ядре).

При этом, если пренебречь эффектами перерассеяния частиц Z , B_1, B_2 на остальных нуклонах ядра, что, по-видимому, оправдано для легких ядер, то это "остаточное ядро" (которое может быть как связанной, так несвязанной системой нуклонов) в целом получает незначительную часть импульса и кинетической энергии налетающей частицы.

Взаимодействие в этой системе медленных нуклонов будет сильным и его необходимо учитывать точно, а взаимодействием ее с быстрыми частицами Z , B_1, B_2, как уже отмечалось выше, будем пренебрегать. В этом приближении волновая функция конечного состояния может быть представлена в виде произведения плоских волн, описывающих движения частиц Z , B_1 , B_2 на волновую функцию "остаточного ядра", которая в дальнейшем обозначена ψ_f .

Для матричного элемента рассматриваемой реакции на ядре, состоящем из n нуклонов, с волновой функцией ψ_i получим

$$M_{if} = \int \prod_{k=1}^{n} d\bar{p}_k \bar{\psi}_f (\bar{p}_3, \bar{p}_4, \ldots, \bar{p}_n)\ T(\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{k}, \bar{q}, \bar{r}, \bar{s}) \times \times \psi_i (\bar{p}_1, \bar{p}_2, \ldots, \bar{p}_n)\ , \qquad (2)$$

где интегрирование ведется по импульсам ядра-мишени,

$$T = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2m_1 2m_2} \quad 2E(\bar{p}_1 + \bar{k} - \bar{r})} \times$$

$$\times T_2 \frac{1}{m_1 + E(\bar{k}) - E(\bar{p}_1 + \bar{k} - \bar{r}) - E(\bar{r}) + i0} T_1 . \tag{3}$$

В (3) T_1 и T_2 – амплитуды реакций $XN_1 \to YB_1$ и $YN_2 \to ZB_2$, соответственно, причем в духе импульсного приближения они совпадают с амплитудами соответствующих реакций с участием свободных нуклонов. Кроме того, учитывая предполагаемую заранее малость импульсов нуклонов ядра по сравнению с импульсами налетающей частицы и продуктов реакции, будем пренебрегать зависимостью величин T_1 и T_2 от импульсов P_1, P_2, т.е. считать, что T_1 и T_2 в (3) относятся к реакциям с покоящимися нуклонами.

Явное значение пропагатора в формуле (3) получено при пренебрежении в точной гриновской функции потенциальной энергией взаимодействия нуклонов ядра по сравнению с энергией налетающей частицы (в соответствии с духом импульсного приближения), а также кинетическими энергиями нуклонов и энергией связи ядра как величинами того же порядка малости. Через k, q, r, s, $k + p_1 - r$ в (2) и (3) обозначены импульсы частицы X, Z, B_1, B_2, Y, а через $E(k)$ и т.д. их энергии; $m_{1,2}$ – массы нуклонов $N_{1,2}$.

Состояние начального ядра i нормировано подобно состоянию элементарной частицы

$$\langle i \mid i' \rangle = \int \psi_i^* (\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_n)\, \psi_{i'}(\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_n) \prod_{k=1}^{n} dp_k = \tag{4}$$

$$= 2E(\bar{P})\,(2\pi)^3\, \delta(\bar{P} - \bar{P}'),$$

где $\bar{P}_i$ – полный импульс ядра, $E(P) = \sqrt{M^2 + \bar{P}^2}$ его полная энергия, а M – его масса.

