СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р2 - 5150

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.Н. Первушин

# ЭЙКОНАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДЛЯ АМПЛИТУД РАССЕЯНИЯ СПИНОРНЫХ ЧАСТИЦ НА ПРОИЗВОЛЬНОМ ПОТЕНЦИАЛЕ

1970

P2 - 5150

В.Н. Первушин *

# ЭЙКОНАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДЛЯ АМПЛИТУД РАССЕЯНИЯ СПИНОРНЫХ ЧАСТИЦ НА ПРОИЗВОЛЬНОМ ПОТЕНЦИАЛЕ



* Московский государственный университет

"The relative importance of spin dependent amplitudes has often been assumed to decrease as $s \to \infty$ This has been based partly on wishful thinking and partly in the belief in various theoretical models".

Sigwasd Nilsson
(Herceg Novi, 1968)

## § 1. Введение

Эйкональное представление для амплитуды рассеяния спинорных частиц впервые было получено в рамках двухкомпонентной, нерелятивистской теории (уравнение Шредингера) /1/. Высокоэнергетическое рассеяние дираковских частиц, в основном, исследовалось для кулоновского поля /2/. Лишь недавно появилась статья, где рассмотрены скалярный и псевдоскалярный потенциалы /3/.

В настоящей работе мы дадим вывод эйконального представления для амплитуды рассеяния дираковской частицы на произвольном гладком потенциале.

Данная задача решается в рамках метода функционального интегрирования, применение которого подробно рассмотрено в работе /4/ на примере рассеяния скалярных частиц.

В §2 будет получено замкнутое представление для амплитуды рассеяния через функциональный интеграл. При этом существенно используется спинорная функция Грина, удовлетворяющая уравнению второго порядка (так называемая квадрированная функция Грина). Мы покажем, что амплитуды рассеяния, полученные с помощью перехода на массовую поверхность обычной и квадрированной функции Грина, совпадают.

§3 посвящен выводу эйкональных представлений для амплитуд рассеяния. Обсуждаются случаи скалярного, псевдоскалярного, векторного, аксиального, тензорного потенциалов. Как оказалось, при рассеянии высокоэнергетических частиц неисчезающий вклад в спин-флип-амплитуду может дать лишь тензорный потенциал.

## §2. Представление амплитуды рассеяния в виде функционального интеграла

Определим амплитуду рассеяния спинорной частицы на произвольном потенциале $\overset{\approx}{B}(x)$, как обычно, с помощью предельного перехода:

$$F(p,q|B) = \lim_{p^2,\, q^2\to m^2} \bar{u}_p (\hat{p}-m) G(p,q|B)(\hat{q}-m) u_q , \tag{1}$$

где $G(p,q|B)$ – фурье-образ $G(x,y|B)$ – функции Грина уравнения Дирака:

$$[i\hat{\partial}_x - m + \overset{\approx}{B}(x)]\, G(x,y|B) = -\delta^4(x-y). \tag{2}$$

Спиноры $\bar{u}_p$ и $u_q$ на массовой поверхности удовлетворяют свободному уравнению Дирака и условию нормировки $\bar{u}_p u_p = 2m$.

Для того чтобы полностью использовать результаты работы/4/, удобно ввести квадрированную функцию Грина $G_\lambda(x,y|B)$, связанную с $G(xy|B)$ соотношением:

$$G(xy|B) = [i\hat{\partial}_x + m + \lambda \overset{\approx}{B}(x)]\; G_\lambda(x,y|B). \tag{3}$$

Здесь $\lambda$ – некоторое постоянное число, которое назовем параметром квадрирования.

