

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна.

P2 - 4918



Н.Б. Скачков

АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА
РЕЛЯТИВИСТСКОЙ АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ
В КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОМ ПОДХОДЕ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

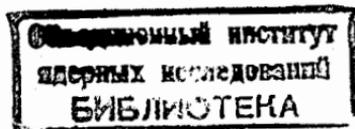
1970

P2 - 4918

Н.Б. Скачков

АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА
РЕЛЯТИВИСТСКОЙ АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ
В КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОМ ПОДХОДЕ

Направлено в журнал "Теоретическая
и математическая физика"



1. Введение

Целью настоящей работы является изучение аналитических свойств релятивистской амплитуды рассеяния в квазипотенциальном подходе.

В ряде работ /1-3/ для этой цели применялось квазипотенциальное уравнение Логунова-Тавхелидзе /4-6/

$$T(\vec{p}, \vec{q}) = V(\vec{p}, \vec{q}; E_q) + \frac{1}{(4\pi)^3} \int \frac{d^3 \vec{k}}{\sqrt{\vec{k}^2 + m^2}} \frac{V(\vec{p}, \vec{k}; E_q) T(\vec{k}, \vec{q})}{\vec{k}^2 - \vec{q}^2 - i\epsilon} \quad (1)$$

(\vec{p} и \vec{q} - начальные и конечные импульсы частиц в системе центра инерции, частицы предполагаются скалярными, а их массы - равными). Формально уравнение (1) отличается от аналогичного нерелятивистского уравнения Липпмана-Швингера фактором $1/\sqrt{\vec{k}^2 + m^2}$, ведущим свое происхождение от релятивистской кинематики. В нерелятивистской теории, исходя из уравнения Липпмана-Швингера, можно доказать мандельштамовское представление амплитуды рассеяния, если потенциал является суперпозицией потенциалов Юкавы

$$V(\vec{p}, \vec{q}) = \int_{\mu_0}^{\infty} \frac{d\mu^2 \rho(\mu^2)}{\mu^2 + (\vec{p} - \vec{q})^2} \quad (2)$$

В работах^{/1-6/} было выяснено, что квазипотенциальное уравнение (1) с потенциалом, обладающим представлением (2) со спектральной функцией ρ , зависящей от энергии, не дает амплитуды рассеяния, удовлетворяющей представлению Манделъстама. Причина этого состоит в том, что дисперсионное соотношение для амплитуды рассеяния по передаче импульса $t = -(\vec{p} - \vec{q})^2$ справедливо не при всех энергиях $s = 4(m^2 + \vec{q}^2)$, а лишь в области, расположенной справа и слева от прямой $\text{Re } q^2 = -(m^2 + \mu^2)^{1/2}$.

В данной работе для исследования аналитических свойств двух-частичной релятивистской амплитуды рассеяния применяется квазипотенциальное уравнение (3), выведенное в работе^{/7/}:

$$T(s_p, t_{pq}, s_q) = V(s_p, t_{pq}, s_q; s_q) + \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^4 k_1 D^{(+)}(k_1) \frac{V(s_p, t_{pk}, s_k; s_q) T(s_k, t_{kq}, s_q)}{s_k + t_{kq} + u_{kq} - 4m^2 - i\epsilon} \quad (3)$$

где

$$s_k = (k_1 + k_2)^2, \quad s_p = (p_1 + p_2)^2, \\ t_{kq} = (k_1 - q_1)^2, \quad u_{kq} = (k_1 - q_2)^2.$$

p_1 и p_2 — 4-импульсы налетающих частиц, а q_1 и q_2 — рассеянных. В системе центра инерции

$$\vec{p}_1 = -\vec{p}_2 = \vec{p}, \quad \vec{q}_1 = -\vec{q}_2 = \vec{q},$$

$$s_q = 4E_q^2 = 4(m^2 + \vec{q}^2).$$

уравнение (3) принимает вид

$$T(\vec{p}, \vec{q}) = V(\vec{p}, \vec{q}; E_q) + \frac{1}{(4\pi)^3} \int \frac{d^3 \vec{k}}{\sqrt{k^2 + m^2}} \frac{V(\vec{p}, \vec{k}; E_q) T(\vec{k}, \vec{q})}{E_k(E_k - E_q - i\epsilon)} \quad (4)$$

