СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 4937

Л.С. Ажгирей, В.И. Чижиков

ПОЛЯРИЗАЦИЯ НУКЛОНОВ В РЕАКЦИЯХ $NN \to NN\pi$ ПРИ 669 МЭВ В МОДЕЛИ ОДНОПИОННОГО ОБМЕНА

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

1970

P2 - 4937

Л.С. Ажгирей, В.И. Чижиков

ПОЛЯРИЗАЦИЯ НУКЛОНОВ В РЕАКЦИЯХ $NN \to NN\pi$ ПРИ 669 МЭВ В МОДЕЛИ ОДНОПИОННОГО ОБМЕНА

Введение

Исследование процессов одиночного образования пионов в протон-протонных взаимодействиях при энергиях ≈ 1 Гэв показало (см., например, /1-3/), что эти процессы происходят преимущественно с малой передачей импульса частице отдачи (в угловых распределениях вторичных нуклонов имеются ярко выраженные пики в направлениях вперед-назад в с.ц.м.). Это навело на мысль о "периферическом" характере этих неупругих взаимодействий, т.е. о том, что механизм взаимодействия может быть описан с помощью диаграмм, учитывающих обмен виртуальным пионом /4-6/. При этом данные о реакциях $NN \to NN\pi$ оказываются связанными с амплитудами $\pi - N$ рассеяния, вычисленными вне массовой поверхности. В дальнейшем было показано /7/, что модель однопионного обмена, модифицированная введением формфактора, хорошо описывает экспериментальные данные об энергетических спектрах вторичных нуклонов в процессах одиночного образования пионов при энергиях 0,97, 2 и 2,85 Гэв.

Можно привести ряд аргументов в пользу того, что неупругое нуклон-нуклонное взаимодействие в известной мере носит периферический характер и при более низких энергиях. Так, недавно периферическая модель применялась для описания данных об образовании π^0-мезонов в $p-p$ взаимодействии при энергии 610 Мэв /8/; оказалось, что с помощью этой модели удается получить хорошее описание экспериментальных угловых распределений вторичных протонов, отвечающих малым передачам импульса. В пользу периферического характера неупругих процессов при 660 Мэв свидетельствуют и результаты фазового анализа упругого $p-p$

рассеяния при этой энергии. Как известно /9/, для удовлетворительного описания экспериментальных данных необходимо учитывать мезонообразование, наряду с $^3P_{0,1,2}$ и $^1D_2$, также и их "периферических" $^3F_{2,3}$ начальных состояний $p-p$ системы.

Следует отметить, что дифференциальные сечения образования вторичных частиц в реакциях $NN\to NN\pi$, вычисленные в рамках однопионной обменной модели, в основном пропорциональны сумме квадратов модулей амплитуд виртуального $\pi-N$ рассеяния. Поэтому при энергиях $\approx$ 1 Гэв основной вклад в вычисленные угловые распределения и энергетические спектры вторичных частиц дает резонансная P_{33} – амплитуда, а роль остальных состояний сравнительно невелика. Выражения же для поляризации вторичных нуклонов, или асимметрии испускания пионов, образованных поляризованными нуклонами /10/, состоят из членов, представляющих собой в основном интерференцию резонансной амплитуды с нерезонансными. В связи с этим экспериментальное исследование поляризационных эффектов в неупругих нуклон-нуклонных взаимодействиях и интерпретация их в рамках однопионной обменной модели дает возможность проверить некоторые предположения модели, выяснить роль нерезонансных амплитуд $\pi-N$ рассеяния и их поведение вне массовой поверхности.

В настоящей работе на основе однопионной обменной модели рассматривается поляризация вторичных протонов, образуемых протонами с энергией 669 Мэв, в реакциях

$$p+p\to p+n+\pi^+, \tag{1}$$

$$p+p\to p+p+\pi^0 . \tag{2}$$

При этом учитываются вклады всех возможных диаграмм однопионного обмена и интерференция между ними и используется информация о фазовых сдвигах $\pi-N$ рассеяния в области энергий от 0 до 220 Мэв. В описываемых расчетах сделано пренебрежение взаимодействием нуклонов в конечном состоянии, приводящим к реакции $p+p\to d+\pi^+$. Учет этого взаимодействия сильно осложнил бы вычисления; с другой стороны, влияние его на исследуемые реакции (1) и (2) проявляется лишь через требование

унитарности полной S-матрицы, что, по-видимому, более существенно для нормировки дифференциальных сечений и описания формы спектров вторичных частиц, чем при вычислении поляризационных эффектов. Тщательное исследование этого вопроса было бы весьма интересным.

Кинематические соотношения

Процессы одиночного образования пионов (1) и (2) описываются в однопионной обменной модели с помощью диаграмм, приведенных на рис.1. Сплошные линии на рис. 1 представляют нуклоны, штриховые – пионы. Диаграммы 1-4 отличаются друг от друга заменой начальных и конечных нуклонов. Через p_1, p_2, q_1, q_2 и q обозначены четырехмерные импульсы падающего протона, протона мишени, вторичного протона, вторичного нейтрона (протона) для реакции (1) (реакции (2)) и пиона, соответственно. Обозначим через $\tilde{p}_1$, $\tilde{p}_2$, $\tilde{q}_1$, $\tilde{q}_2$, $\tilde{q}$ модули соответствующих трехмерных импульсов $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$, $\vec{q}_1$, $\vec{q}_2$, $\vec{q}$, через m и μ – массы нуклона и пиона, через T_0 и T_1 – кинетические энергии падающего и вторичного (регистрируемого) протонов.

Для вычисления наблюдаемых на опыте величин удобно ввести лабораторную систему координат с осью z', направленной вдоль вектора $\vec{q}_2+\vec{q}=\vec{p}_1-\vec{q}_1$($\vec{q}_1$ – импульс регистрируемой частицы), и с плоскостью $x'oz'$, совпадающей с плоскостью рассеяния (т.е. проходящей через векторы $\vec{p}_1$ и $\vec{q}_1$) (см. рис. 2). Обозначим через θ и ϕ полярный и азимутальный углы вылета пиона относительно оси z', через θ_1 – угол вылета вторичного протона относительно направления падающего протона. Компоненты 4-импульсов участвующих в реакциях (1) и (2) частиц в выбранной системе координат приведены в таблице 1. В дальнейшем используется метрика, в которой $ab=\vec{a}\vec{b}-a_0b_0$.

Связь между импульсом пиона $\vec{q}$ и углом θ выражается соотношением

$$\tilde{q}=\mu\frac{c_0 r\cos\theta\pm c_1\sqrt{r^2\cos^2\theta-c_1^2+c_0^2}}{c_1^2-r^2\cos^2\theta}, \tag{3}$$