Функция $G_\lambda(xy|B)$ подчиняется уравнению



$$[(i\partial_x)^2 + 2\overset{\approx}{b}^{(\lambda)}(x)\, i\partial + \overset{\approx}{\Phi}_\lambda(x) - m^2]\, G_\lambda(xy|B) = -\delta^4(x-y), \tag{4}$$

где

$$\overset{\approx}{\Phi}_\lambda = [m(1-\lambda) + \lambda\, i\hat{\partial}_x]\,\overset{\approx}{B} + \lambda \overset{\approx}{B}{}^2$$
$$\overset{\approx}{b}{}^{(\lambda)}_\mu = \frac{1}{2}[\overset{\approx}{B}\gamma_\mu + \lambda\gamma_\mu \overset{\approx}{B}]. \tag{5}$$

Очевидно, что, по определению, правая часть формулы (3) не зависит от $\lambda$. Подставляя (3) в (1), будем иметь:

$$F(p,q|B) = \lim_{p^2,q^2\to m^2} \bar{u}_p(\hat{p}-m)\{\int d^4x\, d^4y\, e^{ipx-iqy}\, [i\hat{\partial}_x + m + \lambda\overset{\approx}{B}(x)] \times G_\lambda(x,y|B)\}(\hat{q}-m)u_q . \tag{6}$$

В приложении I мы покажем, что выражение

$$\int d^4x\, d^4y\, e^{ipx-iqy}\, \overset{\approx}{B}(x)\, G_\lambda(xy|B) \tag{7}$$

не имеет полюса в точке $p^2 = m^2$, если компоненты $\overset{\approx}{B}(x)$ –интегрируемые функции. Учитывая этот факт, амплитуду рассеяния нетрудно представить в виде:

$$F(p,q|B) = \frac{1}{2m}\bar{u}_p[\lim_{p^2,q^2\to m^2}(p^2-m^2)(q^2-m^2)\, G_\lambda(p,q|B)]u_q . \tag{8}$$

Таким образом, амплитуды рассеяния (1) и (8), полученные с помощью перехода на массовую поверхность обычной и квадрированной функции Грина, совпадают.

Вследствие определения самой функции $G_\lambda$ и того, что выражение (7) не дает вклада в амплитуду рассеяния, никакой зависимости от $\lambda$ в правой части формулы (8) не существует.

Мы покажем равенство выражений для амплитуды (1) и (8) с помощью теории возмущения в приложении II.

Используя для функции $G_\lambda(x,y|B)$ замкнутое представление через функциональный интеграл/5/ и выделяя полюса $p^2-m^2$, $q^2-m^2$, как это сделано в работе/4/, для амплитуды рассеяния (8) получим выражение:

$$F(p,q)|B) = \frac{1}{2m}\bar{u}_p \int d^4x\, e^{i(p-q)x} \int [\delta^4\omega]_{-\infty}^{\infty} T_\gamma \{\mathfrak{M}(x|0)\int_0^1 d\alpha \exp\{i\alpha \int_{-\infty}^{\infty} d\xi\, \mathfrak{M}(x|\xi)\}\} u_q, \qquad (9)$$

где

$$\mathfrak{M}(x|\xi) = [2\omega(\xi) + 2p\Theta(\xi) + 2q\Theta(-\xi)]\,\tilde{\tilde{b}}^{(\lambda)}(x_\xi) + \tilde{\Phi}_\lambda(x_\xi) - \tilde{\tilde{b}}^{(\lambda)2}(x_\xi) - i\partial \tilde{\tilde{b}}^{(\lambda)}(x_\xi) \qquad (10)$$

$$x_\xi = x + 2p\,\Theta(\xi)\,\xi + 2q\,\Theta(-\xi)\,\xi + 2\int_0^\xi \omega(\eta)\,d\eta$$

$$\Theta(\xi) = \begin{cases} 1, & \xi > 0 \\ \frac{1}{2}, & \xi = 0 \\ 0, & \xi < 0 \end{cases} \qquad [\delta\omega]_{-\infty}^{\infty} = \frac{\delta\omega\, \exp\{-i\int_{-\infty}^{\infty}\omega^2(\xi)d\xi\}}{\int \delta\omega\, \exp\{-i\int_{-\infty}^{\infty}\omega^2(\xi)d\xi\}} \qquad (11)$$

$T_\gamma$ – символ "упорядочивания" $\gamma$-матриц.

