ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 4994

А.В. Тарасов, Ч. Цэрэн

К ВЫВОДУ ФОРМУЛЫ ГЛАУБЕРА В РАМКАХ ТЕОРИИ ВАТСОНА

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1970

P2 - 4994

А.В. Тарасов, Ч. Цэрэн

К ВЫВОДУ ФОРМУЛЫ ГЛАУБЕРА В РАМКАХ ТЕОРИИ ВАТСОНА

Направлено в ЯФ

Теория взаимодействия быстрых частиц с ядрами, развитая в работах Глаубера [1÷3], получила убедительное подтверждение при сравнении предсказаний теории с экспериментальными данными [4÷8]. Ввиду того, что первоначальный вывод формул Глаубера был дан в рамках потенциальной теории, не применимой для описания взаимодействия элементарных частиц больших энергий, в последнее время был предпринят ряд попыток получить формулу Глаубера в рамках более общей теории [9÷13].

В большинстве этих работ по существу устанавливалась лишь тождественность в пределе больших энергий членов однократного и двукратного рассеяния частиц на дейтроне в теории Глаубера и аналогичных членов в формализме Фаддеева или в релятивистской диаграммной технике [9,10].

Лишь в работе Ремлера [14] в рамках теории Ватсона был рассмотрен вопрос взаимодействия элементарных частиц с системой n нуклонов. При следующих предположениях:

1) выполнимость импульсного приближения, т.е. возможность пренебречь потенциальной энергией взаимодействия нуклонов по сравнению с энергией налетающей частицы в процессе ее взаимодействия с нуклонами мишени;

2) отсутствие зависимости амплитуд взаимодействия от внутренних степеней свободы рассеиваемой частицы, что эквивалентно их коммутативности;

3) возможность пренебречь бесконечным числом членов ряда Ватсона, учитывающих более чем один акт взаимодействия частицы с каким-либо нуклоном мишени –

Ремлер показал, что оставшиеся члены, описывающие не более чем одно взаимодействие частицы с каждым из нуклонов, имеют ту же структуру, что и в теории Глаубера.

Ниже приведен вывод формулы Глаубера без упомянутых выше ограничений 2), 3).

§1. Амплитуда рассеяния частицы ядром в теории Ватсона

В теории Ватсона матричный элемент рассеяния частицы системой n нуклонов представляется бесконечным рядом по степеням амплитуд взаимодействия частицы с отдельными нуклонами:

$$\begin{aligned}\langle f,\vec{k}'|T|i,\vec{k}\rangle = \langle f,\vec{k}'|&\sum_{i=1}^{n} t_{ix} + \sum_{i\neq j}^{n} t_{ix}Gt_{jx} + \\ &+\sum_{\substack{i\neq j\\ j\neq \ell}}^{n} t_{ix}Gt_{jx}Gt_{\ell x} + \ldots + \\ &+\sum_{\substack{i\neq j\\ j\neq \ell,\ \ell\neq m}}^{n} t_{ix}Gt_{jx}Gt_{\ell x}Gt_{m} + \ldots |i,\vec{k}\rangle,\end{aligned} \qquad (1)$$

где $\vec{k}$, $\vec{k}'$ – импульсы частицы X до и после рассеяния, а индексы i, f характеризуют начальное и конечное состояние ядра. Величины t_{ix} в (1) представляют операторы взаимодействия частицы X со i-ым связанным нуклоном, а величины G – точные функции распространения, учитывающие взаимодействие нуклонов между собой.

Импульсное приближение, применимость которого при больших энергиях мы будем предполагать, состоит в замене величин $t_{i,k}$ и G их нулевым по потенциальной энергии взаимодействия нуклонов приближением.

Таким образом, будем предполагать, что в (1) t_i являются амплитудами рассеяния частицы на свободных нуклонах, а G – свободными функциями Грина.

