

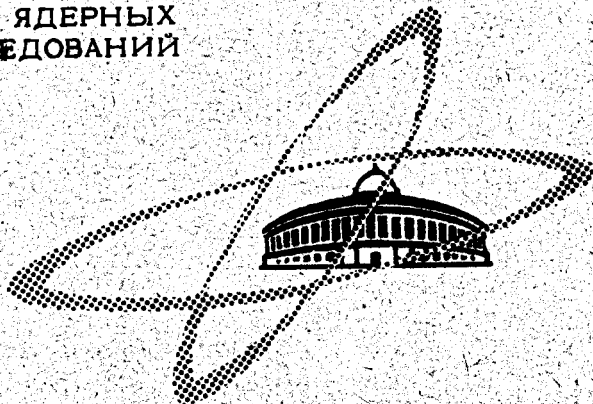
M-133

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

23/x-69

P2 - 4632



Михал Маевски

СЕЧЕНИЯ $\pi\pi$ -ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
В ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ МОДЕЛИ
С УЧЕТОМ УНИТАРНОСТИ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1969

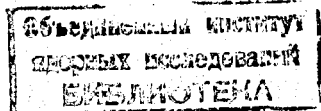
P2 - 4632

Михал Маевски *

СЕЧЕНИЯ $\pi\pi$ -ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
В ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ МОДЕЛИ
С УЧЕТОМ УНИТАРНОСТИ

Направлено в ЯФ

* Кафедра теоретической физики Лодзинского университета, Польша.



Abstract

Unitarized interference model is applied to the description of $\pi\pi$ cross sections. On the basis of existing data showing that at the energies below the ρ -resonance the phase shift δ_2^s is small and δ_0^s is close to $\pi/2$ one can conclude that the most narrow set of Regge trajectories which can describe the cross sections consists of P, P', ρ . The unitarity condition which demands $\text{Re}A_1(\omega_\rho) \approx 0$ makes it possible to find the unknown residue of the ρ -trajectory γ_ρ . Then the altitude of the ρ -resonance κ_ρ is found and the altitudes of f - and ϵ -resonances are estimated. The latter is small or equal to zero. On the other hand investigation of the real part of the amplitude leads to the conclusion that δ_0^s passes through $\pi/2$. That means that the unitary limit is reached mainly or completely due to the contribution of monotonous part of amplitude i.e. is the result of interference of Regge poles in the t -channel. In such a case one should not expect that the behaviour of the phase shift δ_0^s around the value $\pi/2$ is symmetric and it is impossible to define the width of the resonance in the usual way. The value $\kappa_\epsilon = 0$ would mean that there is no pole corresponding to ϵ -resonance on the unphysical sheet of the scattering amplitude.

The unitarity condition allows to estimate the scattering lengths $a_0 \approx 0.7$; $a_2 \approx -0.5$. The ratio of the lengths is determined more precisely $\frac{a_2}{a_0} \approx -\frac{2}{3}$. The signs of a_T are chosen according to the phase shift analysis data, but the model allows to determine them, too. It is found that $a_0 > 0$ and this enables to conclude that at the energy 500-700 MeV the values of δ_0^s lie inside the first or third quarter of the trigonometric circle.

1. Введение

Для широкого класса процессов существуют решения дисперсионных соотношений (Д.С.), состоящие из асимптотической и резонансной частей. Учет условия унитарности приводит к формулировке унитаризованной интерференционной модели (У.И.М.). Так построенная модель устанавливает связи между величинами из прямого и кроссинг-каналов которые можно интерпретировать как одну из форм бутстрапа), позволяющие находить некоторые из параметров. Это, в свою очередь, дает возможность применить модель к сравнительно мало изученным процессам, для которых применение обычной И.М. или конечных правил сумм невозможно. Одним из таких процессов является $\pi\pi$ -рассеяние. Для описания асимптотики этого процесса существенна траектория Редже с квантовыми числами ρ -мезона. Между тем, неизвестен вычет амплитуды относительно этой траектории. Найти его из конечных правил сумм не удастся, так как поведение амплитуд при низких энергиях известно недостаточно точно, а резонансное приближение в этом случае приводит к противоречию (см. ^{1/}). В У.И.М. он находится без труда.