### §3. Эйконaльное приближение

Как показано в работе /4/, при рассеянии частиц высокой энергии на гладком потенциале в аргументе (11) можно пренебречь зависимостью от функциональной переменной $\omega(\eta)$ с точностью до членов, исчезающих при $p_0, q_0 \to \infty$. Другими словами, основной вклад в функциональный интеграл в (9) дает траектория свободно движущейся частицы с импульсами $p_0$ при $\xi > 0$, $q_0$ – при $\xi < 0$ и проходящей через точку $x$ при $\xi = 0$, где $\xi$ – собственное время.

Для простоты рассмотрим сферически-симметричные потенциалы, не зависящие от времени, и ограничимся лишь малыми углами рассеяния, когда можно пренебречь зависимостью от параметров передачи импульса везде, за исключением первой экспоненты в (9) /4/, а также отождествить поворот спина рассеивающейся частицы с изменением спиральности /3/.



В этих предположениях спиноры $\bar{u}_p$ и $u_q$, являющиеся решениями свободного уравнения Дирака (см., например, /6/), в асимптотике принимают вид:

$$\bar{u}_p = \bar{\Psi}_p\left(1, \frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{|\vec{p}|}\right)\sqrt{m}\ ;\ u_q = \left(\begin{matrix}1\\ \vec{\sigma}\vec{p}/|\vec{p}|\end{matrix}\right)\Psi_q\sqrt{m}\ , \qquad (12)$$

где $\bar{\Psi}_p$ и $\Psi_q$ — обычные двухкомпонентные спиноры.

Введем обозначения $x_\mu = (t, \vec{r})$ ; $\vec{r} = (z, \vec{x}_\perp)$ и выберем ось $z$ вдоль импульса $\vec{p}$. Тогда с учётом всех вышеуказанных приближений для амплитуды рассеяния (9) нетрудно получить следующее эйконaльное представление /4/:

$$F(p,q) = 2\pi\,\delta(p_0 - q_0)\, f(\vec{p}, \vec{q})$$
$$f(\vec{p}, \vec{q}) = -i\,p_z \bar{\Psi}_p \int d^2x_\perp\, e^{i\vec{x}_\perp(\vec{p}-\vec{q})}\, [\hat{\Gamma}(\vec{x}_\perp) - 1]\Psi_q\ . \qquad (13)$$

Здесь

$$\hat{\Gamma}(\vec{x}_\perp) = \frac{1}{2}(1, \sigma_z) T_\gamma [e^{i\hat{\chi}_\gamma}] \left(\begin{matrix}1\\ \sigma_z\end{matrix}\right), \qquad (14)$$

$$\hat{\chi}_\gamma = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{2p_z}\left\{2p\,\tilde{\tilde{b}}^{(\lambda)}(r) + \left[\Phi_\lambda(r) + i\vec{\partial}\,\tilde{\tilde{\vec{b}}}^{(\lambda)}(r)\right]\right\}, \qquad (15)$$

(где $\tilde{\tilde{b}}^{(\lambda)}$, $\Phi_\lambda$ см. (5)).

Причем, если $2p\,\tilde{\tilde{b}}^{(\lambda)} \approx p_z$ при $p_0 \to \infty$, то более последовательно будет пренебречь в (15) вторым слагаемым, т.е.

$$\hat{\chi}_\gamma = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{p_z}\, p\cdot\tilde{\tilde{b}}^{(\lambda)}(r). \qquad (16)$$

В противном случае $\hat{\chi}_\gamma \to 0$ при $p_0 \to \infty$, и существует область энергий, где справедливо первое борновское приближение.

При получении формул (13)-(16) в выражении (9) была сделана замена переменной $2p_z\xi = z$ /4/, поэтому нужно иметь в виду, что $\gamma$ -матрицы в $\hat{\chi}_\gamma$, вообще говоря, зависят от $z$, как от упорядочивающего индекса.

Потенциал $\tilde{\tilde{B}}(x)$ естественно представить как сумму скалярного, псевдоскалярного, векторного, аксиального и тензорного потенциалов. Рассмотрим в отдельности каждый из этих потенциалов.