Отделяя движение центра тяжести, представим ψ_i в виде:

$$\psi_i = \sqrt{2E(\bar{P})\,(2\pi)^3}\quad \delta\,(\bar{P} - \sum_k \bar{P}_k) \times \phi(\bar{\eta}_1, \dots \bar{\eta}_{n-1}), \tag{5}$$

где ϕ описывает относительное движение нуклонов ядра и зависит от $n-1$ векторных переменных, в качестве которых выбраны координаты Якоби в импульсном пространстве

$$\eta_\ell = \frac{1}{\sqrt{\ell(\ell+1)}}(\ell P_{\ell+1} - \sum_{k=1}^{\ell} P_k) . \tag{6}$$

Величина ϕ уже нормирована на единицу

$$\int |\phi|^2 \delta\,(\bar{P} - \sum_{\ell=1}^{n} \bar{P}_\ell) \prod_{\ell=1}^{n} d\bar{P}_\ell = \frac{1}{n^{3/2}} \int |\phi|^2 \prod_{\ell=1}^{n-1} d\bar{\eta}_\ell = 1 , \tag{7}$$

Из свойств величин ψ_f для дальнейшего существенно лишь условие полноты, которому они удовлетворяют

$$\Sigma\ \psi_f\,(\bar{p}_3, \dots, \bar{p}_n)\,\psi_f^*\,(\bar{p}_3', \dots, \bar{P}_n) = \prod_{k=3}^{n} \delta\,(\bar{p}_k - \bar{p}_k') , \tag{8}$$

где $\sum_f$ означает как суммирование по дискретным, так и интегрирование по непрерывным переменным, характеризующим состояния "остаточного ядра".

Учитывая, что волновая функция ψ_i обрезает интегрирование в (2) при значениях импульсов P_k, равных характерным ядерным, получаем, что основной вклад в сечение рассматриваемого процесса, просуммированное по всем состояниям "остаточного ядра", дают состояние f с полным импульсом и кинетической энергией, по порядку величины равными тем же характерным ядерным величинам.

Поэтому в законах сохранения энергии и импульса, входящих в выражение для сечения, можно пренебречь импульсом и кинетической энергией состояния f по сравнению с импульсами и энергиями быстрых частиц X, Z, B_1, B_2, после чего использование условия полноты (8) позволяет исключить величины ψ_f из выражения для сечения, просуммированного по всем состояниям остаточного ядра.

Используя (2), (3), (5), (8) и учитывая вышесказанное, получим для этого сечения в л.с. ядра

$$\sum_f \sigma_{if} = \frac{1}{4MK} \int |T_{if}|^2 (2\pi)^4 \delta(\bar{k} - \bar{r} - \bar{s} - \bar{q}) \times$$

$$\times \delta(m_1 + m_2 + E(\bar{k}) - E(\bar{q}) - E(\bar{r}) - E(\bar{s})) \times$$

$$\times \frac{d^3 r}{(2\pi)^3 2E(\bar{r})} \frac{d^3 s}{(2\pi)^3 2E(\bar{s})} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 2E(\bar{q})} =$$

$$= \int (2\pi)^4 \delta(m_1 + m_2 + E(\bar{k}) - E(\bar{q}) - E(\bar{r}) - E(\bar{s})) \times \tag{9}$$

$$\times \frac{\delta(k - q - r - s)(2\pi)^3 \delta(k - r - \ell)}{4m_1 k \, 4m_2 \ell \, (2\pi)^{12} 2E(\bar{r}) \, 2E(\bar{s}) \, 2E(\bar{q}) \, 2E(\bar{\ell})}$$

$$\times |T_1|^2 |T_2|^2 d\bar{r} \, d\bar{s} \, d\bar{q} \, d\bar{\ell} \; \{ \frac{\ell}{(2\pi)^3 E(\bar{\ell})} \times$$

$$\times \int \phi^* (\bar{\eta}_1', \dots, \bar{\eta}_{n-1}') \phi (\bar{\eta}_1, \dots, \bar{\eta}_{n-1}) \delta \left(\sum_{\ell=1}^{n} \bar{P}_\ell\right) \delta \left(\sum_{\ell=1}^{n} \bar{P}_\ell'\right) \times$$

$$\times \prod_{k=3}^{n} \delta (\bar{P}_k - \bar{P}_k') \prod_{i=1}^{n} d\bar{P}_i \prod_{i=1}^{n} d\bar{P}_i' \times$$

$$\times \frac{1}{[m_1 + E(\bar{k}) - E(\bar{\ell} + \bar{P}_1) - E(\bar{r}) + i0][m_1 + E(\bar{k}) - E(\bar{\ell} + \bar{P}_1') - E(\bar{r}) - i0]} \} .$$

