ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 5099

В.М. Виноградов

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ТРЕХМЕРНАЯ КОВАРИАНТНАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

1970

P2 - 5099

В.М. Виноградов

ТРЕХМЕРНАЯ КОВАРИАНТНАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Направлено в журнал "Теоретическая
и математическая физика"

1. Введение

Хорошо известные трудности теории сильных взаимодействий заставляют обращаться к приближенным схемам при описании элементарных частиц. Если для двухчастичных взаимодействий такой подход находит свое оправдание в рамках теории возмущений (ТВ) и подтверждается экспериментально, то для трех тел положение совсем иное: добавление третьей частицы ставит качественно новую задачу - описание взаимодействий между стабильными и нестабильными частицами.

Особенности многочастичных взаимодействий находят свое отражение в построении теории трех тел. В нерелятивистской механике такая задача получила решение лишь недавно в работах Л.Д. Фаддеева [/1/]. Уравнения в этом случае имеют вид системы трех зацепляющихся интегральных уравнений.

Попыткам обобщения метода Л.Д. Фаддеева для релятивистской задачи трех тел посвящено большое число работ [/2-6/]. Исходным для большинства из них являются уравнения Бете-Солпитера (УБС) в импульсном представлении, что приводит к большим трудностям. Именно, чтобы удовлетворить важным физическим требованиям к теории - условию унитарности и принципу соответствия и исключить интегрирование по нефизическим относительным энергиям, приходится исходить из модифицированного УБС[x/] и в результате построение теории оказывается непоследовательным.

Как известно, эти трудности возникают уже при формулировке на основе УБС релятивистской задачи двух тел.

Квазипотенциальный подход, развитый А.А. Логуновым и А.Н. Тавхелидзе /7/, позволил эффективно устранить эти трудности и успешно применялся в КТП /8/. Важнейшая особенность этого подхода заключается в том, что в отличие от формализма БС в нем отсутствует лишенное физического смысла относительное время и уравнения записываются в трехмерной форме.

Распространению этого метода на случай трех частиц посвящена работа /9/, где изучались уравнения для волновых функций, а также работа /10/. В /10/ получены трехмерные уравнения для амплитуд трехчастичного рассеяния, причем в качестве функции Грина (ФГ) здесь возникает пропагатор квазипотенциального подхода /9/:

$$G_0(E)=\frac{\sum_{i=1}^{3} k_i^0}{k_1^0 k_2^0 k_3^0 [E^2-(\sum_{i=1}^{3} k_i^0)^2+i\epsilon]} \qquad (1.1)$$

$$k_i^0=\sqrt{m_i^2+\vec{k}_i^2},$$

который вводился в /3-5/ на основе принципа соответствия.

[x/] Традиционный метод состоит в замене фейнмановской функции Грина УБС на построенный таким способом пропагатор с релятивистской кинематикой, чтобы получившиеся в результате уравнения удовлетворяли перечисленным требованиям /3-6/.

Следует отметить также, что дополнительные трудности в работах, основанных на УБС, возникают в связи с тем, что внешние импульсы не могут быть все положены на массовую поверхность[x/].

Настоящая статья посвящена формулировке трехчастичной задачи рассеяния на основе трехмерной формулировки КТП, в которой все частицы находятся на массовой поверхности /11/.

II. Формулировка задачи на основе диаграммной техники

В работах /11/ в рамках ТВ дана трехмерная Лоренц-ковариантная формулировка матрицы рассеяния в импульсном представлении, удовлетворяющая условиям причинности и унитарности. Благодаря присутствию в теории фиктивных частиц (квазичастиц), все промежуточные частицы находятся на массовой поверхности. Кроме того, это обстоятельство позволяет естественным образом определить способ выхода за энергетическую поверхность и сформулировать для двухчастичной амплитуды рассеяния уравнения квазипотенциального типа /7/. В системе центра масс (с.ц.м.) оно принимает вид /12-14/:

$$M(\vec{p},\vec{q})=V(\vec{p},\vec{q})+\frac{1}{(4\pi)^3}\int V(\vec{p},\vec{k})\frac{d\vec{k}}{\sqrt{m^2+\vec{k}^2}}\,\frac{M(\vec{k},\vec{q})}{E_k(E_k-E_q-i\epsilon)}, \qquad (2.1)$$

$$E_k=\sqrt{m^2+\vec{k}^2}$$

и является релятивистским обобщением уравнения Липпмана-Швингера.

[x/] Вследствие этого (см., например, /3/) приходится строить систему интегральных уравнений для 6 инвариантных амплитуд.

В дальнейшем на основе (2.1) было введено релятивистское конфигурационное пространство[15]. В серии работ, посвященных исследованию релятивистского конечно-разностного аналога уравнения Шредингера[16-22], была построена теория рассеяния в конфигурационном пространстве и дано решение простейших задач об определении спектра связанных состояний.

Имея целью распространить этот подход на случай трех частиц, схематически изложим, следуя[11-14], формулировку задачи на основе диаграммной техники.