Пользуясь произволом в значении параметра квадрирования (см. §2), будем выбирать последний +1 или -1, руководствуясь исключительно простотой выражения для $\tilde{\tilde{b}}_\mu^{(\lambda)}$. Другой выбор $\lambda$ лишь значительно усложняет выкладки.

1) Скалярный потенциал $[\tilde{\tilde{B}} = V(r)]$.

Из формул (5) получим

$$b_\mu^{(-)} = 0 \quad \Phi_{(-)}(r) = -V^2(r) + (2m + i\vec{\partial}\vec{\gamma})V(r).$$

Перейдем к цилиндрическим координатам $\vec{x}_\perp = \rho\vec{n}$; $\vec{n} = (\cos\theta, \sin\theta)$. Тогда для матрицы $\hat{\Gamma}(x_\perp)$ (см. (14)) найдем выражение

$$\hat{\Gamma}(x_\perp) = \frac{1}{2} e^{i\chi(\rho)} (1, \sigma_z) \hat{Y}(x_\perp) \begin{pmatrix} 1 \\ \sigma_z \end{pmatrix}, \tag{17}$$

где

$$\chi(\rho) = -\frac{1}{2p_z} \int_{-\infty}^{\infty} dz [V^2(r) - 2mV(r)] \tag{18}$$

$$\hat{Y}(x_\perp) = T_\gamma \cdot \exp\left\{-\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{2p_z} [\vec{\gamma}(z)\vec{n}\,\partial_\rho \cdot V(r) + \gamma_3(z)\,\partial_z V(r)]\right\}.$$

Раскладывая (18) в ряд по $\gamma_3$ и расставляя $\gamma$ -матрицы в соответствии с упорядочивающим индексом, получим/7/

$$\hat{Y} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-\gamma_3)^m}{m!} \left[\prod_{j=1}^{m} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds_j}{2p_z} \partial_{s_j} V(s_j, p)\right] [\cos\chi_m(\rho, s_1, \ldots s_m) + \tag{19}$$
$$+ i\vec{\gamma}\,\vec{n}\,\sin\chi_m(\rho, s_1, \ldots s_m)],$$



где

$$\chi_m(\rho, s_1, \ldots, s_m) = \frac{1}{2p_z} \int_{-\infty}^{\infty} dz\, \partial_\rho V(r) \prod_{j=1}^{m} \epsilon(s_j - z); \quad \epsilon(s) = \begin{cases} 1, & s > 0 \\ -1, & s < 0. \end{cases}$$

Окончательно для матрицы $\hat{\Gamma}(x_\perp)$ найдем выражение

$$\hat{\Gamma}(x_\perp) = e^{i\chi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2p_z)^{2m}(2m)!} \left[\prod_{j=1}^{2m} \int_{-\infty}^{\infty} ds_j\, \partial_{s_j} V(s_j, p)\right] \{\cos\chi_{2m} + i[\vec{\sigma}\times\vec{n}]_z \sin\chi_{2m}\}. \tag{20}$$

2) Псевдоскалярный потенциал $[\tilde{\tilde{B}} = V(r)\gamma_5]$

$$b^{(+)} = 0 \quad \Phi_{(+)}(r) = V^2(r) - i\gamma_5 \vec{\partial}\vec{\gamma}\, V(r).$$

Вычисляя функцию $\hat{\Gamma}(x_\perp)$ аналогично предыдущему случаю, получим выражение типа (20), где $i[\vec{\sigma}\times\vec{n}]_z$ нужно заменить на $(\vec{\sigma}\vec{n})$, а

$$\chi(\rho) = \frac{1}{2p_z} \int_{-\infty}^{\infty} V^2(r).$$

Для рассмотренных выше потенциалов существует область энергий ($p_0 \to \infty$), где справедлив первый член разложения (20) ($m = 0$), который совпадает с результатами работы/3/. Сечения рассеяния в этих случаях в пределе очень высоких энергий исчезающе малы.