Для простоты будем пренебрегать также зависимостью величин t_i и G от импульсов нуклонов, учитывая их малость по сравнению с импульсами $\vec{k}$ и $\vec{k}'$ рассеиваемой частицы. Это позволяет переписать выражение (1) в следующей простой явной форме:

$$\begin{aligned}\langle f,\vec{k}'|T|i,\vec{k}\rangle = \int \Phi_f^*(r_1,r_2,\ldots,r_n)\Big\{&\sum_{i=1}^{n} e^{-i(\vec{k}'-\vec{k})\vec{r}_i}\, t_i(\vec{k}',\vec{k}) + \\ &+\sum_{i\neq j}^{n}\int \frac{\exp\{-i(\vec{k}'-\vec{q})\vec{r}_i - i(\vec{q}-\vec{k})\vec{r}_j\}\, t_i(\vec{k}',\vec{q})\, t_j(\vec{q},\vec{k})}{(2\pi)^3\, 2E(q)[E(k)-E(q)+i\epsilon]}\, d^3q + \\ &+\sum_{\substack{i\neq j\\ j\neq \ell}}^{n}\int \frac{\exp\{-i(\vec{k}'-\vec{q}_2)\vec{r}_i - i(\vec{q}_2-\vec{q}_1)\vec{r}_j - i(\vec{q}_1-\vec{k})\vec{r}_\ell\}\, t_i(\vec{k}',\vec{q}_1)\, t_j(q_1,q_2)\, t_2(\vec{q}_2,\vec{k})}{(2\pi)^6\, 2E(q_1)\, 2E(q_2)[E(k)-E(q_1)+i\epsilon][E(k)-E(q_2)+i\epsilon]}\, d^3q_1 d^3 \\ &+ \ldots\Big\}\, \Phi_i(r_1,r_2,\ldots,r_n)\, dr_1 dr_2 \ldots dr_n,\end{aligned} \qquad (2)$$

где, например, $E(q) = \sqrt{m^2+q^2}$ – энергия рассеиваемой частицы, соответствующая импульсу $\vec{q}$; Φ_i и Φ_f – волновые функции начального и конечного состояний n-нуклонной системы в координатном представлении. Амплитуды t_f в (2) нормированы условием

$$\frac{d\sigma_i}{d\Omega} = \frac{1}{(4\pi)^2}|t_i|^2.$$

§2. Получение формулы Глаубера

Амплитуды t_i в выражении (2) вообще описывают рассеяние вне энергетической поверхности $|\vec{k}| \neq |q|, |\vec{q}_1| \neq |\vec{q}_2| \neq |\vec{k}|$, и зависимость их от сдвигов с энергетической поверхности неизвестна.

Мы будем предполагать, что величины $t_i(\vec{q}_1, \vec{q}_2)$ в пределе больших энергий зависят в основном от инвариантных переменных

$$t = (\sqrt{q_1^2 + m^2} - \sqrt{q_2^2 + m^2})^2 - (\vec{q}_1 - \vec{q}_2)^2, \quad S \approx 2\sqrt{q_1^2 + m^2}\, M,$$

где M – масса частиц мишени, и слабо зависят от переменных, характеризующих энергетическое поведение. Такое предположение, по-видимому, согласуется с современными теоретическими представлениями и, в частности, с моделью полюсов Редже.

Поскольку при больших энергиях амплитуды рассеяния являются быстроубывающими функциями инвариантной передачи t, то основной вклад в интегралы в выражении (2) дает область, соответствующая малым инвариантным передачам в каждом акте рассеяния. Эта область, как легко видеть, определяется соотношениями

$$(\vec{q} - \vec{k})\vec{k} \approx 0, \quad (\vec{q}_1 - \vec{q}_2)\vec{k} \approx 0$$

и т.д., и в этой области инвариантные передачи импульсов совпадают с поперечными (ортогональными к направлению импульса $\vec{k}$ налетающей частицы, вдоль которого в дальнейшем будет направлена ось Z) передачами импульсов. Это связано с компенсацией при $k, q \gg m$ квадратов временной и продольной компонент передачи импульса в пределе высоких энергий и малых передач. Таким образом, в существенной области интегрирования амплитуды t_{ix} зависят лишь от поперечных компонент передач импульсов

$$t_{ix}(\vec{q}_1, \vec{q}_2) = t_{ix}(\vec{q}_{1\perp} - \vec{q}_{2\perp}).$$

Знаменатели же подинтегральных выражений в (2) в той же области зависят в основном от продольных передач.