Пусть $S = I + iR$ будет матрица рассеяния, где оператор R определяется из уравнения:

$$R(\lambda\kappa,\lambda\kappa') = -\tilde{\tilde{H}}(\lambda\kappa-\lambda\kappa') - \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\tilde{H}}(\lambda\kappa-\lambda\kappa_1)\frac{d\kappa_1}{\kappa_1 - i\epsilon}R(\lambda\kappa_1,\lambda\kappa'),$$

$$\tilde{\tilde{H}}(\lambda\kappa-\lambda\kappa') = \int e^{-i\lambda\kappa x}H(x)e^{i\lambda\kappa' x}\,dx, \qquad (2.2)$$

$$\lambda^2 = 1, \quad \lambda_0 > 0,$$

причем на поверхности энергии-импульса $\kappa = \kappa' = 0$ и

$$R = R(\lambda\kappa,\lambda\kappa')\Big|_{\kappa=\kappa'=0}.$$

В случае трех различных полей ψ, χ, ξ, взаимодействующих посредством скалярного поля ϕ (уравнения для частиц со спином изучались в[14]), гамильтониан имеет вид:

$$\tilde{\tilde{H}}(\lambda\kappa-\lambda\kappa') = \frac{g}{2\pi}\int\delta(-\lambda\kappa+\lambda\kappa'+p+k+q)\{:\psi^*(p)\psi(q)\phi(k):+$$
$$+:\chi^*(p)\chi(q)\phi(k):+:\xi^*(p)\xi(q)\phi(k):\}\,dp\,dq\,dk.$$

Графически он может быть представлен следующим образом:

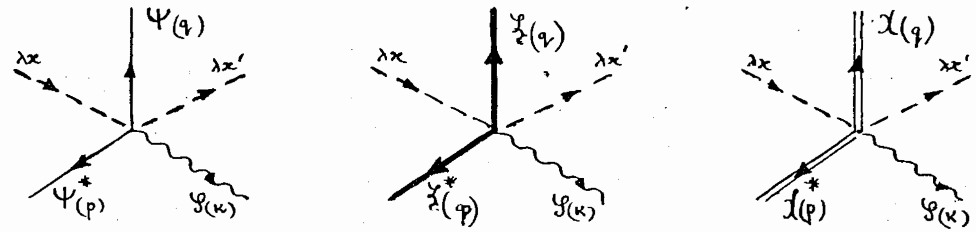

Рис. 1

На основе (2.2) может быть развита специфическая диаграммная техника[11]. Вместе с физическими частицами ψ, χ, ξ, внутренним линиям которых сопоставляются нормальные спаривания

$$\underbrace{\psi(q)\psi^*(p)} = \delta(q+p)D^+_\psi(p),$$

$$\underbrace{\chi(q)\chi^*(p)} = \delta(q+p)D^+_\chi(p),$$

$$\underbrace{\xi(q)\xi^*(p)} = \delta(q+p)D^+_\xi(p)$$

(здесь, например, $D^+_\psi = \theta(p^0)\delta(p^2 - m^2_\psi)$), в теории присутствует квазичастица, причем ее виртуальной линии соответствует пропагатор

$$G_0(\kappa) = \frac{1}{2\pi}\,\frac{1}{\kappa - i\epsilon}$$

и 4-импульс $\lambda\kappa$. Например, упругое рассеяние ψ и χ полей во II порядке может быть представлено диаграммами рис. 2[x]

---

[x] Напомним правила построения диаграмм. Пусть произведена нумерация всех вершин. Тогда непрерывная линия квазичастицы должна соединять все вершины и быть ориентирована в направлении возрастания их номеров. Внутренние линии физических частиц ориентированы наоборот – в направлении уменьшения номеров.

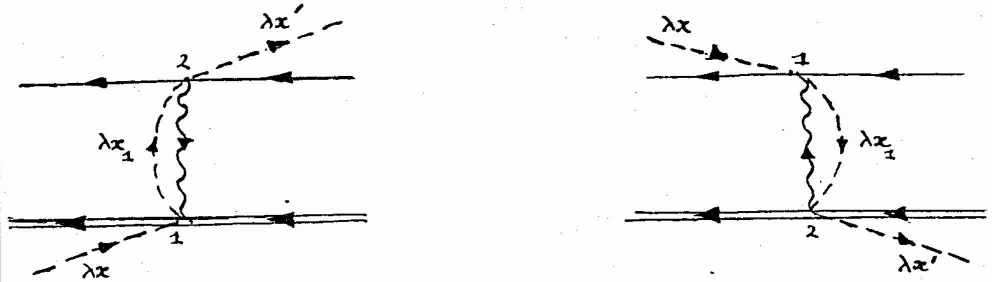

Рис. 2

Пусть нам известно решение (2.2), представленное в виде ряда ТВ:

