

C 332-3
Б-247

13/x-65

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 4644



Д.Ю.Бардин, Я.Бэм, В.Б.Семикоз, Д.Факиров,
Н.М.Шумейко

К ФОТОРОЖДЕНИЮ ЛЕПТОННЫХ ПАР
НА ЭЛЕКТРОНЕ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1969

P2 - 4644

Д.Ю.Бардин, Я.Бэм, В.Б.Семикоз, Д.Факиров,
Н.М.Шумейко

К ФОТОРОЖДЕНИЮ ЛЕПТОННЫХ ПАР
НА ЭЛЕКТРОНЕ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

7966/2 чр.

Бардин Д.Ю., Бэм Я., Семикоз В.Б.,
Факиров Д., Шумейко Н.М.

P2-4644

К фоторождению лептонных пар на электроне

Вычислены сечения процессов $\gamma e \rightarrow e \ell^+ \ell^-$ без учёта обменных диаграмм.

Сообщения Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1969

Bardin D.Yu., Böhm J., Semikoz V.B.,
Fakirov D., Shumeiko N.M.

P2-4644

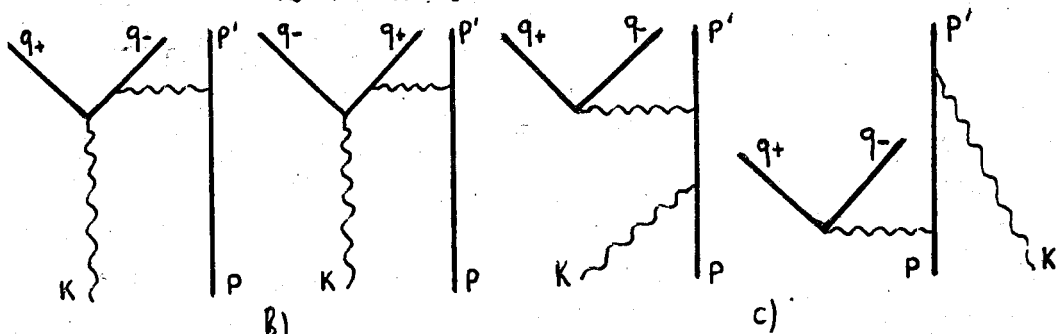
On Photoproduction of Lepton Pairs by Electron

The cross sections for the processes $\gamma e \rightarrow e \ell^+ \ell^-$ have been calculated without taking into account the exchange diagrams

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1969

I. Фоторождение лептонных пар на электроне является чисто электродинамическим процессом. Квантовая электродинамика позволяет вычислить его характеристики, при этом некоторые из них, например, полное сечение и спектр импульса электрона в отдаче для рождения e^+e^- - пар, уже поддаются экспериментальной проверке.

В низшем порядке теории возмущений рождение мюонной пары описывается следующими диаграммами



В процесс $\gamma e \rightarrow ee^+e^-$ дают вклад еще четыре диаграммы, соответствующие обменным эффектам. В ранних работах ^{/1-5/}, посвященных фоторождению e^+e^- пар, из-за громоздкости выкладок либо рассматривались предельные случаи, либо некоторыми диаграммами с самого начала пренебрегали. В работах последних лет ^{/6-7/} прогресс был достигнут в результате использования метода Монте-Карло.

С помощью этого метода в статье ^{/6/} получено полное сечение процесса $\gamma e \rightarrow ee^+e^-$ при энергиях фотона ω , меньших 30 Мэв. Но, как указывали сами авторы, точность их расчетов была невысокой. Морк ^{/7/} вычислил полное сечение рождения e^+e^- пар при $\omega \leq 8$ Мэв (для $\omega > 8$ Мэв метод давал слишком большие ошибки) и указал, что результат работы ^{/6/} увеличен вдвое. Он установил далее, что вклад

комптоновских с) и обменных диаграмм в указанное сечение мал при $\omega > 8$ Мэв, так что в этой области процесс хорошо описывается формулой Борселлино^{/4/}, которая соответствует учету лишь двух диаграмм в). Вычислив вклад последних диаграмм, Морж подтвердил правильность расчетов Борселлино. Однако погрешность этих вычислений Моржа возрастает с 3% при $\omega = 30m$ до 8% при $\omega = 500m$, где m - масса электрона. В этой же работе получен вклад диаграмм Бете-Гайтлера в) в спектр импульса электрона отдачи и произведено сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными.