Действительно, с точностью до членов, квадратичных по малым величинам $\vec{q} - \vec{k}$,

$$E(\vec{q})[E(\vec{k}) - E(\vec{q}) + i\epsilon] \approx \vec{k}(\vec{k} - \vec{q}) + i\epsilon =$$

$$= \vec{k}(k - q_z + i\epsilon). \tag{3}$$

Это позволяет разделить интегрирование по продольным и поперечным составляющим промежуточных импульсов $\vec{q}_{1,2}, \ldots$. При этом интегрирование по продольным составляющим в произвольном члене ряда (2) выполняется непосредственно и приводит к выражению вида

$$\Theta(z_i - z_j)\Theta(z_j - z_\ell)\Theta(z_\ell - z_m)\ldots\Theta(z_\rho - z_r)\Theta(z_r - z_s), \tag{4}$$

где $z_{i,j,\ldots}$ – продольные компоненты радиус-векторов $\vec{r}_{i,j,}\ \ldots$. Если хоть пара из индексов $i, j, \ell, \ldots, r, s$ совпадает, то выражение (4) обращается в нуль.

Это означает, что частица X не может более чем один раз рассеяться на одном и том же нуклоне мишени. Этот результат, характерный для теории Глаубера, в нашем выводе формально является следствием независимости амплитуд t_{ix} от продольных передач импульсов. Если предположить, как это сделано в работе /15/, что амплитуды t_{ix} зависят от трехмерной передачи импульса

$$(\vec{q}_1 - \vec{q}_2)^2 = (\vec{q}_{1z} - \vec{q}_{2z})^2 + (\vec{q}_{1\perp} - \vec{q}_{2\perp})^2,$$

а не от инвариантной передачи, которая существенно поперечна при малых передачах, то получится качественно иной результат, именно: вклад в полную амплитуду членов многократного рассеяния, учитывающих несколько раз взаимодействие рассеиваемой частицы с одним и тем же нуклоном мишени, не исчезает в пределе больших энергий. Для получения формулы Глаубера из выражения (2) необходимо еще выполнить интегрирование по перечным составляющим промежуточных импульсов $\vec{q}$. Это проще всего достигается введением функций профиля $\Gamma_{ix}(\vec{b})$, являющихся по существу двумерными фурье-образами амплитуд $t_{ix}(q_{1\perp}-q_{2\perp})$.

$$t_{ix}(q_{1\perp}-q_{2\perp}) = 2ik\int \Gamma_{ix}(b)\, e^{i(\vec{q}_1-\vec{q}_2)\vec{b}}\, d^2b\,. \tag{5}$$

В терминах этих функций выражение (2) переписывается в виде

$$\begin{aligned} <f,\vec{k}'|T|i,\vec{k}> = 2ik\int d^2b\, e^{-i(\bar{k}-\bar{k}')\bar{b}} \int \Phi^*_f(r_1,r_2,\dots,r_n)\, \times \\ \times\Big\{\sum_{i=1}^{n} \Gamma_{ix}(\bar{b}-\bar{s}_i) - \sum_{i\neq j}^{n} \Theta(z_i-z_j)\,\Gamma_{ix}(\bar{b}-\bar{s}_i)\,\Gamma_{jx}(\bar{b}-\bar{s}_j) + \\ + \sum_{\substack{i\neq j\\ j\neq \ell}}^{n} \Theta(z_i-z_j)\,\Theta(z_j-z_\ell)\,\Gamma_{ix}(\bar{b}-\bar{s}_i)\,\Gamma_{jx}(\bar{b}-\bar{s}_j)\,\Gamma_{\ell x}(\bar{b}-\bar{s}_\ell) - \\ - \dots\Big\}\,\Phi_i(r_1,r_2,\dots,r_n)\,dr_1\,dr_2\dots dr_n\,, \end{aligned} \tag{6}$$