$$R(\lambda\kappa,\lambda\kappa') = \sum_{m=n=\mu=\nu=0} \int F_{m,n,\mu,\nu}(\lambda\kappa,\lambda\kappa'; p_1\dots p_n; p'_1\dots p'_n; q_1\dots q_m; q'_1\dots q'_m; k_1\dots k_\mu; k'_1\dots k'_\mu; r_1\dots r_\nu) : \psi^*(p_1)\dots\psi^*(p_n)\chi^*(q_1)\dots\chi^*(q_m)\,\xi^*(k_1)\dots\xi^*(k_\mu)$$

$$\phi(r_1)\dots\phi(r_\nu)\psi(p'_1)\dots\psi(p'_n)\chi(q'_1)\dots\chi(q'_m)\,\xi(k'_1)\dots\xi(k'_\mu): \qquad (2.3)$$

$$: dp_1\dots dp_n\, dp'_1\dots dp'_n\, dq_1\dots dq_m\, dq'_1\dots dq'_m\, dk_1\dots dk_\mu\, dk'_1\dots dk'_\mu\, dr_1\dots dr_\nu$$

и пусть из этого разложения исключены вакуумные диаграммы. Для последовательного вывода в рамках ТВ уравнений задачи трех тел необходимо ограничиться диаграммами лестничного типа /2/ (физические обоснования такого приближения хорошо известны). Это ограничение позволяет обобщить понятие неприводимости для диаграмм, описывающих упругое рассеяние трех частиц.

Пусть выбрано направление времени, например, слева направо и свободные концы диаграмм ориентированы аналогично их направлению на рис. 2,3. Двухчастичная диаграмма называется неприводимой, если ее

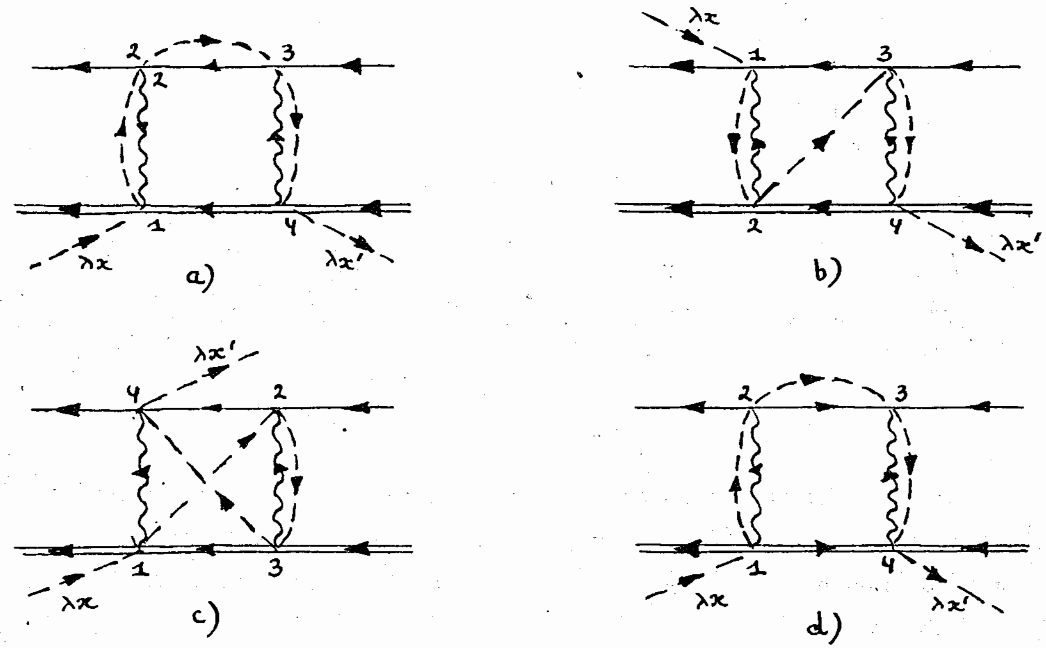

Рис. 3

нельзя разделить на две связные[x/] диаграммы, которые соединены физическими линиями, направленными справа налево, и линией квазичастицы, направленной слева направо. На рис. 3с , 3d изображены неприводимые диаграммы, на рис. 3а и 3в – приводимые

[x/] Диаграмма называется несвязной, если она может быть разделена на две части, не соединенные физическими линиями. В противном случае диаграмма является связной. В рассматриваемом лестничном приближении все двухчастичные диаграммы являются связными.

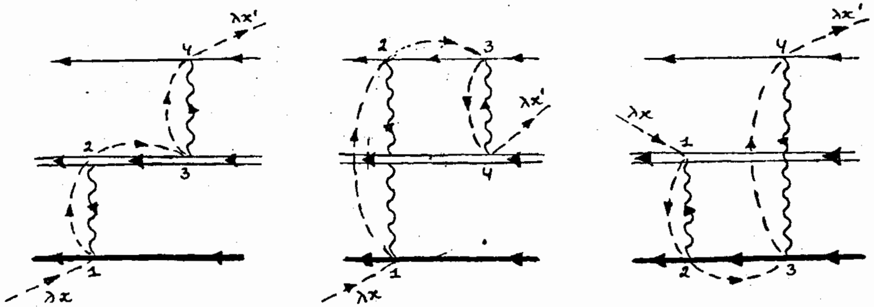

Рис. 4

Для определения неприводимости связных трехчастичных диаграмм вводится понятие критического разреза. По определению это самый крайний вертикальный разрез, слева от которого диаграмма связна, причем образовавшиеся диаграммы соединены линиями физических частиц, направленными справа налево, и линией квазичастиц, ориентированной в противоположном направлении. Диаграмма называется неприводимой, если критический разрез является ее самым правым разрезом. Например, на рис. 5в, 5 d изображены неприводимые диаграммы, на рис. 5а, 5с – приводимые.