$$E_k = \sqrt{k^2 + m^2}.$$

При работе с уравнениями (3)-(4) удобнее иметь дело с существенно релятивистским спектральным представлением квазипотенциала

$$V((\vec{p} - \vec{q})^2; E_q) = \int_{\mu_0}^{\infty} \frac{d\mu^2 \rho(\mu^2; E_q)}{\mu^2 - (p-q)^2} = \int_{\mu_0}^{\infty} \frac{d\mu^2 \rho(\mu^2; E_q)}{\mu^2 - (E_p - E_q)^2 + (\vec{p} - \vec{q})^2} \quad (5)$$

вместо (2). Ниже мы покажем, что при продолжении квазипотенциала за энергетическую поверхность, основанном на формуле (5), аналитические свойства амплитуды рассеяния по передаче импульса t и энергии s отличаются от тех же свойств, установленных в работе^{/2/}.

2. Аналитические свойства по передаче импульса

Приступим к изучению аналитических свойств по передаче импульса t амплитуды рассеяния, удовлетворяющей уравнению (4) с потенциалом (5). Для этого оказывается существенным рассмотрение интеграла, соответствующего второму борновскому приближению (как и в^{/2/}),

$$[V \times V] = \int_{4m^2}^{\infty} \frac{d\mu_1^2 \rho(\mu_1^2; E_q)}{4m^2} \int_{4m^2}^{\infty} \frac{d\mu_2^2 \rho(\mu_2^2; E_q)}{4m^2} \int \frac{d^3 \vec{k}}{\sqrt{k^2 + m^2}} \frac{1}{\mu_1^2 - (p-k)^2} \frac{1}{E_k(E_k - E_q - i\epsilon)} \frac{1}{\mu_2^2 - (k-q)^2}$$

Интеграл по \vec{k} можно преобразовать к виду

$$\int \frac{dk}{\sqrt{k^2 + m^2}} \frac{1}{E_k(E_k - E_q - i\epsilon)} \frac{1}{4pq} \int d\Omega_{\vec{k}} \frac{1}{z_1 - \cos(\vec{p}\vec{k})} \frac{1}{z_2 - \cos(\vec{k}\vec{q})} \quad (7)$$

где ^{x/}

$$z_1 = \frac{\mu^2 + k^2 + p^2 - (E_k - E_p)^2}{2kp}; \quad z_2 = \frac{\mu^2 + k^2 + q^2 - (E_k - E_q)^2}{2kq} \quad (8)$$

Вспользуемся известной формулой

$$\int d\Omega_{\vec{k}} \frac{1}{z_1 - \cos(\vec{p}\vec{k})} \frac{1}{z_2 - \cos(\vec{k}\vec{q})} = 4\pi \int_{z_{1,2}}^{\infty} \frac{dz'}{z' - \cos(\vec{p}\vec{q})} \frac{1}{\sqrt{K(z_1, z_2; z')}} \quad (9)$$

$$z_{1,2} = z_1 z_2 + \sqrt{(z_1^2 - 1)(z_2^2 - 1)}$$

$$K(z_1, z_2; z') = z_1^2 + z_2^2 + z'^2 - 2z_1 z_2 z' - 1$$

для того, чтобы преобразовать интеграл по телесному углу к спектральному виду:

$$4\pi \int_{t_{4+}} \frac{dt'}{t' - t} \frac{1}{\sqrt{K_4(z_1, z_2; t')}} \quad (10)$$

^{x/} Мы положили $\mu_1 = \mu_2 = \mu$.