3) Векторный потенциал $[\tilde{\tilde{B}} = \hat{A}]$

$$b_\mu^{(+)} = A_\mu.$$

В этом случае и ниже будем рассматривать потенциалы, 4-компоненты которых удовлетворяют условию $pA \approx 0(p_0)$. Тогда для фазы $\hat{\chi}_\gamma$ справедлива формула (16).

Легко видеть, что при рассеянии на векторном потенциале

$$\hat{\Gamma}(x_\perp) = e^{i\chi(\rho)}; \quad \chi = \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{pA(r)}{p_z} \tag{21}$$

и в асимптотике амплитуда полностью не зависит от спина (см./2/).

4) Аксиальный потенциал $[\tilde{\tilde{B}} = \gamma_5 \hat{A}]$. Подставляя $b^{(-)}_\mu = \gamma_5 A_\mu$ (см. (5)) в (16) и (14), получим

$$\hat{\Gamma}(x_\perp) = \cos\chi + i\,\sigma_3 \sin\chi \;;\quad \chi = \int_{-\infty}^{\infty} dz\, \frac{pA(r)}{p_z}. \qquad (22)$$

В этом случае от спина зависит лишь знак эйкональной фазы.

5) Тензорный потенциал $[\tilde{\tilde{B}} = \sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu}]$.

"Распутать" $\gamma$ -матрицы в общем виде здесь невозможно. Рассмотрим простой пример: рассеяние частицы с аномальным магнитным моментом во внешнем электромагнитном поле

$$F_{\mu\nu} = (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu);\; b^{(-)}_\mu = \hat{\partial} A_\mu - \partial_\mu \hat{A} \quad ;\; A = (-V, 0, 0, 0).$$

Для $\hat{\Gamma}(x_\perp)$ получим выражение

$$\hat{\Gamma}(x_\perp) = \frac{1}{2}(1, \sigma_z) T_\gamma \exp\{ i \frac{p_0}{p_z} \int_{-\infty}^{\infty} dz [\gamma(z)\, n\, \partial_\rho V(r) + (\gamma_3 - \gamma_0 \frac{p_z}{p_0}) \partial_z V(r)]\} \begin{pmatrix} 1 \\ \sigma_z \end{pmatrix}. \qquad (23)$$

Заметим, что разложение последнего выражения в ряд по степеням $(\gamma_3 - \gamma_0 \frac{p_z}{p_0})$ фактически ведется по величине $(\gamma_3 - \gamma_0 \frac{p_z}{p_0})^2 = -\frac{m^2}{p_z^2}$, так как $(1, \sigma_z)(\gamma_3 - \gamma_0 \frac{p_z}{p_0}) \begin{pmatrix} 1 \\ \sigma_z \end{pmatrix} = 0$. Поэтому вторым слагаемым под знаком экспоненты в (23) вообще можно пренебречь. Тогда для $\hat{\Gamma}(x_\perp)$ получим следующее простое выражение:

$$\Gamma(x_\perp) = \mathrm{ch}\,\chi(\rho) + [\vec{n} \times \vec{\sigma}]_z\, \mathrm{sh}\,\chi(\rho);\quad \chi = \frac{p_0}{p_z} \int_{-\infty}^{\infty} dz\, \partial_\rho V(r). \qquad (24)$$

Подставляя (24) в (13) и интегрируя в (13) по угловой переменной (см./1,3/), для амплитуды будем иметь

$$f(\vec{p}, \vec{q}) = \bar{\Psi}_p [ f_0(|\vec{p} - \vec{q}|) + (\vec{\sigma} \cdot \vec{m}) f_1(|\vec{p} - \vec{q}|) ] \Psi_q\,, \qquad (25)$$



где

$$\vec{m} = \frac{\vec{p} \times \vec{q}}{|\vec{p} \times \vec{q}|}$$

$$f_0(\Delta) = \frac{p_z}{2\pi i} \int_0^\infty \rho\, d\rho\, J_0(\rho\Delta)[\mathrm{ch}\,\chi(\rho) - 1] \qquad (26)$$

$$f_1(\Delta) = \frac{p_z}{2\pi} \int_0^\infty \rho\, d\rho\, J_1(\rho\Delta)\, \mathrm{sh}\,\chi(\rho). \qquad (27)$$

Здесь $J_i$ – функции Бесселя $i$ -го порядка.