В рамках ТВ на основе (2.3) теперь можно сформулировать интегральное уравнение для трехчастичной амплитуды рассеяния. Ядром этого уравнения будет сумма матричных элементов описанной выше совокупности неприводимых диаграмм. Графически его можно представить следующим образом:

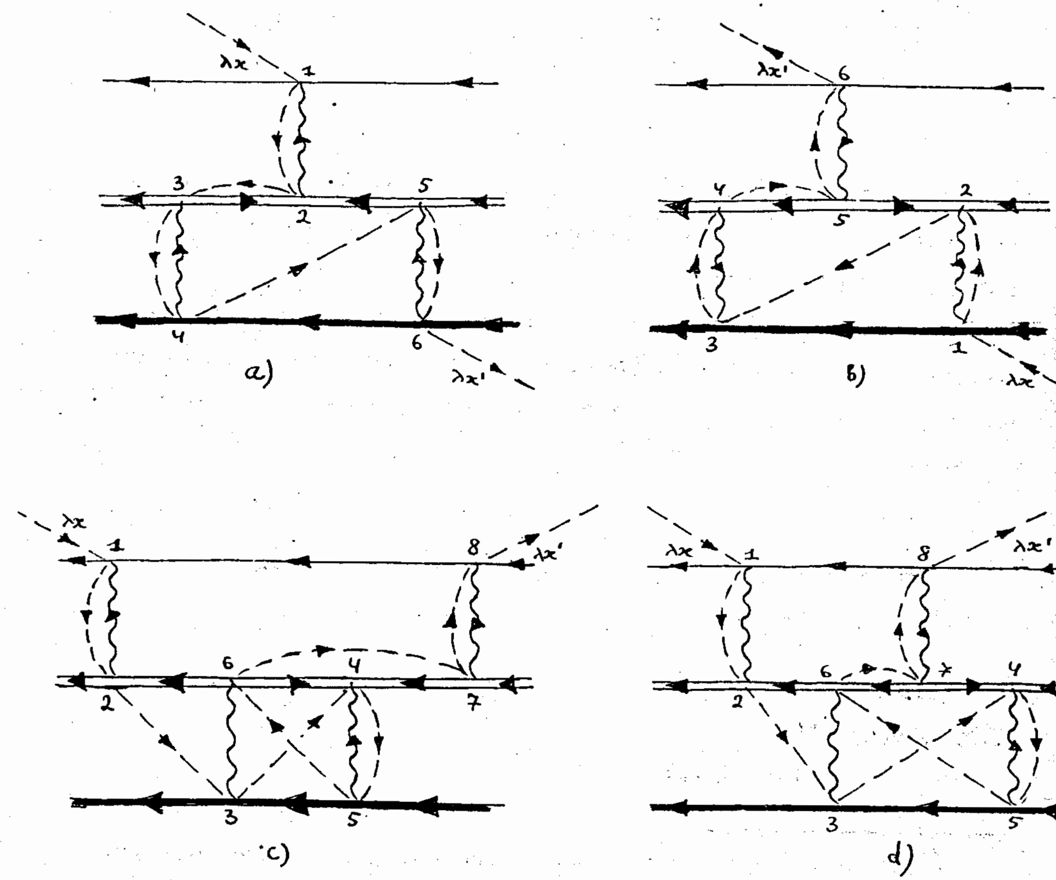

Рис. 5

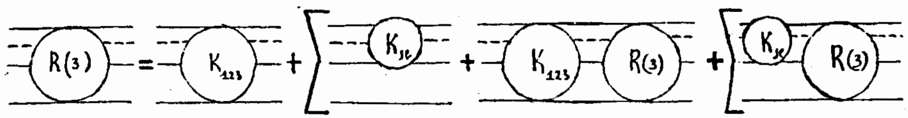

Рис. 6

Здесь $K_{j\ell}$; $j,\ell = 1,2,3$; $j \neq \ell$ изображает совокупность двухчастичных неприводимых диаграмм, K_{123} – соответствующую совокупность трехчастичных диаграмм[x/].

Уравнение (2.4) имеет квадратично неинтегрируемое ядро. Поэтому, как и в нерелятивистском случае, для применения к рассматриваемой задаче трех тел теории интегральных уравнений необходимо произвести его перестройку.