При получении (9) во всех величинах, входящих в T (см.(3)), кроме пропагатора были опущены малые импульсы $P_{1,2}$. Кроме того с помощью $\delta(\bar{k} - \bar{r} - \bar{\ell})$ введено интегрирование по импульсу $\bar{\ell}$ частицы Y .

Пренебречь зависимостью пропагаторов от малых величин P_1 и P_J' нельзя, поскольку это привело бы к неинтегрируемому выражению

$$\frac{1}{[m_1 + E(\bar{k}) - E(\bar{\ell}) - E(\bar{r})]^2 + 0^2} \qquad (10)$$

в формуле (9).

Поэтому произведение пропагаторов в (9) представим в следующем виде:

$$\frac{1}{E(\bar{\ell} + \bar{P}_1') - E(\bar{\ell} + \bar{P}_1) + i0} \left[\frac{1}{m_1 + E(\bar{k}) - E(\bar{\ell} + \bar{P}_1') - E(\bar{r}) - i0} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{m_1 + E(\bar{k}) - E(\bar{\ell} + \bar{P}_1) - E(\bar{r}) + i0} \right] . \qquad (11)$$

Выражение в квадратных скобках в (11) имеет смысл при P_1, $P_1' \to 0$ и превращается в этом пределе

$$2\pi i\,\delta\,(m_1 + E(\bar{k}) - E(\bar{\ell}) - E(\bar{r})) \;. \tag{12}$$

Выражение перед квадратными скобками в (11) разложим по малым величинам P_1, P_1' и учтем лишь наиболее сингулярные члены

$$\frac{1}{E(\bar{\ell}+\bar{P}_1') - E(\bar{\ell}+\bar{P}_1) + i0} \to \frac{E(\bar{\ell})}{\bar{\ell}\,(\bar{P}_1' - \bar{P}_1) + i0} \;. \tag{13}$$

С учетом (11), (12) и (13) выражение (9) для сечения может быть представлено в виде

$$\sum_f \sigma_{if} = \iint \frac{d\sigma_1(\bar{k},\bar{r})}{d\Omega_{\bar{r}}}\, d\Omega_{\bar{r}}\; \frac{d\sigma_2(\bar{k}-\bar{r},\bar{q})}{d\Omega_{\bar{q}}}\, d\Omega_{\bar{q}} \;\times$$

$$\times \frac{1}{4\pi} \left\langle \frac{1}{(\bar{r}_1 - \bar{r}_2)^2} \right\rangle \;, \tag{14}$$

где

$$\int \frac{d\sigma_1}{d\Omega_{\bar{r}}}\, d\Omega_{\bar{r}} = \frac{1}{(8\pi)^2\, m_1 k} \int |T_1|^2\, \delta\,(\bar{k} - \bar{r} - \bar{\ell}) \;\times \tag{15}$$

$$\times\; \delta\,(m_1 + E(\bar{k}) - E(\bar{r}) - E(\bar{\ell}))\, \frac{d\bar{\ell}\, d\bar{r}}{E(\bar{r})\, E(\bar{\ell})}$$

– сечение реакции $XN_1 \to YB_1$ в л.с. нуклона

$$\int \frac{d\sigma_2}{d\Omega_{\bar{q}}}\, d\Omega_{\bar{q}} = \frac{1}{(8\pi)^2\, m_2\, \ell} \int |T_2|^2\, \delta\,(\bar{\ell} - \bar{q} - \bar{s}) \;\times$$

$$\times \delta \left(m_2 + E(\bar{\ell}) - E(\bar{q}) - E(\bar{s}) \right) \frac{d\bar{s}\ d\bar{q}}{E(\bar{q})\ E(\bar{s})} \tag{16}$$