Тензорный потенциал – единственный, который может дать неисчезающий вклад в спин-флип-амплитуду при асимптотически больших энергиях рассеивающейся частицы.

В заключение отметим, что способ исследования, описываемый в настоящей работе, может быть использован для изучения асимптотического вида амплитуд рассеяния в теоретико-полевых моделях/4,8/.

Автор искренне благодарит Б.М. Барбашова за постоянное внимание к работе, а также С.М. Биленького, Г.В. Ефимова, С.П. Кулешова, В.А. Матвеева, В.В. Нестеренко , И.В. Полубаринова, А.Н. Сисакяна, Л.А. Слепченко за полезные и стимулирующие обсуждения.

## Приложение I

Докажем, что

$$J = \lim_{p^2 \to m^2} (p^2 - m^2) \int d^4x\, d^4y\, e^{ipx - pqy}\, \tilde{\tilde{B}}(x)\, G_\lambda(xy|B) = 0. \qquad (I\text{-}1)$$

Для выделения полюса $(p^2 - m^2)$ используем представление функции Грина $G_\lambda$ в виде функционального интеграла/6/

$$G_\lambda(x,y|B) = i \int_0^\infty ds\, e^{-im^2 s} \int [\delta\omega]_0^s\, C[\omega]_0^s\, \delta^4(x - y - 2\int_0^s \omega(\eta)\, d\eta), \qquad (I\text{-}2)$$

где

$$C[\omega]_0^s = T_\gamma \exp\{ i \int_0^s d\xi [2\omega \overset{\approx}{b}(x_\xi) + \overset{\approx}{\Phi}(x_\xi) - \overset{\approx}{b}{}^2(x_\xi) - i\partial \overset{\approx}{b}(x_\xi)]\}$$

$x_\xi = x + 2\int_0^\xi \omega(\eta)\,d\eta$, (см. обозначения к формуле (9)). Подставляя (I-2) в (I-1), интегрируя с помощью $\delta$ - функции по $x$ и производя замену переменных $\omega(\xi) \to \omega(\xi)+p$, получим для $J$ выражение/4/:

$$J = \lim_{p^2 \to m^2} (p^2 - m^2) \int_0^\infty ds\, e^{is(p^2-m^2)} \int [\delta\omega]_0^s \int d^4y\, e^{i(p-q)y} \times$$

$$\times \overset{\approx}{B}(y + 2ps + 2\int_0^s \omega(\eta)\,d\eta)\, C[\omega+p]_0^s. \qquad (I-3)$$

Чтобы в (I-3) выделить полюс, применим соотношение

$$\lim_{\epsilon \to 0,\, p^2 \to m^2} (p^2 - m^2)\, i \int_0^\infty ds\, e^{i(p^2-m^2)s - \epsilon s} f(s) = f(\infty),$$

(где $f$ - конечная функция); но при этом $\lim_{s\to\infty} \overset{\approx}{B}(x + 2ps + 2\int_0^s \omega\, d\eta) = 0$, так как в задаче рассеяния предполагается $\overset{\approx}{B}(\infty) = 0$; следовательно, все выражение (I-1) равно нулю. Справедливость этого факта легко проверить в теории возмущения.

## Приложение II

Покажем, что амплитуды, определенные с помощью формул (1) и (8), совпадают. Рассмотрим, например, третий порядок выражения (8), который представим в виде:

$$2m F^{(3)}(p,q \mid B) = \bar{u}_p \int d^4_{k_1} d^4_{k_2} [L^{(3)} + K^{(3)}]\, u_q, \qquad (II-I)$$

где $L^{(3)}$ соответствует линейному взаимодействию в потенциале $[2\tilde{b}^{(\lambda)} i\partial + \overset{\approx}{\phi}_\lambda]$ (см. (5)), а $K^{(3)}$ учитывает вклад квадратичного потенциала $\lambda \overset{\approx}{B}{}^2$.