III. Уравнения для амплитуды рассеяния в рамках трехмерной формулировки КТП

Будем использовать операторную запись основного уравнения (2.2) в виде /13/

$$R = K + K G_0 R$$

[x/] Из-за присутствия в теории непрерывной линии квазичастицы эти диаграммы, вообще говоря, не могут быть получены посредством итераций двухчастичных неприводимых диаграмм.

и рассмотрим матричные элементы перехода между трехчастичными состояниями для этого уравнения:

$$\langle \vec p_1, \vec p_2, \vec p_3 | R | \vec q_1, \vec q_2, \vec q_3 \rangle = \langle \vec p_1, \vec p_2, \vec p_3 | K | \vec q_1, \vec q_2, \vec q_3 \rangle + \int \langle \vec p_1, \vec p_2, \vec p_3 | K | \vec k_1, \vec k_2, \vec k_3 \rangle \frac{d\vec k_1 d\vec k_2 d\vec k_3}{(2\pi)^9} G_0 \times \langle \vec k_1, \vec k_2, \vec k_3 | R | \vec q_1, \vec q_2, \vec q_3 \rangle + \sum_{|n'\rangle \neq |\vec k_1, \vec k_2, \vec k_3\rangle} \langle \vec p_1, \vec p_2, \vec p_3 | K | n' \rangle G_0 \langle n' | R | \vec q_1, \vec q_2, \vec q_3 \rangle ,$$

где, по определению, матричные элементы оператора R выражаются через инвариантную амплитуду T

$$\langle \vec p_1, \vec p_2, \vec p_3 | R | \vec q_1, \vec q_2, \vec q_3 \rangle = (2\pi)^9 \langle 0 | a(\vec p_1) b(\vec p_2) c(\vec p_3) \times R(\lambda\kappa, \lambda\kappa') a^+(\vec q_1) b^+(\vec q_2) c^+(\vec q_3) | 0 \rangle = \tag{3.1}$$

$$= (2\pi)^4 \delta\left(\sum_{i=1}^{3} p_i - \lambda\kappa - \sum_{i=1}^{3} q_i + \lambda\kappa' \right) \frac{T(p|q)}{\sqrt{\prod_{i=1}^{3} 2p_i^0 \prod_{i=1}^{3} 2q_i^0}} .$$

Здесь a^+, b^+, c^+ – положительно-частотные части соответственно полей ψ, χ, ξ .

В рамках ТВ отсюда формально следует интегральное уравнение (2.4)[x/]

$$\langle 3 | R | 3 \rangle = \langle 3 | K_3 | 3 \rangle + \int \langle 3 | K_3 | 3 \rangle \frac{d\vec k_1 d\vec k_2 d\vec k_3}{(2\pi)^9} G_0 \langle 3 | R | 3 \rangle . \tag{3.2}$$

[x/] В (3.2) и (3.5) мы используем сокращенную запись для двух- и трехчастичных векторов состояний:

$$|3\rangle = |\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3 \rangle, \quad |j\ \ell\rangle = |\vec p_j, \vec p_\ell \rangle .$$

Согласно (2.4), в наиболее общем виде ядро уравнения в лестничном приближении может быть представлено[x/]

$$K_3 = K_{123} + K_{12} + K_{23} + K_{31} \qquad (3.3)$$

и

$$<\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3 | K_3 | \vec{q}_1, \vec{q}_2, \vec{q}_3> = \frac{(2\pi)^4 \delta\left(\sum_{r=1}^{3} p_r - \lambda\kappa - \sum_{r=1}^{3} q_r + \lambda\kappa'\right)}{\sqrt{\prod_{r=1}^{3} 2p_r^0 \prod_{r=1}^{3} 2q_r^0}} V(p|q) \qquad (3.4)$$

$$V(p|q) = 2(2\pi)^3 \sum_{i=1}^{3} \delta(\vec{p}_i (-) \vec{q}_i) V_{j\ell}(p|q) + V_{123}(p|q),$$

где

$$\delta(\vec{p}_i(-)\vec{q}_i) = p^0_i \delta(\vec{p}_i - \vec{q}_i).$$

Введем в соответствии с (3.3) операторы $r_{j\ell}$, r_{123}, удовлетворяющие уравнениям

$$r_{j\ell} = K_{j\ell} + K_{j\ell} G^0 r_{j\ell}$$

$$r_{123} = K_{123} + K_{123} G^0 r_{123}$$

или в матричном виде

$$<j\ell | r_{j\ell} | j\ell> = <j\ell | K_{j\ell} | j\ell> + \int <j\ell | K_{j\ell} | j\ell> \frac{d\vec{k}_j \, d\vec{k}_\ell}{(2\pi)^6} <j\ell | r_{j\ell} | j\ell>, \qquad (3.5)$$

$$<3 | r_{123} | 3> = <3 | K_{123} | 3> + \int <3 | K_{123} | 3> \frac{d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3}{(2\pi)^9} <3 | r_{123} | 3>,$$

x/ Здесь и ниже не суммируемые индексы $i, j, \ell, \ldots$ пробегают значения 1,2,3 и $i \neq j \neq \ell \neq \ldots$.