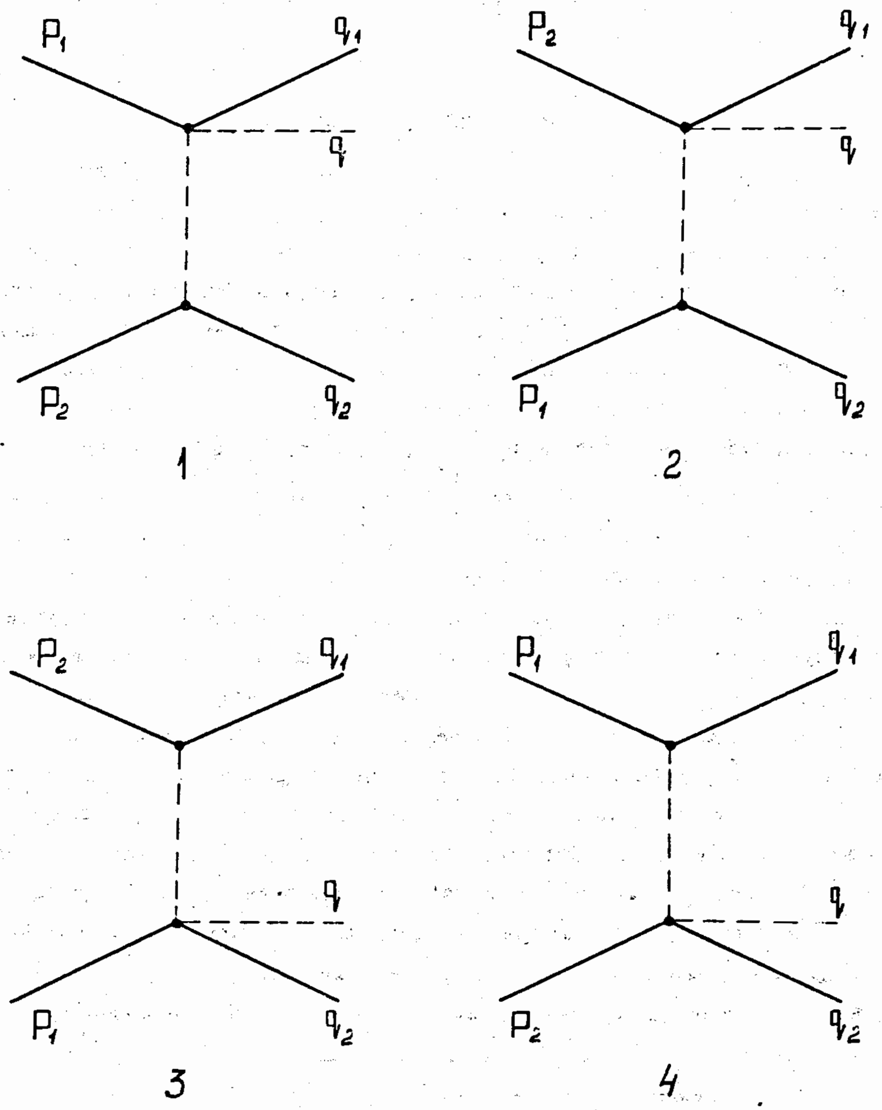

Рис.1. Диаграммы однопионного обмена для реакций $NN \to NN\pi$.

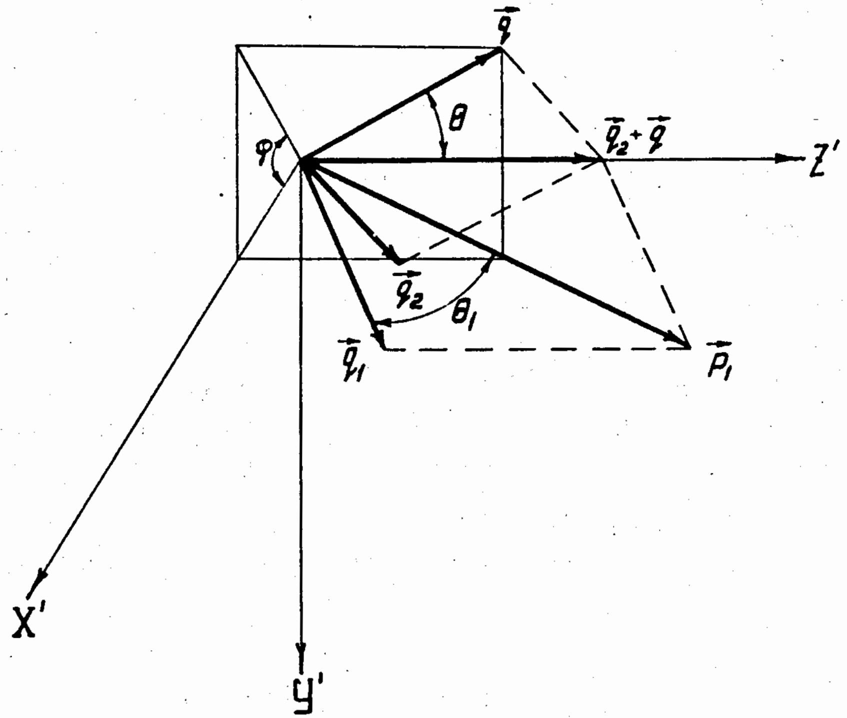

Рис.2. Лабораторная система координат, использованная в расчетах поляризации вторичных протонов.

где

$$r = |\vec{q} + \vec{q}| = \sqrt{\tilde{\tilde{p}}_1^{\,2} + \tilde{\tilde{q}}_1^{\,2} - 2\tilde{\tilde{p}}_1 \tilde{\tilde{q}}_1 \cos\theta_1}\,,$$

$$c_1 = T_0 + m - T_1,\ 2c_0\mu = c_1^2 + \mu^2 - r^2 - m^2.$$

Таблица 1

	x'	y'	z'	E
p_1	$\tilde{\tilde{p}}_1 \tilde{\tilde{q}}_1 \sin\theta_1 / \lvert \vec{q}_2 + \vec{q} \rvert$	0	$\tilde{\tilde{p}}_1 (\tilde{\tilde{p}}_1 - \tilde{\tilde{q}}_1 \cos\theta_1) / \lvert \vec{q}_2 + \vec{q} \rvert$	$T_0 + m$
p_2	0	0	0	m
q_1	$\tilde{\tilde{p}}_1 \tilde{\tilde{q}}_1 \sin\theta_1 / \lvert \vec{q}_2 + \vec{q} \rvert$	0	$\tilde{\tilde{q}}_1 (\tilde{\tilde{p}}_1 \cos\theta_1 - \tilde{\tilde{q}}) / \lvert \vec{q}_2 + \vec{q} \rvert$	$T_1 + m$
q_2	$-\tilde{\tilde{q}} \sin\theta \cos\phi$	$-\tilde{\tilde{q}} \sin\theta \sin\phi$	$\lvert \vec{q}_2 + \vec{q} \rvert - \tilde{\tilde{q}} \cos\theta$	$T_0 + m - T_1 - \sqrt{\tilde{\tilde{q}}^2 + \mu^2}$
q	$\tilde{\tilde{q}} \sin\theta \cos\phi$	$\tilde{\tilde{q}} \sin\theta \sin\phi$	$\tilde{\tilde{q}} \cos\theta$	$\sqrt{\tilde{\tilde{q}}^2 + \mu^2}$

Из условия $\tilde{\tilde{q}} \geq 0$ можно найти, что в случае $c_0 \geq c_1$ в выражении (3) следует брать знак "+", и при этом $\cos\theta$ может принимать значения от $x_1 = -1$ до $x_2 = +1$; в случае $c_0 < c_1$ в выражении (3) нужно учитывать оба знака, причем $x_1 = \sqrt{c_1^2 - c_0^2}\,/\,r$, $x_2 = +1$.

Введем далее следующие релятивистские кинематические инварианты:

$$\omega^2 = -(q + q_1)^2,\ \Delta^2 = (p_2 - q_2)^2,\ t^2 = (p_1 - q_1)^2,$$
$$u^2 = -(q + q_2)^2,\ \bar{t}^2 = (p_2 - q_1)^2,\ \bar{\Delta}^2 = (p_1 - q_2)^2. \qquad (4)$$

Здесь $\omega(u)$ – полная энергия частиц $q, q_1 (q, q_2)$ в их с.ц.м., где $\vec{q} + \vec{q}_1 = 0$ $(\vec{q} + \vec{q}_1 = 0)$, а Δ^2- и t^2 – квадраты передачи 4-импульсов; $\bar{\Delta}^2$ и $\bar{t}^2$ получаются из Δ^2 и t^2 заменой p_1 на p_2. Любые кинематические переменные (импульсы, энергии, углы рассеяния) в любой системе координат могут быть выражены через набор кинематических инвариантов (4).