На энергетической поверхности $p^2 = q^2$ величины, входящие в (10), определяются следующим образом:

$$t_{4+} = -2q^2(1 - z_{1,2}) = \frac{4\mu^2 E_k E_q + 4m^2 (E_k - E_q)^2 + \mu^2 (\mu^2 - 4m^2)}{E_k^2 - m^2} \quad (11)$$

$$t = -2q^2(1 - \cos(\vec{p}\vec{q}))$$

$$K_4(z_1, z_2; t') = \frac{t'(t' - t_{4+})}{4(q^2)^2} = \frac{t'(t' - 4m^2)(E_k - E_+)(E_k - E_-)}{4q^4(E_k^2 - m^2)} \quad (12)$$

где

$$E_{\pm} = \frac{2(\mu^2 - 2m^2)E_{q\pm} \sqrt{(t' + 4q^2)(m^2 t' + \mu^2(\mu^2 - 4m^2))}}{t' - 4m^2} \quad (13)$$

Спектральное представление интеграла (7) по передаче импульса t можно получить, если изменить порядок интегрирования по t' и k . Условия, при которых эта операция допустима, будут условиями существования спектрального представления. На этом вопросе мы подробно остановимся ниже.

Граница области интегрирования в (7) $K_4(z_1, z_2; t') = 0$ изображена на рис. 1. Интегрирование осуществляется по заштрихованной области, где $K_4(z_1, z_2; t') \geq 0$.

Следовательно, после перестановки порядка интегрирования интеграл (7) будет иметь следующий спектральный вид:

$$\int_{4m^2}^{\infty} \frac{dt'}{t' - t} \int_{E_+}^{\infty} \frac{dE_k}{E_k(E_k - E_q - i\epsilon)} \frac{1}{\sqrt{t'(t' - 4m^2)(E_k - E_+)(E_k - E_-)}} =$$

$$= \int_{4m^2}^{\infty} \frac{dt'}{t' - t} \rho(s, t', \mu^2).$$

Спектральный интеграл (14) существенно отличается от аналогичного выражения, полученного в работе ^{/2/}. Дело в том, что мы строили функцию $K_4(z_1, z_2; t')$ из инвариантных знаменателей в представлении (5), а в работах ^{/1-6/} использовалось спектральное представление квазипотенциала с нерелятивистскими знаменателями, как в (2).

Рассмотрим связь этих представлений более подробно. В нерелятивистском пределе z_1 очевидным образом переходит в нерелятивистское

$$z_1 = \frac{\mu^2 + k^2 + q^2}{2kq}$$

(если μ^2 не стремится к бесконечности при $s \rightarrow \infty$, т.е. $\mu^2 < m^2$)^{x/}, а $K_4(z_1, z_1; t')$ в (9) переходит в нерелятивистскую функцию

$K_3(z_1, z_1; t')$:

$$K_3(z_1, z_1; t') = \frac{t'(t' - t_{3+})}{4(q^2)^2} = - \frac{t'(k^2 - k_+^2)(k^2 - k_-^2)}{4q^4 k^2},$$

где (см. ^{/2/})

$$k_{\pm}^2 = \frac{1}{2} \left[t' + 2q^2 - 2\mu^2 \pm \sqrt{(t' + 4q^2)(t' - 4\mu^2)} \right].$$

^{x/} Обозначение скорости света c будет восстанавливаться там, где это облегчает понимание.

Уравнение границы области интегрирования в интеграле (10) есть

$t' = t_{4+}$ (рис. 2). Функция

$$t_{4+} = \frac{2\mu^2(k^2 + q^2) + \mu^4 + (k^2 - q^2)^2 + (E_k - E_q)^2 [(E_k - E_q)^2 - 2(k^2 + q^2 + \mu^2)]}{k^2} =$$

$$= t_{3+} + \frac{(E_k - E_q)^2 [(E_k - E_q)^2 - 2(k^2 + q^2 + \mu^2)]}{k^2}$$

имеет экстремум по E_k в точках

- 1) $E_k = E_1 \equiv \frac{2m^2 \sqrt{q^2 + m^2}}{2m^2 - \mu^2}$,
- 2) $E_k = E_2 \equiv \frac{2m^2 - \mu^2}{2\sqrt{q^2 + m^2}}$,
- 3) $E_k = \infty$.