где аналогично (3.1) и (3.4) матричные элементы введенных операторов выражаются через инвариантные амплитуды $t_{j\ell}$ и t_{123} соотношениями

$$<\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3 | r_{j\ell} | \vec{q}_1, \vec{q}_2, \vec{q}_3> = \frac{2(2\pi)^3 \delta(\vec{p}_i (-) \vec{q}_i)}{\sqrt{2p^0_i \, 2q^0_i}} < \vec{p}_j, \vec{p}_\ell | r_{j\ell} | \vec{q}_j, \vec{q}_\ell> =$$

$$= \frac{(2\pi)^4 \delta\left(\sum_{r=1}^{3} p_r - \lambda\kappa - \sum_{r=1}^{3} q_r + \lambda\kappa'\right)}{\sqrt{\prod_{r=1}^{3} 2p_r^0 \prod_{r=1}^{3} 2q_r^0}} \, 2(2\pi)^3 \delta(p_i (-) q_i) t_{j\ell}(p|q) \qquad (3.6)$$

$$<\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3 | r_{123} | \vec{q}_1, \vec{q}_2, \vec{q}_3> = \frac{(2\pi)^4 \delta\left(\sum_{r=1}^{3} p_r - \lambda\kappa - \sum_{r=1}^{3} q_r + \lambda\kappa'\right)}{\sqrt{\prod_{r=1}^{3} 2p_r^0 \prod_{r=1}^{3} 2q_r^0}} t_{123}(p|q).$$

Тогда для трехчастичного оператора $R(3) \equiv R(3 \to 3)$

$$R(3) = R_{123} + R_1 + R_2 + R_3;$$

$$R_{123} = K_{123} + K_{123} G_0 R(3); \quad R_2 = K_{13} + K_{13} G_0 R(3); \qquad (3.7)$$

$$R_1 = K_{32} + K_{32} G_0 R(3); \quad R_3 = K_{21} + K_{21} G_0 R(3);$$

в рамках ТВ получается корректная (при достаточно общих предположениях относительно ядер $K_{j\ell}$ и K_{123}) система уравнений, являющаяся обобщением уравнений Фаддеева

$$
\begin{pmatrix} R_{123} \\ R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{123} \\ r_{23} \\ r_{13} \\ r_{12} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & r_{123} & r_{123} & r_{123} \\ r_{23} & 0 & r_{23} & r_{23} \\ r_{13} & r_{13} & 0 & r_{13} \\ r_{12} & r_{12} & r_{12} & 0 \end{pmatrix} G_0 \begin{pmatrix} R_{123} \\ R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{pmatrix} .
$$

Желая избежать громоздких обозначений, мы ограничимся представлением (3.3) при $K_{123} = 0$ (хотя все нижеследующее может быть воспроизведено и с учётом трехчастичных сил, т.е. при $K_{123} \neq 0$).

В этом случае система принимает вид:

$$
\begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{23} \\ r_{13} \\ r_{12} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & r_{23} & r_{23} \\ r_{13} & 0 & r_{13} \\ r_{12} & r_{12} & 0 \end{pmatrix} G_0 \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{pmatrix} \tag{3.8}
$$

и, в соответствии с (3.7),

$$
R(3) = R_1 + R_2 + R_3 . \tag{3.9}
$$

Переход к инвариантным амплитудам в (3.8) осуществляется на основе определений (3.1); (3.4), (3.6). Графически получившаяся система зацепляющихся уравнений может быть представлена следующим образом:x/

x/Из (3.8) следует интерпретация (3.9): R_i есть совокупность диаграмм лестничного приближения, в которых первыми взаимодействуют j-и ℓ -тая частицы.

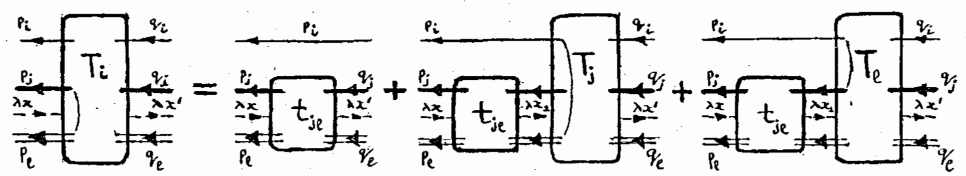

Рис. 7

причем выход за поверхность энергии-импульса определяется присутствующей в теории квазичастицей:

$$
\sum_{i=1}^{3} p_i - \lambda\kappa = \sum_{i=1}^{3} k_i - \lambda\kappa_1 = \sum_{i=1}^{3} q_i - \lambda\kappa' .
$$

Выбор λ коллинеарным 4-импульсу системы трех частиц /12-14/ в виде

$$
\lambda = \frac{\sum_{i=1}^{3} q_i}{\sqrt{s_q}} \equiv \lambda_q , \quad s_q = \Big(\sum_{i=1}^{3} q_i \Big)^2
$$