Для того чтобы соотношения, относящиеся к разным диаграммам рис. 1, можно было записывать единым образом (что существенно при

составлении программы численных расчетов), введем 4-векторы z_1, z_2, z_3, z_4, которые для каждой из диаграмм принимают значения, указанные в таблице 2. Нетрудно убедиться, что инварианты U, T и D, определенные соотношениями

$$U = m^2 + \mu^2 - 2qz_3,$$
$$T = -2m^2 - 2z_2 z_4, \qquad (5)$$
$$D = -2m^2 - 2z_1 z_3,$$

Таблица 2

Диаграмма	z_1	z_2	z_3	z_4	U	T	D	Γ_1	Γ_2
1	p_1	p_2	q_1	q_2	ω^2	Δ^2	t^2	m_1	γ_5
2	p_2	p_1	q_1	q_2	ω^2	$\bar{\Delta}^2$	$\bar{t}^2$	m_2	γ_5
3	p_1	p_2	q_2	q_1	u^2	$\bar{t}^2$	$\bar{\Delta}^2$	γ_5	m_3
4	p_2	p_1	q_2	q_1	u^2	t^2	Δ^2	γ_5	m_4

для каждой из диаграмм принимают значения, указанные в таблице 2. Если ввести функцию

$$IMP(a, b, c) = \frac{1}{2}\sqrt{a - 2(b + c) + \frac{(b - c)^2}{a}},$$

то

$$P = IMP(U, m^2, -T) \qquad (6)$$

представляет величину трехмерного импульса начального протона, участвующего в виртуальном $\pi - N$ рассеянии, в с.ц.м. вторичных пиона и нуклона при полной энергии в этой системе $\sqrt{U}$; полная энергия этого протона

$$E_1 = \sqrt{P^2 + m^2}. \qquad (7)$$

Импульс пиона в той же с.ц.м. дается формулой

$$Q = \mathrm{IMP}(U, \mu^2, m^2), \tag{8}$$

энергия вторичного нуклона

$$E_2 = \sqrt{Q^2 + m^2}, \tag{9}$$

косинус угла между векторами импульсов начального и вторичного нуклонов

$$cv(D) = \frac{1}{2QP}\{2E_1E_2 - 2m^2 - D\}. \tag{10}$$

Дифференциальное сечение и поляризация

Матричный элемент для реакций (1) и (2), соответствующий диаграммам рис. 1, дается выражением

$$M = \frac{i m^2}{(2\pi)^{7/2}\sqrt{2q_0 q_{10} q_{20} P_{10} P_{20}}}\,\delta\,(q + q_1 + q_2 - p_1 - p_2)(M_1 - M_2 - M_3 + M_4), \tag{11}$$

где q_0, q_{10}, q_{20}, P_{10}, P_{20} – энергии частиц с импульсами q, q_1, q_2, P_1, P_2, соответственно, индексы у M_i указывают соответствующую диаграмму, а знаки "–" обусловлены идентичностью начальных и конечных нуклонов. В явном виде M_i с учетом обозначений таблицы 2 записываются следующим образом:

$$M_1 = \Pi(T)\bar{U}(z_4)\,\Gamma_2 U(z_2)\bar{U}(z_3)\Gamma_1 U(z_1). \tag{12}$$

Здесь $U(z)$– спинор, описывающий нуклон с импульсом z, матрицы $\Gamma = m(U, D, T)$ в соответствующих вершинах диаграмм описывают виртуальное π–N рассеяние, а функция

$$\Pi(T) = \sqrt{4\pi}\, g \frac{1}{T+\mu^2} F(T) \tag{13}$$

представляет собой произведение константы связи пиона с нуклоном g на пропагатор пиона и на пионный формфактор нуклона $F(T)$. Матрицы $m(U,D,T)$ связаны с инвариантными амплитудами рассеяния $a(U,D,T)$ и $b(U,D,T)$ соотношением

$$m(U,D,T) = a(U,D,T) + i b(U,D,T)\hat{q}, \tag{14}$$

где $\hat{q} = \gamma q = \vec{\gamma}\vec{q} - \gamma_0 q_0$.

Дифференциальное сечение реакций (1) и (2), выраженное через матричный элемент M, имеет вид

$$d\sigma = \frac{m^4}{2(2\pi)^5 j} \Sigma |M|^2 \delta(q+q_1+q_2-p_1-p_2) \frac{d^3q\, d^3q_1\, d^3q_2}{q_0 q_{10} q_{20}}, \tag{15}$$

где $j = \sqrt{(p_1p_2)^2 - m^4}$ – инвариантный поток падающих частиц, а знак суммы означает, что необходимо произвести усреднение по начальным и суммирование по конечным спиновым состояниям.

Для вычисления поляризационных эффектов удобно воспользоваться матрицей плотности конечных состояний ρ_f для процессов (1) и (2), нормированной так, что

$$d\sigma = \frac{m^4}{2(2\pi)^5 j} Sp\, \rho_f\, \delta(q+q_1+q_2-p_1-p_2) \frac{d^3q\, d^3q_1\, d^3q_2}{q_0 q_{10} q_{20}}. \tag{16}$$

Если ввести проецирующие операторы для состояний начальных и конечных нуклонов в виде

$$\Lambda(z) = \frac{\hat{z} + im}{2im},$$

то из выражения для матричных элементов (12), снова учитывая обозначения таблицы 2, можно получить следующую формулу для матрицы плотности:

$$
\rho_f = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\Pi_i^2(T)\Lambda(z_3)m_i\Lambda(z_1)\bar{m}_i\Lambda(z_3)\times\Lambda(z_4)\gamma_5\Lambda(z_2)\bar{\gamma}_5\Lambda(z_4) -
$$

$$
-\frac{1}{4}\sum_{\substack{i\neq k=1,2\\ 3,4}}\Pi_i(T)\,\Pi_k(T)\Lambda(z_3)m_i\Lambda(z_1)\bar{\gamma}_5\Lambda(z_4)\gamma_5\Lambda(z_2)\bar{m}_k\Lambda(z_3) - \tag{17}
$$

$$
-\frac{1}{4}\sum_{\substack{i\neq k=1,3\\ 2,4}}\Pi_i(T)\Pi_k(T)\Lambda(z_3)m_i\Lambda(z_1)\bar{m}_k\Lambda(z_4)\gamma_5\Lambda(z_2)\bar{\gamma}_5\Lambda(z_3).
$$

Здесь первая сумма представляет собой вклады отдельных диаграмм, а последующие суммы соответствуют интерференционным членам. Множитель $\frac{1}{4}$ возникает вследствие того, что начальные нуклоны неполяризованы. В интерференционных членах соответствие импульсов z с таблицей 2 сделано по первому индексу i.

Поляризация вторичных нуклонов в процессах (1) и (2) определяется выражением

$$
P_\mu\, d\sigma = \frac{m^4}{2(2\pi)^5 j}\,Sp\, i\gamma_5\gamma_\mu\rho_f\,\delta(q+q_1+q_2-p_1-p_2)\,\frac{d^3q\,d^3q_1\,d^3q_2}{q_0 q_{10} q_{20}}. \tag{18}
$$

Наблюдаемые на опыте величины для реакций с тремя конечными частицами в общем случае зависят от пяти независимых кинематических переменных. В том случае, когда в эксперименте регистрируются энергия и направление испускания одной из вторичных частиц, три из пяти переменных оказываются фиксированными, и выражения (16) и (18) нужно проинтегрировать по двум оставшимся переменным. Интегрируя, например, по углам вылета пиона в описанной выше лабораторной системе координат с учетом δ -функции, получим:

$$
\frac{d^2\sigma}{dT_1\,d\Omega_1} = \frac{m^4\tilde{q}_1}{2(2\pi)^5 j}\int_0^{2\pi}d\phi\int_{x_1}^{x_2}Sp\,\rho_f\,\rho_k\,d\cos\theta, \tag{19}
$$

$$
P_\mu\frac{d^2\sigma}{dT_1 d\Omega_1} = \frac{m^4\tilde{q}_1}{2(2\pi)^5 j}\int_0^{2\pi}d\phi\int_{x_1}^{x_2}Sp\, i\gamma_5\gamma_\mu\,\rho_f\,\rho_k\,d\cos\theta. \tag{20}
$$

Здесь

$$
\rho_k = \frac{\tilde{q}^2}{c_1\tilde{q} - r\,q_0\cos\theta}
$$

представляет собой фазовый множитель.