Предполагается, что в системе $\pi\pi$ существуют два хорошо установленных резонанса, ρ и f , и один ϵ , существование которого не установлено с полной достоверностью. Ниже будет сделана попытка дать

ответ на вопрос о его существовании. Кроме того, будем считать, что в области энергии $400 \lesssim \sqrt{s} \lesssim 700$ Мэв фаза δ_2^s мала по модулю и отрицательна, а фаза $0 < \delta_0^s < \pi/2$ и велика ($\sin^2 \delta_0^s \gtrsim 1/2$).

2. Обозначения и формулы

Будем придерживаться обычных обозначений /2/. Амплитуда нормирована таким образом, что

$$\text{Im } A = \frac{s}{16\pi} \sigma^{\text{tot}}, \quad (2.1)$$

где s - инвариантный квадрат энергии в прямом канале. Независимой переменной является величина ω ($\hbar = c = \mu = 1$), μ - масса пиона

$$\omega = \frac{s}{2} - 1 \text{ или } \omega = 2\nu + 1, \quad \nu = q^2, \quad (2.2)$$

а q - импульс в системе ц.м. Плоскость ω имеет два разреза: $(-\infty, -1]$, $[1, \infty)$. Кроссинг-симметрия $u \leftrightarrow s$ ($t=0$) формулируется в терминах переменной ω как замена $\omega \leftrightarrow -\omega$. Будем интересоваться рассеянием вперед ($t=0$) и переменную t , если она нам явно не потребуется, без дальнейших оговорок опускать.

Будем предполагать справедливость Д.С. с одним вычитанием, однако обычно будем их записывать в невычитанной форме:

$$\text{Re} A_T(\omega) = \frac{1}{\pi} P \int_1^\infty \frac{\text{Im} A_T(\omega') d\omega'}{\omega' - \omega} + \sum_T \frac{1}{\pi} \int_1^\infty \frac{\alpha_{TT} \text{Im} A_T(\omega') d\omega'}{\omega' + \omega}, \quad (2.3)$$

где α_{TT} - матрица кроссинг-симметрии, $u \rightarrow s$ /2/. Парциальные разложения амплитуд

$$A_T(\omega, c) = \sum_{\ell} (2\ell + 1) A_T^{\ell}(\omega) P_{\ell}(c), \quad (2.4)$$

где

$$A_T^{\ell}(\omega) = \frac{1}{K} e^{i\delta_T^{\ell}(\omega)} \sin \delta_T^{\ell}(\omega), \quad K = \sqrt{\frac{\omega - 1}{\omega + 1}}, \quad (2.5)$$

содержат либо только четные парциальные волны (когда $T = 0, 2$), либо только нечетные ($T = 1$).

Длина рассеяния определена как

$$a_T = \lim_{\omega \rightarrow 1} A_T^0(\omega). \quad (2.6)$$

Асимптотика амплитуд $A(\omega)$ определяется траекториями вакуумного и ρ -мезонного типа ^{/3/}. Мы ее запишем в виде

$$A_T(\omega) = \sum_P \gamma_P \xi_P z^{\alpha_P} + \epsilon_T \sum_{\rho} \gamma_{\rho} \xi_{\rho} z^{\alpha_{\rho}}, \quad z = \frac{2\omega}{\bar{s}}, \quad (2.7)$$

где $\epsilon_T = (1, 1/2, -1/2)$ для $T = (0, 1, 2)$, ξ_i - сигнатурный множитель, $2\omega \approx \bar{s}$, $\bar{s} = 2M_N E_0 = 95,8$ при $E_0 = 1$ Гэв (M_N - масса нуклона) ^{/4/}, вычеты γ_i имеют размерность μ^2 мб, так что в наших единицах ($\mu^{-2} = 1 = 19,6$ мб) они безразмерны. Связь γ_i с вычетами B_i ^{/3/} амплитуды F_T , нормированной так, что $\sigma_T^{\text{tot}} = \text{Im} F_T$, осуществляется формулой $\gamma_i = \frac{\bar{s}}{16\pi} B_i$.