приводит к закону сохранения для 4-скорости

$$
\lambda_p \equiv \frac{\sum_{i=1}^{3} p_i}{\sqrt{s_p}} = \lambda_k \equiv \frac{\sum_{i=1}^{3} k_i}{\sqrt{s_k}} = \lambda_q , \tag{3.10}
$$

который дополняется "законом сохранения" для инвариантных энергий

$$
\sqrt{s_p} - \kappa = \sqrt{s_k} - \kappa_1 = \sqrt{s_q} - \kappa' .
$$

Вводя релятивистские обозначения

$$
K_i^0 = (\lambda, k_i) = \lambda^0 k_i^0 - \vec{\lambda}\vec{k}_i , \quad d\Omega_{\vec{k}_i} = \frac{d\vec{k}_i}{k_i^0}
$$

и интегрируя в (3.8) посредством дельта-функций по $\vec{k}_i$, $\vec{k}_\ell$, κ_1 , получим систему уравнений, которую представим следующим образом[x/]:

$$T_i(p\,|\,q)=2(2\pi)^3\,\delta(\vec{p}\,(-)\vec{q}\,)\,t_{j\ell}\,(p\,|\,q)+$$

$$+\frac{1}{4(2\pi)^3}\int t_{j\ell}(p\,|\,k)\frac{d\Omega\,\vec{k}_j}{K^0_\ell(\sqrt{s_k}-\sqrt{s_q}-i\epsilon)}\{\,T_j(k\,|\,q)+T_\ell(k\,|\,q)\,\}, \qquad (3.11)$$

причем на поверхности энергии импульса $\kappa=\kappa'=0$, $\sqrt{s_p}=\sqrt{s_q}$

$$\frac{d\sigma(3\to3)}{d\,\omega}\approx|\,T\,|^2 \qquad T=\sum_{i=1}^{3}T_i\,.$$

Двухчастичная амплитуда $t_{j\ell}$ есть решение уравнения Липпмана-Швингера для двух взаимодействующих частиц в присутствии третьей "свободной" частицы:

$$t_{j\ell}(p\,|\,q)=V_{j\ell}\,(p\,|\,q)+\frac{1}{4(2\pi)^3}\int V_{j\ell}(p\,|\,k)\frac{d\Omega\,\vec{k}_j}{K^0_\ell(\sqrt{s_k}-\sqrt{s_q}-i\epsilon)}t_{j\ell}(k\,|\,q)\,.$$

Система (3.11) является релятивистским обобщением соответствующих уравнений Фадеева /1/ для системы трех тел, взаимодействующих посредством двухчастичных потенциалов.

Релятивистский характер уравнений проявляется, во-первых, в том, что интегрирование производится в трехмерном пространстве Лобачевского, реализованном на верхней полости гиперболоида $k_i^2=m_i^2$, во-вторых, в том, что аналогом свободной ФГ для трехчастичной системы является с точностью до инвариантного множителя функция:

$$G_0\,(p\,|\,q)=\frac{1}{4(2\pi)^3}\,\frac{1}{\sqrt{s_p}-\sqrt{s_q}-i\,\epsilon}\,.$$

---

x/ Здесь мы положили $\kappa'=0$.

Формально на основе (5.2), записанного в терминах инвариантных амплитуд, можно ввести волновую функцию трехчастичной системы в непрерывном спектре:

$$\Psi_{\sqrt{s_q}}(p)=\delta(\vec{p}_j\,(-)\vec{q}_j\,)\,\delta(\vec{p}_\ell\,(-)\vec{q}_\ell\,)-\frac{1}{4(2\pi)^6}\,\frac{T(p\,|\,q)}{\sqrt{s_q}-\sqrt{s_p}+i\epsilon}$$

и, учитывая, что благодаря сохранению 4-скорости из $\vec{k}_\ell=\vec{q}_\ell$, $\vec{k}_j=\vec{q}_j$ следует $\vec{k}_i=\vec{q}_i$, придти к релятивистскому аналогу уравнения Шредингера для трех частиц[x/]:

$$(\sqrt{s_q}-\sqrt{s_p}\,)\,\Psi_{\sqrt{s_q}}(p)=\frac{1}{(2\pi)^6}\int\tilde{\tilde{V}}(p\,|\,k)\,\Psi_{\sqrt{s_q}}(k)\,d\Omega_{k_j}\,d\Omega_{k_\ell}\,. \qquad (3.13)$$

Приведенное построение может рассматриваться лишь как наводящее, так как корректными при достаточно общих предположениях относительно $V(p|q)$ являются матричные уравнения для волновых функций.

Однако имея целью ввести релятивистское конфигурационное пространство для системы трех тел, будем называть (3.13) уравнением Шредингера. Как видно, роль гамильтониана играет инвариантная энергия системы трех частиц.