Интегрирование осуществляется по заштрихованной области. Если взять $\mu^2 < m^2$, то E_1 попадает в область интегрирования (как на рис. 2), а в нерелятивистском пределе точки 1), 2), 3) переходят в точки экстремумов нерелятивистской границы $t' = t_{3+}$.

- 1) $k^2 = k_1^2 \equiv q^2 + \mu^2$,
- 2) $k^2 = k_2^2 \equiv -(q^2 + \mu^2)$,
- 3) $k^2 = \infty$.

Точка $E_3 = E_1 + E_2$, соответствующая $t_{4+} = 4m^2 c^2$, переходит в $k^2 = 0$. При этом спектральное представление (14) будет иметь вид:

$$4m^2c^2 \int \frac{dt'}{t'-t} \int_{E_+}^{E_-} \frac{dE_k}{E_k(E_k - E_q - i\epsilon)} \frac{1}{\sqrt{t'(t' - 4m^2c^2)(E_k - E_+)(E_k - E_-)}} +$$

$$4m^2c^2 \int \frac{dt'}{t'-t} \int_{E_+}^{\infty} \frac{dE_k}{E_k(E_k - E_q - i\epsilon)} \frac{1}{\sqrt{t'(t' - 4m^2c^2)(E_k - E_+)(E_k - E_-)}}.$$

В пределе $c \rightarrow \infty$ второй интеграл исчезает, а первый дает нерелятивистское спектральное представление по t (см. /2/)

$$4m^2 \int \frac{dt'}{t'-t} \int_{k_-}^{k_+} \frac{dk^2}{k^2 - q^2} \frac{1}{\sqrt{t'(k^2 - k_-^2)(k_+^2 - k^2)}} \quad (15)$$

Часть границы $t' = t_{4+}$, которая лежит ниже линии $t' = 4m^2c^2$, переходит в нерелятивистскую границу $t' = t_{3+}$, изображенную на рис. 3.

В квазипотенциальном подходе сформулирован метод построения локального потенциала из матричных элементов амплитуды рассеяния /4-6,8/. При этом, исходя из предположения о справедливости для амплитуды рассеяния дисперсионного соотношения (например, в случае нейтральных π -мезонов)

$$T(s, t, u) = \int_{4m^2}^{\infty} \frac{dt' A_t(s, t', u)}{t' - t} + \int_{4m^2}^{\infty} \frac{du' A_u(s, t, u')}{u' - u},$$

доказывается, что квазипотенциалы имеют спектральный вид:

$$V_t((\vec{p} - \vec{q})^2; E_q) = \int_{4m^2}^{\infty} \frac{d\mu^2 \rho_t(\mu^2; E_q)}{\mu^2 + (\vec{p} - \vec{q})^2};$$

$$V_u((\vec{p} + \vec{q})^2; E_q) = \int_{4m^2}^{\infty} \frac{d\mu^2 \rho_u(\mu^2; E_q)}{\mu^2 + (\vec{p} + \vec{q})^2}.$$

Если воспользоваться таким представлением квазипотенциала, т.е. с $\mu^2 \geq 4m^2$, то граница $t' = t_{4+}$ будет иметь вид, изображенный на рис. 1. В этом случае интегрирование осуществляется по области, не имеющей нерелятивистского аналога. Интересно выяснить, как это обстоятельство скажется на условиях, при которых существует спектральное представление (14) по передаче импульса t .