В случае, когда в реакциях (1) и (2) регистрируется только один вторичный нуклон, отличными от нуля компонентами его поляризации являются компоненты, перпендикулярные к плоскости реакции. Действительно, при сохранении четности поляризация должна быть направлена вдоль псевдовектора, а единственный псевдовектор, который можно построить из импульсов p_1, p_2 и q_1, есть

$$
n_\mu = \frac{N_\mu}{\sqrt{N^2}}, \quad N_\mu = i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\, p_{1\nu}\, p_{2\rho}\, q_{1\sigma},
$$

где $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ -антисимметричный тензор 4-го ранга. Таким образом, поляризация вторичных протонов от реакций (1) и (2) дается выражением:

$$
P(T_1,\theta_1) = \frac{\int_0^{2\pi}d\phi\int_{x_1}^{x_2}Sp\, i\gamma_5\hat{n}\rho_f\cdot\rho_k\, d\cos\theta}{\int_0^{2\pi}d\phi\int_{x_1}^{x_2}Sp\,\rho_f\cdot\rho_k\, d\cos\theta}. \tag{21}
$$

Используя формулу (17) для матрицы плотности, можно вычислить $Sp\,\rho_f$ и $Sp\, i\gamma_5\hat{n}\rho_f$. При этом

$$
Sp\,\rho_f = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_{12} + A_{13} + A_{24} + A_{34},
$$

$$
Sp\, i\gamma_5\hat{n}\rho_f = B_1 + B_2 + B_{12} + B_{13} + B_{24} + B_{34}. \tag{22}
$$

Члены с одиночными индексами, входящие в формулы (22), отвечают вкладам соответствующих отдельных диаграмм, а слагаемые с двойными индексами представляют вклады от интерференции разных диаграмм. Отсутствие членов B_3 и B_4, а также членов, отвечающих интерференции между диаграммами 1 и 4, 2 и 3, обусловлено тем, что обмениваемый пион является псевдоскалярной частицей.

Выражения для A_i, A_{ik}, B_i, B_{ik} (с учетом обозначений таблицы 2) имеют вид:

$$
A_i = \Pi_i^2(T)\frac{m^2 + z_2 z_4}{4m^4}\{|a(U,D,T)|^2(z_1 z_3 - m^2) - |b(U,D,T)|^2[2z_1 q\cdot z_3 q -
$$

$$
+\mu^2(z_1 z_3 + m^2)] - 2m(z_1 q + z_3 q)\,\mathrm{Re}\, a(U,D,T)\, b^*(U,D,T)\}.
$$

$$
A_{ik} = \Pi_i(T)\Pi_k(T)\{\mathrm{Re}\, a_i a_k^* I_{ik}^a + \mathrm{Re}\, b_i a_k^* I_{ik}^{ba} + \mathrm{Re}\, a_i b_k^* I_{ik}^{ab} - \mathrm{Re}\, b_i b_k^* I_{ik}^b\}.
$$

Для i,k = 1,2 или 3,4:

$$I^{a}_{1k}=\frac{1}{8m^2}(2z_1z_2-z_1q-z_2q-z_3q)+\frac{1}{8m^4}\{z_1z_3(2z_2z_3+z_2q)+z_1q\cdot z_2z_3-$$

$$-z_1z_2\cdot z_3q\},$$

$$I^{ba}_{1k}=\frac{-\mu^2-2z_2q}{8m}-\frac{\mu^2}{8m^3}(z_1z_2+z_1z_3-z_2z_3)-\frac{1}{4m^3}\{z_2q(z_1z_3+z_1q)+z_3q(z_1q+$$

$$+z_2z_3-z_1z_2)\},$$

$$I^{ab}_{1k}=-\frac{\mu^2+2z_1q}{8m}-\frac{\mu^2}{8m^3}(z_1z_2-z_1z_3+z_2z_3)-\frac{1}{4m^3}\{z_1q(z_2z_3+z_2q)+z_3q(z_1z_3+$$

$$+z_2q-z_1z_2)\},$$

$$I^{b}_{1k}=\frac{\mu^2}{4}+\frac{\mu^2}{8m^2}(2z_1z_3+2z_2z_3+z_1q+z_2q+z_3q)+\frac{1}{4m^2}z_3q(z_1q+z_2q-z_3q)+$$

$$+\frac{\mu^2}{8m^4}\{z_1z_3(2z_2z_3+z_2q)+z_1q\cdot z_2z_3+z_1z_2\cdot z_3q\}+\frac{z_3q}{4m^4}\{z_1q(2z_2q+z_2z_3)+z_1z_3z_2q-$$

$$-z_1z_2\cdot z_3q\}.$$

Для $i,k=1,3$ или $3,4$:

$$I^{a}_{1k}=\frac{1}{8m^2}(2z_1z_2+z_1q-z_2q+z_3q)+\frac{1}{8m^4}\{z_1z_3(2z_2z_3+z_2q)+z_1q\cdot z_2z_3-z_1z_2z_3q\},$$

$$I^{ba}_{1k}=\frac{\mu^2-2z_2q}{8m}-\frac{\mu^2}{8m^3}(z_1z_2-z_1z_3-z_2z_3)-\frac{1}{4m^3}\{z_2q(z_1z_3+z_1q)+z_3q(z_2z_3-$$

$$-z_1z_2-z_1q)\},$$

$$I^{ab}_{1k}=\frac{\mu^2-2z_3q}{8m}-\frac{\mu^2}{8m^3}(z_1z_3-z_1z_2-z_2z_3)-\frac{1}{4m^3}\{z_1q(z_1z_3-z_1z_2)+z_3q\cdot z_2z_3\},$$

$$I^{b}_{1k}=\frac{\mu^2}{4}+\frac{\mu^2}{8m^2}(2z_1z_3+2z_2z_3-z_1q+z_2q-z_3q)+\frac{1}{4m^2}z_1q(z_2q-z_1q+z_3q)+$$

$$+\frac{\mu^2}{8m^4}\{z_1z_3(2z_2z_3+z_2q)-z_1q\cdot z_2z_3-z_1z_2z_3q\}+\frac{z_1q}{4m^4}\{z_3q(2z_2z_3-z_1z_2)+$$

$$+z_1z_3z_2q-z_1q\cdot z_2z_3\}.$$

$$B_1=\Pi_1^2(T)\frac{m^2+z_2z_4}{2m^4}\,\mathrm{Im}\,a(U,D,T)\,b^*(U,D,T)\,d_1,$$

$$B_{1k}=\Pi_1\Pi_k(\mathrm{Im}\,a_1a^*_kR^{a}_{1k}+\mathrm{Im}\,b_1a^*_kR^{ba}_{1k}+\mathrm{Im}\,a_1b^*_kR^{ab}_{1k}+\mathrm{Im}\,b_1b^*_kR^{b}_{1k}),$$

$$R^{a}_{12}=\frac{1}{8m^3}(d_1-d_2+d_3+2d_4),$$

$$R^{ba}_{12}=\frac{1}{8m^2}(d_1-d_2-d_3)+\frac{1}{8m^4}\{p_2q_1(d_3-d_1)-q_1q_2d_3+p_2q_2d_1+p_1q(d_4-d_2)\},$$

$$R^{ab}_{12}=\frac{1}{8m^2}(d_1-d_2-d_3)+\frac{1}{8m^4}\{q_1q(d_3+d_4)-p_2q(d_3-d_1)+p_2q(d_4+d_1)-p_1q_2d_2\},$$