Для $L^{(3)}$ получим выражение

$$L^{(3)} = \frac{(\overset{\approx}{B}_1(\hat{p}+\hat{k}_1+m) + \lambda(\hat{p}-m)\overset{\approx}{B}][\overset{\approx}{B}_2(\hat{p}+\hat{k}_1+\hat{k}_2+m) - \lambda(\hat{p}+\hat{k}_1+m)][\overset{\approx}{B}_3(m+\hat{q}) - \lambda(\hat{p}+\hat{k}_1+\hat{k}_2+m)\overset{\approx}{B}_3]}{[m^2-(p+k_1)^2][m^2-(p+k_1+k_2)^2]},$$



где: $\overset{\approx}{B}_{1,2} = \overset{\approx}{B}(k_{1,2})$; $\overset{\approx}{B}(k) = \int d^4x\, e^{ikx}\, \overset{\approx}{B}(x)$; $\overset{\approx}{B}_3 = \overset{\approx}{B}(-k_1-k_2-p+q)$.

Так как $L^{(3)}$ находится в (II-I) между спинорами $\bar{u}_p$ и $u_q$, удовлетворяющими свободному уравнению Дирака, для $L^{(3)}$ получим:

$$L^{(3)} = \frac{2m\overset{\approx}{B}_1(\hat{p}+\hat{k}_1+m)\overset{\approx}{B}_2(\hat{p}+\hat{k}_1+\hat{k}_2+m)\overset{\approx}{B}_3}{[m^2-(p+k_1)^2][m^2-(p+k_1+k_2)^2]} -$$

$$-\lambda \frac{\overset{\approx}{B}_1(\hat{p}+\hat{k}_1+m)\overset{\approx}{B}_2\overset{\approx}{B}_3}{m^2-(p+k_1)^2} - \lambda \overset{\approx}{B}_1\overset{\approx}{B}_2 \frac{[2m-\lambda(\hat{p}+\hat{k}_1+\hat{k}_2+m)]\overset{\approx}{B}_3}{m^2-(p+k_1+k_2)^2}. \qquad (II-2)$$

Легко убедиться, что последние два слагаемые в (II-2) в точности равны вкладу от $K^{(3)}$ с обратным знаком. Таким образом для амплитуды (8) будем иметь

$$F^{(3)}(p,q \mid B) = \bar{u}_p \int d^4k_1 d^4k_2 \frac{\overset{\approx}{B}_1(\hat{p}+\hat{k}_1+m)\overset{\approx}{B}_2(\hat{p}+\hat{k}_1+\hat{k}_2+m)\overset{\approx}{B}_3}{[m^2-(p+k_1)^2][m^2-(p+k_1+k_2)^2]}\, u_q,$$

что совпадает с третьим порядком выражения для амплитуды (1). Аналогично могут быть рассмотрены более высокие порядки.

### *Литература*


1. *B.J. Malenka. Phys. Rev., 95, 522 (1954).*
2. *L.I. Schiff. Phys. Rev., 103, 443 (1956).*
   *P.S. Saxon. Phys. Rev., 107, 871 (1957),*
   *A. Baker. Phys. Rev., 134, 240 (1964).*
   *P.R. Yennie, F.L. Boos, D.C. Rovenhall. Phys. Rev., B137, 882 (1965).*
3. *С.П. Кулешов, В.А. Матвеев, А.Н. Сисакян. ТМФ, 2, 73 (1970).*
4. *В.Н. Первушин. Препринт ОИЯИ Р2-4866, Дубна, 1969.; ТМФ, 4, 28 (1970).*
5. *Б.М. Барбашов. ЖЭТФ, 48, 607 (1965).*
6. *С. Швебер. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. Москва (1963).*
7. *R. Feynman. Phys. Rev., 84, 108, (1951).*
   *Г.В. Ефимов. Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук, ОИЯИ, Дубна, 1962.*

8. *Б.М. Барбашов, С.П. Кулешов, В.А. Матвеев, А.Н. Сисакян. ТМФ, 3, 342 (1970).*

**Рукопись поступила в издательский отдел**
**12 июня 1970 года.**