3. Условия существования спектрального представления по передаче импульса

Полученное спектральное представление по t справедливо лишь при тех значениях фиксированной переменной $s = 4(m^2 + q^2)$, при которых сходится интеграл:

$$\int_{E_+}^{\infty} \frac{dE_k}{E_k(E_k - E_q - i\epsilon)} \frac{1}{\sqrt{(E_k - E_+)(E_k - E_-)}} =$$

$$= \frac{1}{E_q} \int_{E_+}^{\infty} \frac{dE_k}{E_k - E_q - i\epsilon} \frac{1}{\sqrt{(E_k - E_+)(E_k - E_-)}} - \frac{1}{E_q E_+} \int_{E_+}^{\infty} \frac{dE_k}{E_k} \frac{1}{\sqrt{(E_k - E_+)(E_k - E_-)}} =$$

$$= J_1 - J_2.$$

Сходимость может нарушаться при следующих условиях:

1) $E_+ = 0$ - конечная особенность в J_2 ; 2) $E_+ = E_q$ - конечная особенность в J_1 ; 3) $E_+ = E_-$ - особенность возникает в

$$\frac{1}{\sqrt{(E_k - E_+)(E_k - E_-)}}$$

На самом деле первой особенности нет. Чтобы убедиться в этом, представим интеграл J_2 в виде

$$J_2 = \frac{1}{E_q} \int_0^\infty \frac{dx}{b \operatorname{ch} x + a_2},$$

где

$$b = \frac{\sqrt{(t' + 4q^2)(m^2 t' + \mu^2(\mu^2 - 4m^2))}}{t' - 4m^2}, \quad (16)$$

$$a_2 = \frac{2(\mu^2 - 2m^2) E_q}{t' - 4m^2}.$$

При

$$q^2 > -\frac{m^2 t' + (\mu^2 - 2m^2)^2}{4m^2}$$

$$J_2 = \frac{2(t' - 4m^2)}{E_q \sqrt{4m^2(t' - 4m^2)(q^2 + \frac{m^2 t' + (\mu^2 - 2m^2)^2}{4m^2})}} \times \quad (17)$$

$$\times \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sqrt{4m^2(t' - 4m^2)(q^2 + \frac{m^2 t' + (\mu^2 - 2m^2)^2}{4m^2})}}{\sqrt{(t' + 4q^2)(m^2 t' + \mu^2(\mu^2 - 4m^2))} + 2(\mu^2 - 2m^2) E_q}$$

В точке $q^2 = -\frac{m^2 t' + (\mu^2 - 2m^2)^2}{4m^2}$ особенность в J_2 не возникает, так как берется главное значение $\operatorname{arc} \operatorname{tg}$.

Условие возникновения второй сингулярности $E_+ = E_q$ выполняется при q^2 , лежащих на вещественной оси

$$q^2 = \frac{\mu^4}{t' - 4\mu^2}. \quad (18)$$

Заметим, что из записи интеграла J_1 в виде

$$J_1 = \frac{1}{E_q} \int_0^\infty \frac{dx}{b \operatorname{ch} x + a_1 - i\epsilon},$$

где b определено равенством (16), а

$$a_1 = -\frac{t' - 2\mu^2}{t' - 4m^2} E_q,$$

видно, что эта особенность возникает при $t' \geq 2\mu^2$. Интеграл J_1 вычисляется непосредственно. В результате оказывается, что

1) при $q^2 > 0$

$$J_1 = \frac{2(t' - 4m^2)}{E_q \sqrt{(t' - 4m^2)(t' - 4\mu^2)(\frac{\mu^4}{t' - 4\mu^2} - q^2)}} \times \quad (19)$$

$$\frac{\sqrt{(t' - 4m^2)(t' - 4\mu^2)(\frac{\mu^4}{t' - 4\mu^2} - q^2)}}{\sqrt{(t' + 4q^2)(m^2 t' + \mu^2(\mu^2 - 4m^2))} - (t' - 2\mu^2) E_q}$$

$$\times \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sqrt{(t' - 4m^2)(t' - 4\mu^2)(\frac{\mu^4}{t' - 4\mu^2} - q^2)}}{\sqrt{(t' + 4q^2)(m^2 t' + \mu^2(\mu^2 - 4m^2))} - (t' - 2\mu^2) E_q};$$