$$R^{b}_{12}=\frac{1}{8m^3}(d_1-d_2-d_3)(q_1q+p_2q-q_2q+p_1q),$$

$$R^{a}_{34}=\frac{1}{8m^3}(d_1-d_2-d_3+2d_4),$$

$$R^{ba}_{34}=\frac{1}{8m^2}(d_1-d_2-d_3)+\frac{1}{8m^4}\{p_1q_1(d_3+d_2)-q_1q(d_3+d_4)+p_1q(d_4-d_2)-$$

$$-p_2q_2d_1\},$$

$$R^{b}_{34}=\frac{1}{8m^2}(d_1-d_2-d_3)+\frac{1}{8m^4}\{q_1q_2d_3+p_1q_2d_2+p_2q(d_1+d_4)-p_1q_1(d_2+d_3)\},$$

$$R^{b}_{34}=\frac{1}{8m^3}(d_1-d_2-d_3)(p_1q-q_1q+p_2q+q_2q).$$

Для $i,k=1,3$ или $2,4$:

$$R^{a}_{1k}=\frac{1}{8m^3}(-d_1-d_2+d_3+2d_4),$$

$$R^{ba}_{1k}=\frac{1}{8m^2}(d_1-d_2-d_3)+\frac{1}{8m^4}\{z_2q_1(d_3-d_1)-q_1q_2d_3+z_2q_2d_1+z_1q(d_4-d_2)\},$$

$$R^{ab}_{1k}=\frac{1}{8m^2}(d_1-d_2-d_3)+\frac{1}{8m^4}\{-z_2q_1(d_3-d_1)+q_1q_2d_3-z_2q_2d_1+z_1q(d_4-d_2)\},$$

$$R^{b}_{1k}=\frac{1}{8m^3}\{\mu^2(d_4-d_2)+q_1q\,d_1+z_2q(d_3-2d_1)+z_1q(d_1-d_2-d_3)+q_2q(d_1-d_3)\}.$$

$$d_1=i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}n_\mu z_{1\nu}q_{1\rho}q_\sigma,$$

$$d_2=i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}n_\mu z_{2\nu}q_{1\rho}q_\sigma,$$

$$d_3=i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}n_\mu z_{1\nu}z_{2\rho}q_\sigma;$$

$$d_4=i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}n_\mu z_{1\nu}z_{2\rho}q_{1\sigma}.$$

Амплитуды $\pi-N$ рассеяния

В модели однопионного обмена измеряемые при исследовании реакций (1) и (2) величины выражаются через амплитуды $\pi-N$ рассеяния с учетом виртуальности обмениваемого пиона. Это означает, что необходимо знать поведение амплитуд $\pi-N$ рассеяния вне массовой поверхности. Связь виртуального $\pi-N$ рассеяния с реальным в общем случае неизвестна. В работах /11-13/ эта связь была установлена в рамках одномерных дисперсионных соотношений в предположении, что в интегральные уравнения основной вклад дает резонансное (3/2, 3/2) -состояние.

Для вычисления амплитуд $\pi-N$ рассеяния в настоящей работе были использованы результаты фазового анализа данных по $\pi-N$ рассеянию /14/. Из результатов этого анализа и кинематики реакций (1) и (2) при 669 Мэв следует, что в разложении амплитуд $\pi-N$ рассеяния по парциальным волнам достаточно ограничиться S - и P -состояниями. В интервале кинетической энергии падающего пиона от 0 до 250 Мэв значения фазовых сдвигов работы /14/ хорошо аппроксимируются следующими аналитическими зависимостями, найденными методом наименьших квадратов:

$$\begin{aligned}
\delta(S_{31})&=(-0{,}060\pm0{,}013)Q+(-0{,}093\pm0{,}024)Q^2+(0{,}020\pm0{,}010)Q^3,\\
\delta(P_{31})&=(-0{,}054\pm0{,}004)Q^3+(0{,}019\pm0{,}002)Q^4,\\
\delta(P_{33})&=(0{,}496\pm0{,}033)Q^3+(-0{,}975\pm0{,}081)Q^4+(1{,}007\pm0{,}063)Q^5+\\
&\quad+(-0{,}288\pm0{,}015)Q^6,
\end{aligned}\tag{23}$$

$$\begin{aligned}
\delta(S_{11})&=(0{,}304\pm0{,}016)Q+(-0{,}266\pm0{,}032)Q^2+(0{,}090\pm0{,}014)Q^3,\\
\delta(P_{11})&=(-0{,}098\pm0{,}005)Q^3+(0{,}083\pm0{,}008)Q^4+(-0{,}012\pm0{,}003)Q^5,\\
\delta(P_{13})&=(-0{,}021\pm0{,}006)Q^3+(0{,}024\pm0{,}008)Q^4+(-0{,}009\pm0{,}003)Q^5,
\end{aligned}$$

(значения импульса пиона в с.ц.м. Q следует брать в единицах μ, при этом значения фазовых сдвигов получаются в радианах). Соответствующие парциально-волновые амплитуды связаны с фазовыми сдвигами соотношением:

$$f_{L,2I,2J}=\frac{1}{2iQ}\{\exp[2i\,\delta(L_{2I,2J})]-1\}.\tag{24}$$

Запишем матрицу $\pi-N$ рассеяния в виде

$$m(U,D,T)=\frac{4\pi\sqrt{U}}{m}\left(f_1+\frac{\vec\sigma\vec z_3\cdot\vec\sigma\vec z_1}{\tilde{\tilde z}_3\tilde{\tilde z}_1}f_2\right).\tag{25}$$

Здесь $f_1(U,D,T)$ и $f_2(U,D,T)$ представляют спиновую и бесспиновую амплитуды рассеяния. При $T=-\mu^2$ эти амплитуды соответствуют амплитудам реального $\pi-N$ рассеяния. Разложение амплитуд f_1 и f_2 по парциальным волнам, в случае учета только S - и P -состояний, имеет вид:

$$\begin{aligned}
f_1(U,D,T)&=c_1[f_{S31}(U,T)+3f_{P33}(U,T)\,cv(D)]+c_2[f_{S11}(U,T)+3f_{P13}(U,T)\,cv(D)],\\
f_2(U,D,T)&=c_1[f_{P31}(U,T)-f_{P33}(U,T)]+c_2[f_{P11}(U,T)-f_{P13}(U,T)].
\end{aligned}\tag{26}$$

Значения коэффициентов c_1 и c_2, учитывающих изоспиновую структуру вершин в диаграммах рис. 1 для реакций (1) и (2), приведены в таблице 3.

В выражения для наблюдаемых на опыте величин входят инвариантные амплитуды $\pi-N$ рассеяния. Сравнивая (14) и (25), инвариантные амплитуды можно выразить через f_1 и f_2:

Таблица 3

Реакция	$p+p\to p+n+\pi^+$				$p+p\to p+p+\pi^0$			
Диаграмма	1	2	3	4	1	2	3	4
c_1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}/3$	$\sqrt{2}/3$	2/3	2/3	2/3	2/3
c_2	0	0	$-\sqrt{2}/3$	$-\sqrt{2}/3$	1/3	1/3	1/3	1/3

$$a(U,D,T)=4\pi\left\{\frac{\sqrt{U}+m}{\sqrt{(E_1+m)(E_2+m)}}f_1-\frac{\sqrt{U}-m}{\sqrt{(E_1-m)(E_2-m)}}f_2\right\},$$

$$b(U,D,T)=-4\pi\left\{\frac{f_1}{\sqrt{(E_1+m)(E_2+m)}}+\frac{f_2}{\sqrt{(E_1-m)(E_2-m)}}\right\}. \quad (27)$$

В работе /13/ было показано, что зависимость амплитуды f_{P33} виртуального $\pi-N$ рассеяния от T дается выражением

$$f_{P33}(U,T)=\frac{f^B(U,T)}{f^B(U,-\mu^2)}f_{P33}(U,-\mu^2), \quad (28)$$

где

$$f^B=g^2\left\{\frac{\sqrt{U}-m}{2\sqrt{U(E_1-m)(E_2-m)}}Q_1(\beta)-\frac{\sqrt{U}+m}{2\sqrt{U(E_1+m)(E_2+m)}}Q_2(\beta)\right\},$$