– сечение реакции $YN_2 \to Z\,B_2$ в л.с. нуклона, а через $\frac{1}{4\pi} < \frac{1}{(r_1 - r_2)^2} >$ обозначена величина

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int \phi^* (\bar{\eta}'_1, \dots, \bar{\eta}'_{n-1}) \phi(\bar{\eta}_1, \dots, \bar{\eta}_{n-1}) \delta\left(\sum_{\ell=1}^{n} \bar{P}_\ell\right) \delta\left(\sum_{\ell=1}^{n} \bar{P}'_\ell\right) \times$$

$$\prod_{k=3}^{n} \delta(\bar{P}_k - \bar{P}'_k) \frac{1}{\bar{n}(\bar{P}'_1 - \bar{P}_1) + i0} \prod_{i=1}^{n} d\bar{P}_i \prod_{i=1}^{n} d\bar{P}'_i \ . \tag{17}$$

В (17) $\bar{n}$ – единичный вектор в направлении вектора $\bar{\ell}$. Покажем, что выражением (17) не зависит от $\bar{n}$ и действительно имеет смысл среднего значения обратного квадрата расстояния между нуклонами N_1 и N_2 , деленного на 4π . Переход в (17) от интегрирования по переменным P_i к интегрированию по переменным η_i , определенным равенством (6), и полному импульсу ядра $\bar{P} = \sum_i^n \bar{P}_i$ с учетом соотношений

$$\prod_{i=1}^{n} d\bar{P}_i = \frac{1}{n^{3/2}} d\bar{P} \prod_{\ell=1}^{n-1} d\bar{\eta}_\ell \tag{18}$$

$$P_k - P_{k+1} = \sqrt{\frac{k-1}{k}}\,\eta_{k-1} - \sqrt{\frac{k+1}{k}}\,\eta_k \quad (k = 1, \dots, n-1) \tag{19}$$

$$P_n = \sqrt{\frac{n-1}{n}}\,\eta_{n-1} + \frac{1}{n} P$$

$$\delta\left(\sum \bar{P}_\ell\right)\delta\left(\sum \bar{P}'_\ell\right)\prod_{k=3}^{n}\delta\left(\bar{P}_k - \bar{P}'_k\right) = \tag{20}$$

$$= \left(\frac{n}{2}\right)^{3/2}\delta(\bar{P})\,\delta(\bar{P}')\prod_{k=2}^{n-1}\delta\left(\bar{\eta}_k - \bar{\eta}'_k\right),$$

позволяет (17) представить как

$$\frac{1}{2n^{3/2}}\,\frac{i}{(2\pi)^3}\int\frac{\phi^*(\bar{\eta}'_1,\dots,\bar{\eta}'_{n-1})\,\phi(\bar{\eta}_1,\dots,\bar{\eta}_{n-1})}{i\bar{\pi}(\bar{\eta}'_1-\bar{\eta}_1)+i0}\times \tag{21}$$

$$\times\, d\bar{\eta}_1\, d\bar{\eta}'_1\prod_{k=2}^{n-1} d\bar{\eta}_k\,.$$

Вводя волновые функции в координатном представлении

$$\phi(\bar{\xi}_1,\bar{\xi}_2,\dots,\bar{\xi}_{n-1}) = \frac{1}{(2\pi)}\int\phi(\bar{\eta}_1,\dots,\bar{\eta}_{n-1})\,e^{i\Sigma\eta_j\xi_j}\prod_{\ell=1}^{n-1}d\eta_\ell\,, \tag{22}$$

нормированные условием

$$\int|\phi(\bar{\xi}_1,\dots,\bar{\xi}_{n-1})|^2\prod_{i=1}^{n-1}\xi_i = n^{3/2} \tag{23}$$

в силу (7), где ξ_i связаны с координатами r_i нуклонов соотношениями, аналогичными (6)

$$\xi_k = \frac{1}{\sqrt{k(k+1)}}\left(kr_{k+1} - \sum_{\ell=1}^{k} r_\ell\right), \tag{24}$$