В системе центра масс $(\vec{\lambda}=0)$

$$\sqrt{s_p}=p_1^0+p_2^0+p_3^0\,.$$

---

x/ Здесь

$$\tilde{\tilde{V}}(p\,|\,k)=\frac{-1}{4K_i^0}\,V\,(p\,|\,k)\,.$$

4. Заключение

Используемая формулировка КТП естественным образом приводит к трехмерным уравнениям и, следовательно, при таком походе отсутствует традиционная для формализма УБС проблема исключения относительных энергий.

Для системы (3.12) при достаточно общих предположениях относительно $V_{j\ell}$ можно воспроизвести доказательство трехчастичной унитарности /3/. В пределе больших масс (3.12) и (3.13) нетрудно представить в виде нерелятивистских уравнений, в которых исключено движение с.ц.м.

В связи с этим представляет интерес показать, что аналогично формулировке двухчастичной задачи в произвольной системе отсчёта движение с.ц.м. отделяется в терминах сохраняющегося λ -вектора и в данном случае.

Этот вопрос перекликается с проблемой введения относительных переменных в релятивистской задаче трех тел, рассматриваемой на основе КТП. Действительно, при традиционном подходе на основе УБС, в формализме которого частицы находятся вне массовой поверхности, нельзя в соответствии с природой импульсного пространства строить относительные переменные посредством релятивистских преобразований.

Поэтому обычно трехчастичная задача рассматривается в с.ц.м. и относительные переменные не вводятся, а если вводятся, то их построение осуществляется нерелятивистским способом.

Представляется поэтому интересным ввести относительные переменные в (3.12) с использованием того факта, что в применяемой формулировке КТП все частицы находятся на массовой поверхности.

Автор искренне благодарит профессора Д.И. Блохинцева, В.Г. Кадышевского и Р.М. Мир-Касимова за обсуждение вопросов, затронутых в статье.

Литература

1. Л.Д. Фаддеев. ЖЭТФ, 39, 1459 (1960). Л.Д. Фаддеев. Труды Математического института им. В.А. Стеклова. Изд. АН СССР, М.-Л. (1963).
2. D.Tz. Stoyanov, A.N. Tavkhelidze. Phys.Lett., 13, 76 (1964). V.P. Shelest, D.Tz. Stoyanov. Phys.Lett., 13, 253 (1964).
3. V.A. Alessandrini, R.L. Omnes. Phys.Rev., 139,B197 (1965).
4. R. Blankenbekler, R. Sugar. Phys.Rev., 142,1051 (1966).
5. B.Z. Freedman, C. Lovalace, I.M. Namyslowski. Nuovo Cim., 43, A258 (1966).
6. Обзор работ по теории трех тел можно найти в:
   а) I. Duck. Advanced in Nuclear Physics, Plenum Press, New York, 1968, vol.1,
   б) K.M. Watson, I. Nuttal. Topics in several Particle Dynamics, Holden and Day, San Francisco, Calif. (1967).
7. A.A. Logunov, A.N. Tavkhelidze. Nuovo Cim., 29, 380 (1963).
8. В.Г. Кадышевский, А.Н. Тавхелидзе. Труды Международного симпозиума по теории элементарных частиц (Варна) 1968.
9. В.А. Матвеев, Р.М. Мурадян, А.Н. Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ Р2-3900, Дубна, 1969.
10. А.Н. Квинихидзе, Д.Ц. Стоянов. Препринт ОИЯИ, Р4-4814, Дубна, 1969.
11. В.Г. Кадышевский. ЖЭТФ, 46, 654 (1964). В.Г. Кадышевский. ЖЭТФ, 46, 872 (1964). В.Г. Кадышевский ДАН СССР, 160, 573 (1965).
12. V.G. Kadyshevsky, Preprint N.7, ITF, Kiev (1967).
13. V.G. Kadyshevsky, Nucl. Phys. B6, 125 (1968).
14. V.G. Kadyshevsky, M.D. Matveev. Nuovo Cim. 55A, 275 (1968).
15. V.G. Kadyshevsky, R.M. Mir-Kasimov, N.B. Skachkov. JINR Preprint E2-4030 Dubna (1968). Nuovo Cim. 55A, 223 (1968).

16. V.G. Kadyshevsky, M.D. Mir-Kasimov, M.D. Matveev, JINR Preprint E2-4030 Dubna (1968).

17. M. Freeman, M.D. Matveev, R.M. Mir-Kasimov. Nucl. Phys. B12, N. 1, 197 (1969).

18. В.Г. Кадышевский, Р.М. Мир-Касимов, Н.Б. Скачков. Ядерная физика, 9, №1, 212 (1969).

19. В.Г. Кадышевский, Р.М. Мир-Касимов, Н.Б. Скачков. Ядерная физика, 9, №2, 462 (1969).

20. В.Г. Кадышевский, Р.М. Мир-Касимов, М. Фриман. Ядерная физика, 9, №3, 646 (1969).

21. Е.П. Жидков, В.Г. Кадышевский, Ю.В. Катышев, Препринт ОИЯИ, Р2-4767, Дубна, 1969.

Рукопись поступила в издательский отдел
5 мая 1970 года.