$Q_\ell(\beta)$ - функции Лежандра второго рода от аргумента

$$\beta=\frac{2E_1(\sqrt{U}-E_2)-\mu^2}{2PQ}.$$

Было показано также /13/, что зависимости от квадрата 4-импульса виртуального пиона T остальных парциально-волновых амплитуд, за исключением f_{S11}-амплитуды, не сильно отличаются от зависимости для f_{P33} - амплитуды (28). Поэтому остальные парциально-волновые амплитуды для виртуального рассеяния, кроме амплитуды f_{S11}, записывались в виде:

$$f_{L,2I,2J}(U,T)=\frac{f^B(U,T)}{f^B(U,-\mu^2)}f_{L,2I,2J}(U,-\mu^2). \quad (29)$$

Зависимости амплитуд виртуального рассеяния от квадрата полной энергии $\pi-N$ системы U для всех состояний были найдены примерно такими же, как и на массовой поверхности. Что же касается T -зависимости f_{S11} -амплитуды для виртуального рассеяния, то она заметно отличается от T -зависимости f_{P33} -амплитуды. В настоящей работе, в соответствии с /13/, поведение f_{S11} -амплитуды вне массовой поверхности учитывалось с помощью дополнительной корректирующей функции, так что

$$f_{S11}(U,T)=\frac{f^B(U,T)}{f^B(U,-\mu^2)}\cdot\frac{1-(T/\mu^2+1)/(\Delta_0^2/\mu^2+1)}{1+(T/\mu^2+1)/\gamma}f_{S11}(U,-\mu^2). \quad (30)$$

Вычисления поляризации вторичных протонов в реакциях (1) и (2) производились для различных значений параметров Δ_0^2/μ^2 и γ.

Результаты вычислений

Для согласования вычисленных в рамках модели однопионного обмена энергетических спектров вторичных частиц в реакциях (1) и (2) с экспериментальными данными, помимо учета поведения амплитуд $\pi-N$ рассеяния вне массовой поверхности, вводится функция $F(T)$ (см. формулу (13)), корректирующая вклад однопионного обмена при больших передачах импульса /6,13/. Этой функции придается смысл пионного формфактора нуклона. В настоящей работе, в соответствии с /15/, для формфактора использовалось выражение:

$$F(T)=\frac{9\mu^2}{T+10\mu^2}. \quad (31)$$

Вычисление поляризации вторичных протонов для реакций (1) и (2) производилось путем численного интегрирования выражения (21). Зависимости поляризации вторичных протонов с энергией T_1 = 376 Мэв от угла испускания этих протонов в лаб. системе θ_1 находились при разных значениях параметров Δ_0^2/μ^2 и γ и в разных предположениях о формфакторе $F(T)$. Значения параметров, отвечающие разным вариантам расчета, приведены в таблице 4. На рис. 3 и 4 показаны угловые зависимос-

Таблица 4

Вариант расчета	$F(T)$	Δ_0^2/μ^2	γ
1	$9/(T/\mu^2+10)$	2,5	10
2	—"—	1,0	20
3	—"—	∞	∞
4	1	2,5	10

ти поляризации протонов в реакциях $pp\to pn\pi^+$ (1) и $pp\to pp\pi^0$(2) соответственно, полученные для разных вариантов расчета. Видно, что значения поляризации для реакции (1) больше, чем для реакции (2). Это обусловлено различием весовых коэффициентов c_1 и c_2 в изоспиновом пространстве для реакций (1) и (2) (см. таблицу 3).

Из сравнения вариантов 1 и 2 с вариантом 3, который вычислялся без учета дополнительной корректирующей функции к f_{S11} -амплитуде виртуального π-N рассеяния, можно видеть, что для реакции (2) различие между этими вариантами проявляется значительно резче, чем для реакции (1). Этот эффект следовало ожидать заранее. Действительно, основной вклад в выражение для $\mathrm{Sp}\, i\gamma_5 \hat{n}\rho_f$, определяющее величину поляризации, дают диаграммы 1 и 2 (см. формулу (22)). В то же время, как это видно из таблицы 3, значения коэффициента c_2 , характеризующего вклад S_{11} -состояния в разложение по парциальным волнам (26), в случае реакции (1) для 1 и 2 диаграмм равны нулю, а для реакции (2) составляют 1/3. Поэтому угловая зависимость поляризации протонов именно в реакции $pp\to pp\pi^0$ должна быть наиболее чувствительна к поведению f_{S11} -амплитуды вне массовой поверхности.

Наконец, сравнение варианта 1 с вариантом 4, вычисленным без учета формфактора, показывает, что наличие формфактора существенно сказывается на абсолютных значениях поляризации протонов как в реакции (1), так и в реакции (2), приводит к их увеличению, и не меняет заметно формы угловой зависимости поляризации.

Следует подчеркнуть, что поляризация вторичных нуклонов в реакциях одиночного образования пионов гораздо более чувствительна к пове-

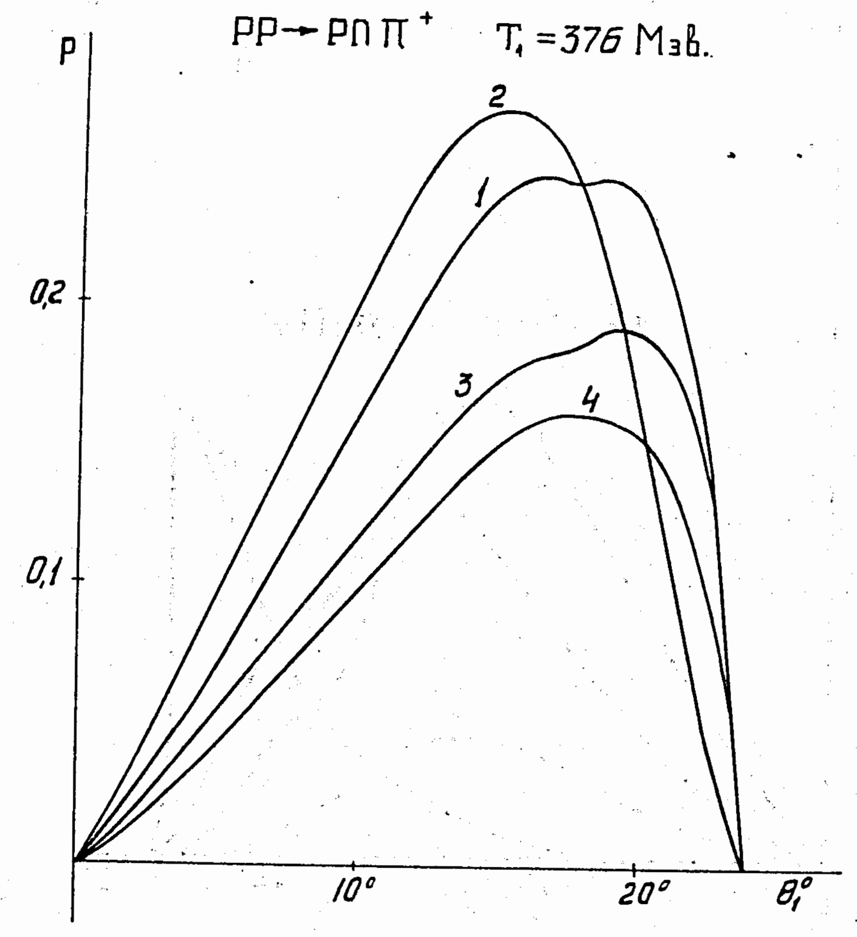

Рис.3. Угловая зависимость поляризации протонов с T_1 = 376 Мэв в реакции $pp\to pn\pi^+$ при энергии начальных протонов T_0 = 669 Мэв. Кривые 1-4 соответствуют вариантам расчета 1-4 таблицы 4.