Полное сечение фоторождения мюонных пар при $\omega < 55$ Гэв впервые получено в работе^{/6/}. Однако ошибки вычислений по методу Монте-Карло в этом случае значительно выше, чем для процесса e^+e^- парами.

Борселлино^{/4/} вычислил спектр электрона отдачи, учитывающий диаграммы в).

В работе^{/8/} найден спектр по инвариантной массе пары $d\sigma/ds^2$, $Q = q + \bar{q}$ для рождения любой пары фермионов на фермионе с другой массой.

Целью данной работы является точное вычисление полного сечения и спектра импульса электрона отдачи для процесса $\gamma e \rightarrow e \mu^+ \mu^-$. Положив в наших формулах массу частицы пары μ равной массе частицы мишени m , мы получили также точные значения вкладов диаграмм в) и с) в соответствующие сечения рождения e^+e^- пар.

2. Приведем наши результаты. Методом ковариантного интегрирования шпуров^{/9/} нами получены точные аналитические выражения для вкладов диаграмм в) и с) в дифференциальное сечение $d\sigma/dt$, где $t = (p - p')^2$. Они имеют вид^{*})

*) Мы используем метрику, в которой квадрат \not{p} - вектора p равен $p^2 = p_0^2 - \vec{p}^2$.

$$\begin{aligned} \frac{d\delta\theta}{dt} = & \frac{4\mu^2 \alpha^3}{\alpha^2 t^2} \left\{ \frac{u \chi_m}{R_0} - \frac{2\chi_m}{R} \left[u(t + \mu^2) + t \left(\alpha \left(1 - 2\mu^2 \frac{8 + R_0}{R} \right) + \right. \right. \right. \\ & + \left. \left. \frac{8\chi^2}{3R^2} \left(5\mu^2 R_0 + (\mu^2 + t) R_0^2 - \frac{4\mu^2}{t} \right) \right] \right\} + J_0 \left[u \left(\frac{t}{2\mu^2} - \frac{1}{R_0} + \frac{2}{R} (2\mu^2 + t - \mu^2 R_0) \right) - \right. \\ & - \left. \frac{2t\chi}{R^2} \left(8\mu^2 (1 + R_0) + R_0^2 (t - 2\mu^2) \right) + \frac{4\chi^2 t R_0}{R^3} \left(8\mu^2 + 2R_0 (2\mu^2 - t) + \frac{1}{3} R_0^2 \left(3t + \frac{t^2}{\mu^2} - 4\mu^2 \right) \right) \right] \quad (I) \\ & + J_1 \left[u \left(\frac{t^2}{2\mu^2} - 2t \right) - \frac{4\chi^2}{3} \left(1 + \frac{t}{\mu^2} \right) \right] - \frac{1}{\mu^2} (I_0 + t I_1) \left[u \left(\mu^2 + \frac{t}{2} \right) - \alpha t \right] \left. \right\}, \end{aligned}$$

где α - постоянная тонкой структуры,

$$\chi = p.k, \quad u = 2\mu^2 + t, \quad \chi_m^2 = \left[1 - 4\mu^2 m^2 \left[t(\mu^2 + \chi) + \chi \sqrt{t^2 - 4\mu^2 t} \right] \right]^{-1},$$

$$R_0 = 1 - \chi_m^2, \quad R = 4\mu^2 - t R_0, \quad J_0 = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \chi_m}{1 - \chi_m},$$

$$J_1 = \frac{1}{2\sqrt{a}b} \ln \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} \chi_m}{\sqrt{a} - \sqrt{b} \chi_m}, \quad I_0 = \frac{1}{2} \left[\Phi \left(\frac{1 + \chi_m}{2} \right) - \Phi \left(\frac{1 - \chi_m}{2} \right) \right],$$

$$\begin{aligned} I_1 = & \frac{1}{2b} \left[\Phi \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} \chi_m} \right) - \Phi \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} \chi_m} \right) + \right. \\ & + \left. \Phi \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b} \chi_m} \right) - \Phi \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b} \chi_m} \right) \right], \end{aligned}$$