2) при

$$q^2 > \frac{\mu^4}{t' - 4\mu^2} \quad (t' \geq 4\mu^2)$$

$$q^2 < \frac{\mu^4}{t' - 4\mu^2} \quad (2\mu^2 \leq t' \leq 4\mu^2)$$

$$J_2 = \frac{i\pi}{E_q} \sqrt{\frac{t' - 4m^2}{(t' - 4\mu^2)(q - \frac{\mu^4}{t' - 4\mu^2})}} + \frac{t' - 4m^2}{E_q \sqrt{f(q^2, t')}} \ln \frac{b - a_1 - \sqrt{f(q^2, t')}}{b - a_1 + \sqrt{f(q^2, t')}} \quad (20)$$

где

$$f(q^2, t') = (t' - 4m^2)(t' - 4\mu^2) \left(q^2 - \frac{\mu^4}{t' - 4\mu^2} \right).$$

Поэтому в спектральном представлении по передаче импульса t (14) спектральная функция

$$\rho(s, t', \mu^2) = \frac{1}{\sqrt{t'(t' - 4m^2)}} \{ J_1 - J_2 \} \quad (21)$$

имеет в s -плоскости корневые точки ветвления. Равенство (18), задающее местоположение разрезов, формально совпадает с аналогичным во второй борновской итерации потенциала Юкавы (2) в уравнении Липпмана-Швингера^{/11/}. Но в нашем случае, благодаря "релятивистскому" спектральному представлению по t , оно определяет, кроме правого разреза $q^2 \geq 0$, т.е. $s \geq 4m^2$, еще и левый разрез $-\infty < q^2 \leq -\frac{\mu^2}{2}$.

Чтобы получить спектральное представление по t для всего интеграла (6), необходимо еще переставить представление (14) с интегрированием по μ^2 . Спектральная функция, полученная после интегрирования по μ^2 функции $\rho(s, t', \mu^2)$, будет иметь левый разрез $-\infty < q^2 \leq -2m^2$.

И, следовательно, в s -плоскости разрез $-\infty < s \leq -4m^2$.

Особенность, соответствующая $E_+ = E_-$, возникает при $q^2 = -\frac{t'}{4}$. Ей соответствует вся вещественная отрицательная полуось в s -плоскости, $s < 0$. Из выражений (17), (19) и (20) видно, что эта особенность соответствует логарифмической точке ветвления в спектральной функции (21). В нерелятивистском случае этой особенности нет, так как там интегралы по k^2 (или E_k) брались в пределах $k_-^2 < k^2 < k_+^2$ (см. (15)).

4. Заключение

В заключение еще раз остановимся на значении релятивистски-инвариантного определения квазипотенциала вне энергетической поверхности. При таком определении фактор $1/\sqrt{k^2 + m^2}$ не вносит сингулярностей в спектральное представление по t . Полученное спектральное представление (14) учитывает, как и доказанное в квантовой теории поля (см., например,^{/9/}), релятивистскую кинематику.

Как выяснено, дисперсионное соотношение по t нельзя доказать при $s < 0$. Если бы этой сингулярности у спектральной функции $\rho(s, t', \mu^2)$ не было, то оставался бы только левый разрез $-\infty < s \leq -4m^2$, допускающий интерпретацию в терминах промежуточных состояний u -канала. Интересно отметить, что аналогичная сингулярность при $s < 0$ появляется и при попытке построения релятивистской амплитуды рассеяния, удовлетворяющей условию двухчастичной унитарности в s -канале^{/11/}.

Заметим, что скачок спектральной функции $\rho(s, t', \mu^2)$ на разрезе $s \geq 4m^2$ не равен 0, в отличие от^{/2/}, а

$$\approx \frac{2\pi}{\sqrt{s}} \frac{\theta\left(q^2 - \frac{\mu^4}{t' - 4\mu^2}\right)}{\sqrt{t'(q^2 t' - 4q^2 \mu^2 - \mu^4)}} \quad (t' \geq 4\mu^2).$$

Это выражение совпадает с выражением для аналогичного скачка в нерелятивистском случае ^{/10/} с учётом лишь релятивистской связи между энергией и импульсом $E_q^2 = q^2 + m^2$ и кинематического фактора $\frac{1}{\sqrt{s}}$.