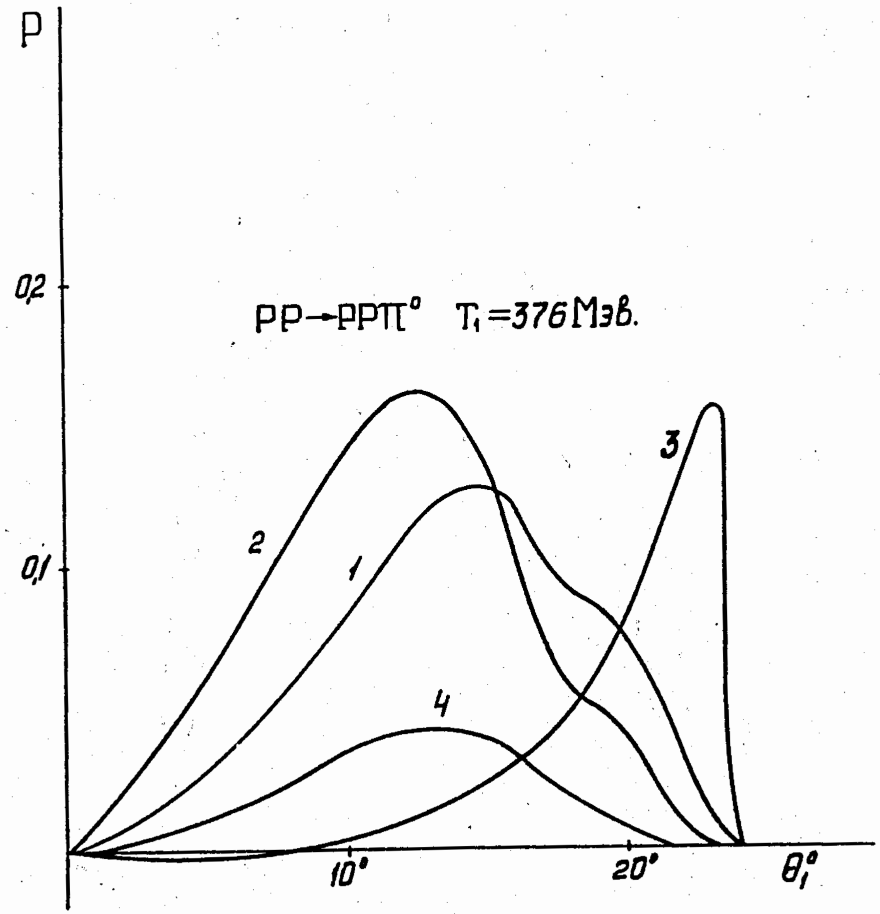

Рис.4. Угловая зависимость поляризации протонов с T_1 =376 Мэв в реакции $pp \to pp\pi^0$ при энергии начальных протонов T_0 = 669 Мэв.

дению нерезонансных амплитуд $\pi - N$ рассеяния вне массовой поверхности, чем дифференциальные сечения. Если в разложениях (26) оставить только резонансное P_{33} -состояние, то поляризация может возникнуть только за счет интерференции между диаграммами 1 и 3, а также 2 и 4. Численные расчеты показывают, что величина этих членов при учете только P_{33}-состояния составляет ≈ 0,02, в то время как вклад P_{33} -состояния в дифференциальные сечения является определяющим. Причиной возникновения поляризации в модели однопионного обмена является интерференция резонансной амплитуды $\pi - N$ рассеяния с нерезонансными, поэтому для вычисления поляризационных эффектов крайне важно знать их поведение вне массовой поверхности.

Поляризация вторичных протонов в процессах одиночного образования пионов является функцией двух переменных - угла испускания протонов в лаб. системе θ_1 и кинетической энергии протонов в той же системе T_1 . Чтобы качественно понять зависимость возникающей поляризации от обоих этих параметров, вычислялись угловые и энергетические распределения поляризации при некоторых фиксированных значениях T_1 или θ_1 , усредненные по реакциям (1) и (2). Эти расчеты производились для варианта 1 таблицы 4. Для нахождения усредненных значений поляризации $\bar{P}$ использовалось соотношение

$$\bar{P} = \frac{\sigma^+ P^+ + \sigma^0 P^0}{\sigma^+ + \sigma^0}, \tag{32}$$

где индексы "+" и "0" относятся к реакциям (1) и (2), соответственно, а σ и σP представляют собой дифференциальное сечение и произведение дифференциального сечения на поляризацию, определенные формулами (19) и (20). На рис. 5 показаны угловые зависимости P при разных значениях T_1 , а на рис. 6 - энергетические зависимости P при различных значениях θ_1 . Видно, что максимального значения поляризации, усредненной по реакциям (1) и (2), следует ожидать для вторичных протонов с энергиями $T_1 \approx$ 400 ÷ 450 Мэв, регистрируемых под углами $\theta_1 \approx 10^\circ \div 15^\circ$.

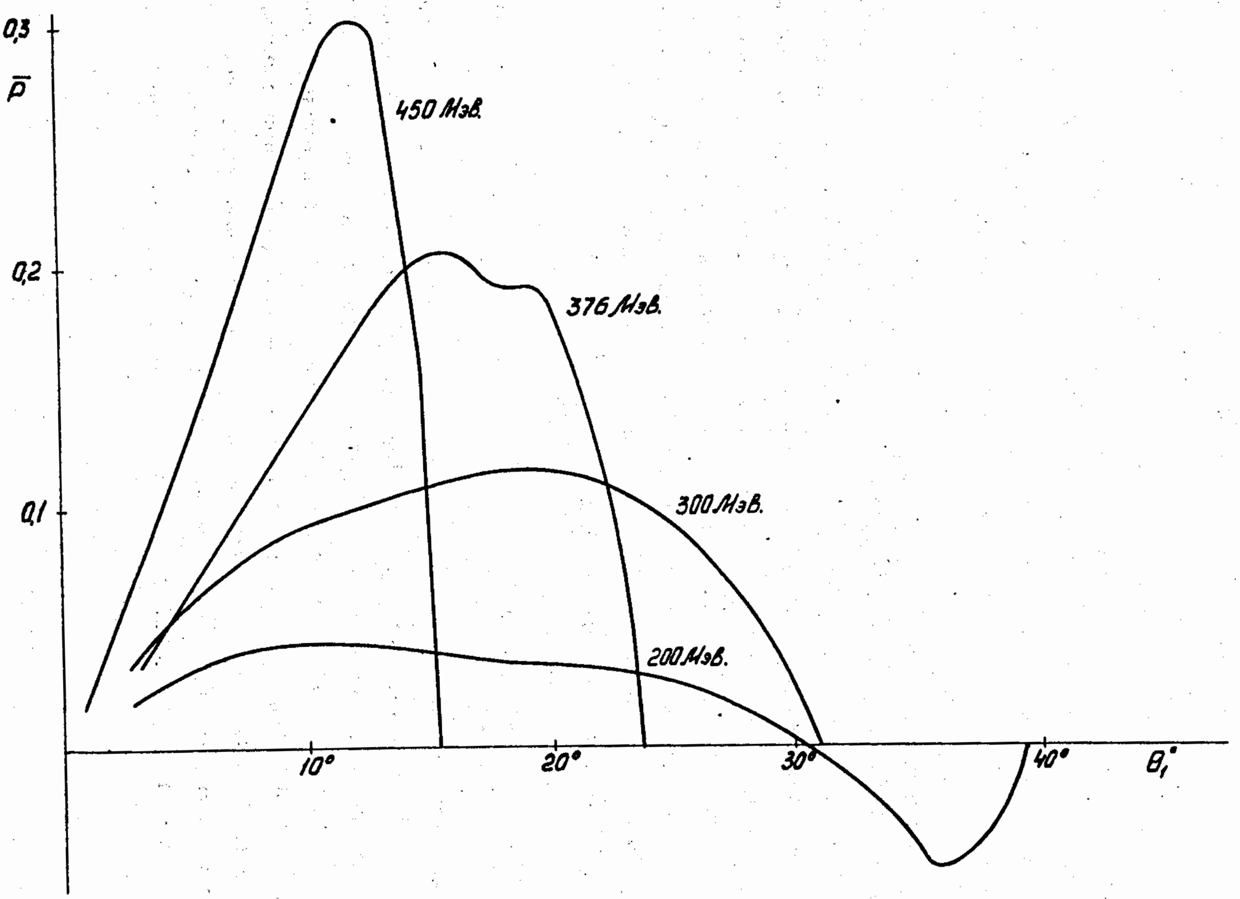

Рис.5. Угловые зависимости усредненной по реакциям (1) и (2) поляризации $\bar{P}$ вторичных протонов при разных энергиях. Кривые приведены для варианта 1 таблицы 4.