причем

$$a = 4\mu^2 - t, \quad b = -t,$$

$\Phi(x)$ - функция Спенса;

$$\frac{d\delta_c}{dt} = \frac{d^3}{3\chi^2} \left\{ J_0 S_1 + J_2 \left[\frac{S_2}{b_1^2} (b_1 - a_1)(2b_1 + a_1) - \frac{3a_1^2}{2b_1^3} m^2(2m^2 + b_1) \right] + \right. \\ \left. + X_m \left[\frac{S_0 a_1}{4} \left(\frac{1}{R_0} - 1 \right) + \frac{m^2 a_1}{R_2 b_1^2} (2m^2 + b_1) \left(1 + \frac{a_1}{2b_1} \right) - \right. \right. \quad (2) \\ \left. \left. - \frac{a_1 m^2}{b_1^3} (2m^2 + b_1) - \frac{2S_2}{b_1} \left(1 + \frac{a_1}{2b_1} \right) - S_1 \right] + \frac{X_m^3}{3} \left(S_2/b_1 + S_1/2 \right) \right\},$$

где $a_1 = 4m^2$, $b_1 = 2\chi + t$, $R_2 = b_1 R_0 - a_1$,

$$J_2 = \frac{1}{2} [(b_1 - a_1)b_1]^{-\frac{1}{2}} \ln \frac{\sqrt{b_1 - a_1} + \sqrt{b_1} X_m}{\sqrt{b_1 - a_1} - \sqrt{b_1} X_m},$$

$$S_0 = \frac{1}{\chi} \left(\frac{m^2}{\chi} - 1 \right), \quad S_1 = \frac{m^4}{\chi^2} + \frac{2m^2 - t/2}{\chi} + 1,$$

$$S_2 = \frac{2m^4}{b_1} + \chi + t - 2m^2 + \frac{t^2/2 - 2m^4}{\chi}$$

Сравнение формулы (I) с результатом Борселлино^{/4/} показывает, что они совпадают, если последний переписать в ковариантной форме и выразить содержащиеся в нем интегралы через функции Спенса.

С помощью численного интегрирования на ЭВМ спектров^{ж)} $\frac{d\sigma}{dt}$ и $\frac{d\sigma}{dQ^2}$ мы нашли интегральные сечения :

1) для мюонных пар в области энергий фотона $K = \frac{\omega}{m}$

$$K_t \leq K \leq 50V$$

$$\left(V = \left(\frac{\mu}{m}\right)^2, K_t = 2\left(V + \frac{\mu}{m}\right) \right);$$

2) для электрон-позитронных пар в области энергий

$$4 \leq K \leq 500.$$

Численные результаты приведены в табл. I и 2.

При энергиях фотона, близкой к порогам, мы получили аналитические выражения для интегральных сечений, которые имеют вид

$$\sigma_b = dr_0^2 \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{m}{2\mu+m}} \frac{m^3}{(m+\mu)(2\mu+m)^2} \left(\frac{\omega}{\mu} - \frac{\omega_t}{\mu} \right)^2,$$

$$\sigma_c = dr_0^2 \frac{\pi}{4} \frac{2\mu^2 + 2\mu m + m^2}{(m+\mu)(2\mu+m)} \left(\frac{m}{2\mu+m} \right)^{3/2} \left(\frac{\omega}{\mu} - \frac{\omega_t}{\mu} \right)^2, \quad (3)$$

где r_0 - классический радиус частицы мишени, равный $\frac{e^2}{m}$,
 ω_t - пороговая энергия, равная $2\mu \left(1 + \frac{\mu}{m}\right)$. (4)

ж) Спектр $\frac{d\sigma}{dQ^2}$ был также нами вычислен и совпал с результатом работы /8/.

Формулы (3) и (4) дают вклады диаграмм в) и с) в полное сечение фоторождения любой пары фермионов на фермионе вблизи порога. Для рождения на электроне e^+e^- пары, полагая $\mu = m$, получим формулу Борселлино

$$\sigma_B = \alpha r_0^2 \frac{\pi \sqrt{3}}{2^3 3^3} (k-4)^2, \quad (5)$$

а также

$$\sigma_C = \frac{5}{9} \sigma_B. \quad (6)$$

Для мюонной пары, учитывая, что $m \ll \mu$, приближенно находим:

$$\sigma_B = \alpha r_0^2 \frac{\pi \sqrt{2}}{2^3 3^3} \left(\frac{m}{\mu}\right)^{7/2} \left(\frac{\omega}{\mu} - \frac{\omega_0}{\mu}\right)^2, \quad (7)$$

$$\sigma_C = \frac{1}{2} \sigma_B. \quad (8)$$

3. Из табл. I видно, что наши результаты для мюонных пар сильно расходятся с результатами работы /6/ (разница в числах примерно на 5 порядков). В предельных случаях близких к порогу и очень больших $(\omega \gg \frac{\mu^2}{m})$ энергий γ - кванта у нас имеется полное согласие численных результатов с полученными выше выражениями (7) - (8) и формулой (2.22) работы /8/ соответственно.