Автор выражает глубокую признательность В.Г.Кадышевскому, В.М.Виноградову, А.Д.Донкову, В.А.Мещерякову, Р.М.Мир-Касимову, А.Н.Тавхелидзе, Р.Н.Фаустову за полезные обсуждения и стимулирующую критику.

Л и т е р а т у р а

1. О.И.Завьялов, М.К.Поливанов, С.С.Хоружий. ЖЭТФ, 45, 1654 (1963).
2. М.К.Поливанов, С.С.Хоружий. ЖЭТФ, 46, 339 (1964).
3. Б.А.Арбузов, А.А.Логунов, А.Т.Филиппов, О.А.Хрусталеv. ЖЭТФ, 46, 1266 (1964).
4. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze. Nuovo Cimento., 29, 380 (1963).
5. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze, I.T.Todorov, O.A.Khrustalev. Nuovo Cimento, 30, 134 (1963).
6. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze, O.A.Khrustalev. Phys.Lett., 46, 325 (1963).
7. V.G.Kadyshevsky. Nucl.Phys., 56, 125 (1968).
8. А.Т.Филиппов. ЖЭТФ, 44, 1409 (1963); Phys.Lett., 9, 78 (1964).
9. И.Т.Тодоров. Аналитические свойства диаграмм Фейнмана в квантовой теории поля. София, БАН (1966).
10. М.Гольдбергер, К.Ватсон. Теория столкновений. Москва, "Мир", 1967.
11. A.W.Martin. Phys.Rev., 161, 1528 (1967).

Рукопись поступила в издательский отдел
6 февраля 1970 года.