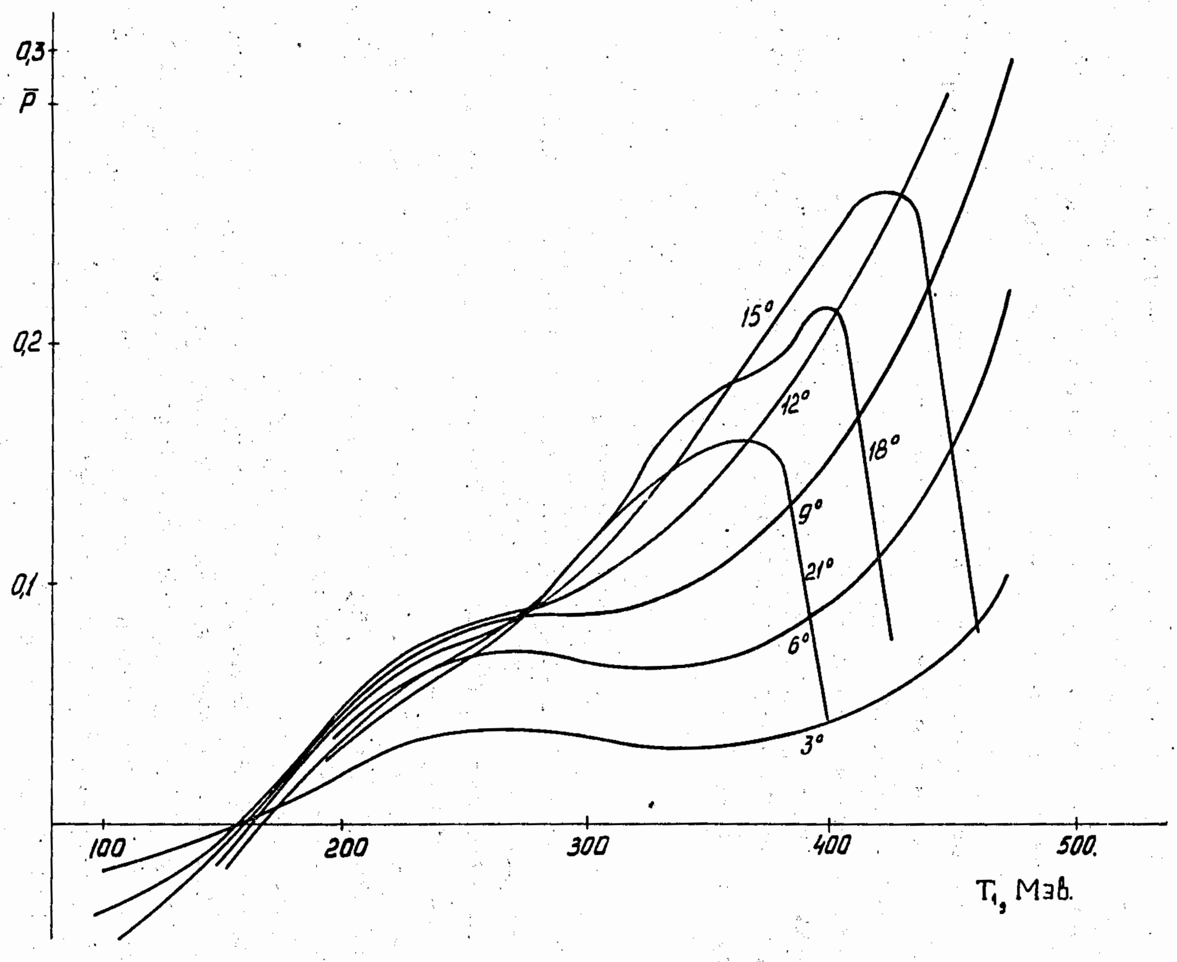

Рис.6. Энергетические зависимости $\bar{P}$ при различных значениях угла вылета протонов θ_1 . Кривые вычислены для варианта 1 таблицы 4.

Заключение

Выполненные на основе однопионной обменной модели расчеты и проведенное рассмотрение позволяют сделать следующие выводы.

1. Поляризация вторичных протонов в реакциях одиночного образования пионов $pp \to pn\pi^+$ и $pp \to pp\pi^0$ возникает в результате интерференции резонансной P_{33} -амплитуды $\pi - N$ рассеяния с нерезонансными.

2. Величина поляризации и форма ее угловой зависимости очень чувствительны к поведению амплитуд $\pi - N$ рассеяния вне массовой поверхности и к предположениям о пионном формфакторе нуклона, вводимом в модели однопионного обмена.

3. Угловая зависимость поляризации протонов в реакции $pp \to pp\pi^0$ особенно чувствительна к поведению амплитуды S_{11} -состояния $\pi - N$ системы вне массовой поверхности.

4. Экспериментальное исследование поляризации протонов в реакциях $NN \to NN\pi$ может служить хорошим тестом для проверки используемых в однопионной обменной модели предположений и для выяснения механизма одиночного образования пионов при энергии 669 Мэв.

Литература

1. V.E. Barnes, D.V. Bugg, W.P. Dodd, J.B. Kinson, L. Riddiford. Phys.Rev.Letters, 7, 288 (1961).
2. W.J. Fickinger, E. Pickup, D.K. Robinson, E.O. Salant. Phys.Rev., 125, 2082 (1962).
3. G.A. Smith, H. Courant, E.C. Fowler, H. Kraybill, J. Sandweiss, H. Taft. Phys.Rev., 123 2160 (1961).
4. F. Selleri. Phys.Rev.Letters, 6, 64 (1961).
5. G. Da Prato. Nuovo Cimento, 22, 123 (1961).
6. E. Ferrari, F. Selleri. Suppl.Nuovo Cimento, 24, 453 (1962).
7. E. Ferrari, F. Selleri. Nuovo Cimento, 27, 1450 (1963).
8. W. Buzza, D.G. Davis, B.G. Duff, R.E. Jennings, F.F. Heymann, D.T. Walton, E.H. Bellymy, T.F. Buckley, P.V. March, A. Stefanini, J.A. Strong. Nuovo Cimento, 42A, 871 (1966).

9. Л.С. Ажгирей, Н.П. Клепиков, Ю.П. Кумекин, М.Г. Мещеряков, С.Б. Нурушев, Г.Д. Столетов. ЖЭТФ, 45, 1174 (1963).
10. С.Б. Нурушев, В.Л. Соловьянов. Препринт ОИЯИ Р-2382, Дубна, 1965.
11. E. Ferrari, F. Selleri. Nuovo Cimento, 21, 1028 (1961).
12. J.D. Jackson. Nuovo Cimento, 34, 1644 (1964).
13. F. Selleri. Nuovo Cimento, 40A, 236 (1965).
14. A. Donnachie, in "Particle Interactions at High Energies", Scottish Universities' Summer School, 1966, p. 330.
15. U. Amaldi, Jr., R. Biancastelli, S. Francaviglia. Nuovo Cimento, 47, 85 (1967).

Рукопись поступила в издательский отдел
20 февраля 1970 года.