где s_i – поперечная компонента радиуса-вектора $\vec{r}_i$. Выражение (6) есть формула Глаубера для общего случая некоммутирующих величин Γ_{ix}. Если зависимостью Γ_{ix} от спина и изоспина рассеиваемой частицы можно пренебречь, так что все Γ_{ix} можно считать коммутирующими, то, учитывая тождество

$$\sum_{\substack{i\neq j\\ j\neq \ell\\ \dots\\ r\neq s}} \Theta(z_i-z_j)\,\Theta(z_j-z_\ell)\dots\Theta(z_r-z_s) \equiv 1, \tag{7}$$

из (6) легко получить формулу Глаубера в наиболее популярной форме:

$$\begin{aligned} <f,\vec{k}'|T|i,\vec{k}> = 2ik\int d^2b\, e^{-i(\bar{k}'-\bar{k})\bar{b}}\, \times \\ \times\int \Phi^*_f(r_1,r_2,\dots,r_n)\Big\{1-\prod_{i=1}^{n}[1-\Gamma_{ix}(\bar{b}-\bar{s}_i)]\Big\}\Phi_i(r_1,r_2,\dots,r_n)\,dr_1\,dr_2\dots dr_n\,. \end{aligned} \tag{8}$$

Интересно отметить, что если в выражении (2) пропагаторы $[E(k)-E(q)+i\epsilon]^{-1}$ заменить на $-i\pi\delta(E(k)-E(q))$, как это иногда делается при выводе выражения двукратного рассеяния на дейтроне /12,13/, то хотя бесконечный ряд (2) не обрывается, все же для его суммы можно записать замкнутое выражение (в бесспиновом случае):

$$\begin{aligned} <f,\bar{k}'|T|i,\bar{k}> = 2ik\int d^2b\, e^{-i(\bar{k}'-\bar{k})\bar{b}} \int \Phi^*_f(r_1,r_2,\dots,r_n)\times \\ \times\left\{1-\frac{1-\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{\Gamma_{ix}(b-s_i)/2}{1-\Gamma_{ix}(b-s_i)/2}}{1+\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{\Gamma_{ix}(b-s_i)/2}{1+\Gamma_{ix}(b-s_i)/2}}\right\}\Phi_i(r_1,r_2,\dots,r_n)\,dr_1\,dr_2\dots dr_n\,. \end{aligned} \tag{9}$$

Такое выражение в потенциальной теории можно получить, если предположить аддитивность не фазовых сдвигов, как это сделал Глаубер, а их тангенсов, или, что одно и то же, матричных элементов K -матрицы.

Авторы признательны Л.И. Лапидусу за постоянное внимание к работе и критические замечания. Один из авторов (А.Т.) благодарит Т.М. Копелиашвили за обсуждение полученных результатов.

Литература

1. J.Glauber. Phys. Rev., 100 , 242 (1955).
2. J. Glauber, V. Franco. Phys.Rev., 142, 1195 (1966).
3. J. Glauber, V. Franco. Phys. Rev. 156, 1685 (1967).
4. W. Czyz, L.Lesniak. Phys. Lett. 24B, 227 (1967).
5. J.V.Allaby et al. Phys.Lett., 30B, 549 (1969).
6. V.Franco, and E.Coleman. Phys.Rev.Lett. 17, 827 (1967).
7. D.R. Harrington. Phys.Rev.Lett., 21, 1496 (1968).
8. G. Alberi, L. Bertocchi. Nuovo Cim., 61A , 203 (1969).
9. V.S. Bashin. Nuovo Cim., 49A, 736 (1967).
10. S. Abers, H. Burkhardt, V.L.Teplitz and C. Wilkin. Nuovo Cim., 42A, 365 (1966).
11. D.R. Harrington. Phys. Rev., 135, B358 (1964).
12. M.M. Sternheim. Phys.Rev., 135, B912 (1964).
13. L. Bertocchi and A. Capella. Nuovo Cim. 51A, 369 (1967).
14. E.A. Remler. Phys.Rev., 176, 2108 (1968).
15. J. Pumplin, Phys. Rev., 173, 1651 (1869).

Рукопись поступила в издательский отдел
18 марта 1970 года.