а также используя представление

$$\frac{1}{n(\bar{\eta}_1' - \bar{\eta}_1) + i0} = \int_0^\infty da \; e^{ia[\bar{n}(\bar{\eta}_1' - \bar{\eta}_1) + i0]}, \tag{25}$$

преобразуем (21) к виду

$$\frac{1}{2n^{3/2}} \int |\phi(a\bar{n}, \bar{\xi}_2, \ldots, \bar{\xi}_{n-1})|^2 da \prod_{k=2}^{n-1} d\bar{\xi}_k . \tag{26}$$

Ясно, что величина

$$\int |\phi(\bar{\xi}_1, \ldots, \bar{\xi}_{n-1})|^2 \prod_{\ell=2}^{n-1} d\xi_\ell$$

не зависит от направления вектора $\bar{\xi}_1$ (в случае ядра со спином это относится к аналогичному интегралу, усредненному по направлениям спина ядра), поэтому (26) может быть тождественно переписано в виде

$$\frac{1}{2n^{3/2} 4\pi} \int \frac{1}{|\bar{\xi}_1|^2} |\phi(\bar{\xi}_1, \ldots, \bar{\xi}_{n-1})| \prod_{i=1}^{n-1} d\bar{\xi}_i , \tag{27}$$

что с учетом условия нормировки (23) и соотношения (24) для $K = 1$ превращается в $\frac{1}{4\pi} < \frac{1}{(r_1 - r_2)^2} >$, что и требовалось доказать.

Соотношение (14) в случае двухступенчатых процессов на дейтроне совпадает с выражением (19) работы /8/.

Суммируя (14) по всем парам нуклонов ядра, на которых может идти рассматриваемая реакция, получим дифференциальное сечение образования быстрых частиц B_1, B_2, Z при столкновении частицы X с данным ядром

$$\sum_{A'} \frac{d\sigma_{XA \to ZB_1 B_2 A-2}}{d\Omega_{B_1}\, d\Omega_{B_2}} = \frac{d\sigma_1}{d\Omega_{B_1}} \frac{d\sigma_2}{d\Omega_{B_2}} \times$$

$$\times \sum_{i,k} \langle 4\pi\, | \bar{r}_i - \bar{r}_k |^2 \rangle^{-1} . \qquad (28)$$

Выражения (14) и (28) в правых частях помимо сечений элементарных актов, происходящих на нуклонах, содержат важную характеристику распределения нуклонов в ядре - среднее значение обратного квадрата расстояния между нуклонами, которая, по-видимому, чувствительна к парным корреляциям нуклонов.

Тем самым изучение процессов рассмотренного выше типа позволяет получить некоторые сведения о структуре ядра. Так, например, сечение двойной перезарядки отрицательных пионов на ядрах чувствительно к распределению протонов в ядре, а сечение двойной перезарядки положительных пионов - к распределению нейтронов.

Сечения процессов типа $K^- A \to K^0\, 2\Lambda\, A-2$ содержат информацию о протон-нейтронных корреляциях.

Литература

1. G.F.Chew. Phys. Rev. 80, (1960) 196.
2. R.G.Parsons, J.S.Trefil, S.D.Drell. Phys. Rev. 138B, 847 (1965).
3. F.Becker, Z.Maric. Nuovo Cim. 36, (1965) 1395.
4. S.Barshay, G.E.Brown. Phys. Lett., 16, (1965) 165.
5. T.Kohmura, Prog. Theor. Phys., 33, 480 (1965).
6. F.Becker, Z.Maric. Nuovo Cim., 16B, (1966) 174.
7. F.Becker, C.Schmit. Nucl. Phys., B18, 607 (1970).
8. Л.И.Лапидус, А.В.Тарасов, Ч.Цэрэн. Препринт ОИЯИ Р2-5028, Дубна, 1970.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 июля 1970 г.