Для случая рождения электрон-позитронных пар, как видно из таблицы 2, нами получено согласие с результатом Борселлино с точностью до третьего знака.

В заключение отметим, что в будущем, при наличии пучков γ - квантов высоких энергий ($10^2 - 10^3$ Гэв), процессы $\gamma e \rightarrow e l l^+$ (с учетом радиационных поправок) могут быть использованы для проверки квантовой электродинамики на малых расстояниях. В настоящее время с этой целью наряду с некоторыми другими процессами часто

исследуется фоторождение пар на ядрах углерода, позволяющее по -
лучать достаточно большие значения инвариантной массы пары ($Q_{max}^2 =$
 $(\sqrt{s+k} - m)^2$). Однако в этом случае имеются трудности, связанные
с учетом сильных взаимодействий.

Мы выражаем благодарность С.М.Биленькому и В.Г.Гришину за
полезные обсуждения затронутых здесь вопросов.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. H.A.Bethe, W.Heitler. Proc.Roy.Soc.(London). A146,83(1934).
2. V.Votruba. Phys.Rev., 73, 1468(1948).
3. J.A.Wheeler, W.E.Lamb. Phys.Rev., 55, 858(1939);101,1836 (1956).
4. A.Borsellino. Nuovo Cim., 4, 112(1947).
5. K.S.Suh, H.A.Bethe. Phys.Rev., 115, 672(1959).
6. Г.И.Копылов, Л.А.Кулюкина, И.В.Полубаринов. ЖЭТФ,46,1715(1964).
7. K.J.Mork. Phys.Rev., 160, 1065(1967).
8. В.Н.Байер, В.С.Фадин, В.А.Хозе. ЖЭТФ,50,156(1966).
9. J.D.Bjorken, S.D.Drell, S.C.Frautschi. Phys.Rev., 112, 1409 (1958).

Рукопись поступила в издательский отдел
6 августа 1969 г.

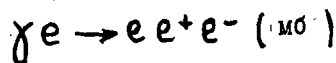
Таблица I

Интегральные сечения процесса $\gamma e \rightarrow e, \mu^+, \mu^-$ (10^{-4} мб)

$K = \frac{\omega}{m}$	σ	$10\sigma_c$
$K_t + 100$	$0,145 \cdot 10^{-5}$	$0,724 \cdot 10^{-5}$
$K_t + 1000$	$0,135 \cdot 10^{-3}$	$0,655 \cdot 10^{-3}$
$K_t + 10000$	$0,938 \cdot 10^{-2}$	$0,367 \cdot 10^{-1}$
$2,5 \sqrt{K}$	$0,323 \cdot 10^{-1}$	$0,930 \cdot 10^{-1}$
$3 \sqrt{K}$	$0,870 \cdot 10^{-1}$	0,196
$4 \sqrt{K}$	0,224	0,319
$5 \sqrt{K}$	0,360	0,380
$6 \sqrt{K}$	0,487	0,412
$7 \sqrt{K}$	0,604	0,429
$8 \sqrt{K}$	0,711	0,439
$9 \sqrt{K}$	0,808	0,442
$10 \sqrt{K}$	0,898	0,443
$20 \sqrt{K}$	1,517	0,399
$50 \sqrt{K}$	2,325	$0,891 \cdot 10^{-1}$

Таблица 2.

Интегральные сечения процесса



$K = \frac{\omega}{m}$	σ	10σ
4,01	$0,146 \cdot 10^{-5}$	$0,805 \cdot 10^{-5}$
4,05	$0,365 \cdot 10^{-4}$	$0,195 \cdot 10^{-3}$
4,10	$0,149 \cdot 10^{-3}$	$0,760 \cdot 10^{-3}$
4,20	$0,603 \cdot 10^{-3}$	$0,286 \cdot 10^{-1}$
4,50	$0,383 \cdot 10^{-2}$	$0,246 \cdot 10^{-1}$
5,0	$0,155 \cdot 10^{-1}$	$0,455 \cdot 10^{-1}$
6,0	$0,589 \cdot 10^{-1}$	0,116.
8,0	0,195	0,230
10	0,383	0,302
20	1,187	0,410
30	1,838	0,408
50	2,77	0,368
100	4,14	0,285
200	5,55	0,203
500	7,40	0,119