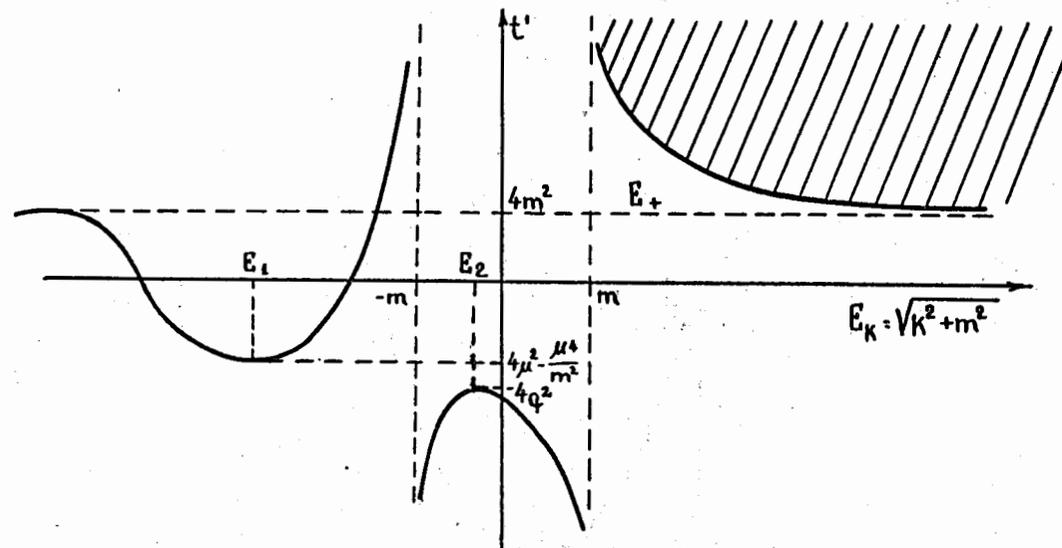


Рис. 1

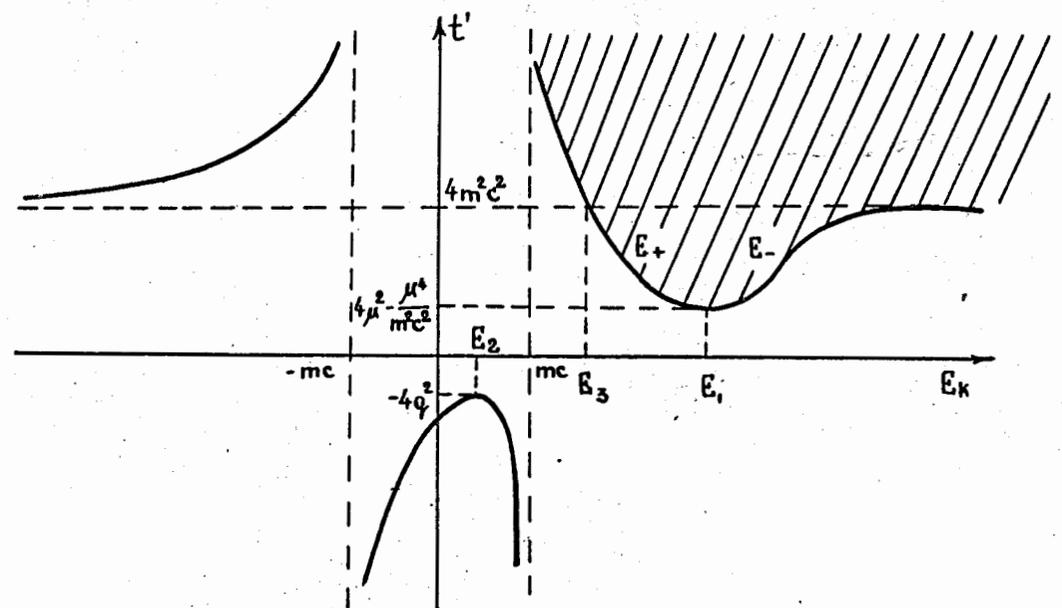


Рис. 2

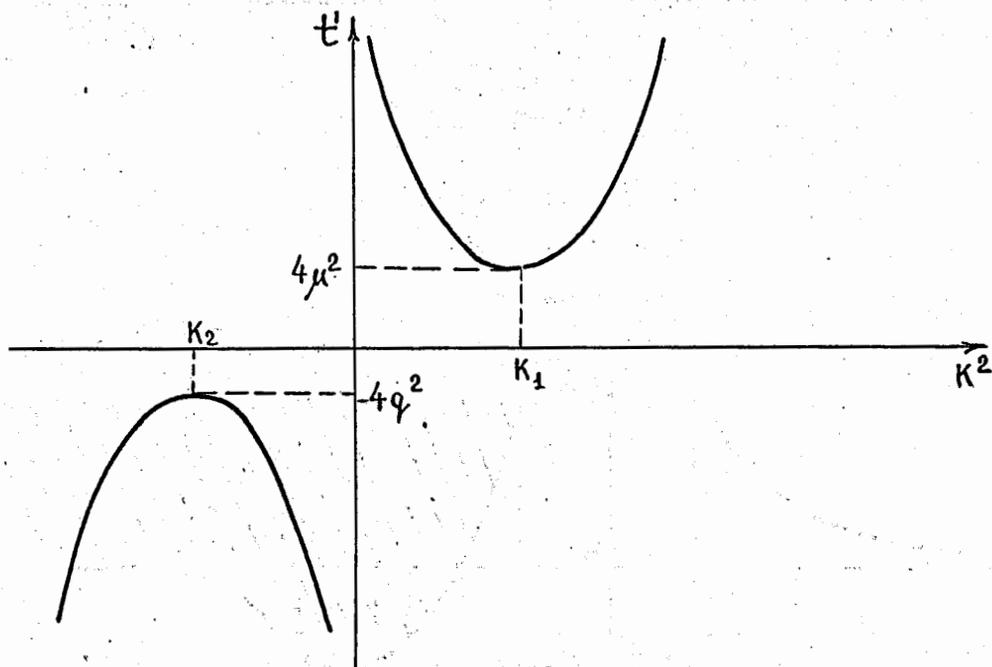


Рис. 3