Интерференционное решение Д.С. (2.3), справедливое при $\omega > \omega_0^{(T)}$ и ω , не слишком близких к $\omega_0^{(T)}$, имеет вид ^{/1/}:

$$\operatorname{Im} A_T(\omega, \omega_0^{(T)}) = \operatorname{Im}^{as} A_T(\omega, \omega_0^{(T)}) + \sum_{r=\epsilon, \rho, f} (2l+1) \kappa_r \operatorname{Im} A_T^r(\omega), \quad (2.8)$$

$$\operatorname{Re} A_0(\omega, \omega_0^{(0)}) = a_0 + \operatorname{Re}^{as} A_0(\omega, \omega_0^{(0)}) + \operatorname{Re}^{res} A_0^{l=0}(\omega, \omega_0^{(0)}) + \kappa_f \operatorname{Re} A^f(\omega), \quad (2.9)$$

$$\operatorname{Re} A_1(\omega, \omega_0^{(1)}) = \operatorname{Re}^{as} A_{,1}(\omega, \omega_0^{(1)}) + \operatorname{Re}^{res} A_1^{l=1}(\omega, \omega_0^{(1)}), \quad (2.10)$$

$$\operatorname{Re} A_2(\omega, \omega_0^{(2)}) = a_2 + \operatorname{Re}^{as} A_2(\omega, \omega_0^{(2)}) + \operatorname{Re}^{res} A_2^{l=0}(\omega, \omega_0^{(2)}). \quad (2.11)$$

Длины рассеяния a_T здесь появляются как константы вычитания на пороге; κ_r - высота резонанса r (см. /1/); функции $A_T(\omega, \omega_0^{(T)})$ являются монотонным решением Д.С. (2.3) с порогами $\omega_0^{(T)}$ и выражаются формулами:

$$^{as} A_T(\omega, \omega_0^{(T)}) = \sum_P [A_P(\omega) + \phi_P(\omega, \omega_0^{(T)})] + \epsilon_T \sum_\rho [A_\rho(\omega) + \phi_\rho(\omega, \omega_0^{(T)})], \quad (2.12)$$

где $A_l(\omega)$ - асимптотический одночлен Редже,

$$\phi_P(\omega, \omega_0) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\omega_0} \frac{\omega' d\omega' \operatorname{Im} A_P(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} = \frac{2}{\pi} \gamma_P \left(\frac{2\omega_0}{S} \right) \alpha_P \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_P + 2n} \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^{2n}, \quad (2.13)$$

$\omega > \omega_0$

$$\phi_\rho(\omega, \omega_0) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\omega_0} \frac{d\omega' \operatorname{Im} A_\rho(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} = \frac{2}{\pi} \gamma_\rho \left(\frac{2\omega_0}{S} \right) \alpha_\rho \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha_\rho + 2n+1} \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^{2n+1}. \quad (2.14)$$

При $\omega \gg \omega_0^{(T)}$ выражение (2.12) переходит в асимптотику (2.7). Далекий резонанс f можно описывать формулой

$$A_0^f(\omega) = K_f^{-1} \frac{\Gamma^f / 2}{\omega - \omega_f - \Gamma^f / 2}, \quad (2.15)$$

которая приближенно удовлетворяет Д.С. для амплитуды $\Lambda_0(\omega)$. Функция $\text{Re}^{\text{res}} \Lambda_T^\ell$ выражается через дисперсионные интегралы, под знаком которых стоят функции Брейта-Вигнера, описывающие ближние резонансы ϵ , ρ . В каналах $T = 1, 2$ к ним добавляются кроссинг-интегралы от резонанса f . Положения и ширина резонансов относительно переменной ω следующие /5,6/:

$$\omega_\epsilon = 12,6; \quad \Gamma^\epsilon \approx 5; \quad \omega_f = 39,7; \quad \Gamma^f \approx 7,7; \quad \omega_\rho = 13,9; \quad \Gamma^\rho \approx 4,8.$$

Легко видеть, что содержащиеся в $\text{Re}^{\text{res}} \Lambda_T$ кроссинг-интегралы убывают с ростом энергии, поэтому естественно считать, что вблизи ρ -резонанса и ниже они так же, как и интегралы по резонансам в прямом канале, дают в основном вклады в вещественные части низших парциальных волн (s и p), и это уже отмечено индексами ($\ell = 0, \ell = 1$) в формулах (2.9)-(2.11).

3. Мнимые части амплитуд в приближении трех траекторий

Попытаемся описать монотонные части амплитуд рассеяния при помощи трех траекторий: P , P' , ρ . Поскольку параметры асимптотических одночленов, соответствующих этим траекториям, известны плохо, то мы проведем сначала качественное рассмотрение.

Мнимые части монотонных амплитуд рассеяния вперед для $\omega > \omega_0^{(T)}$ выражаются формулой (2.8), где $a_P = 1$; $0,50 \leq a_{P'} \leq 0,73$; $0,55 \leq a_\rho \leq 0,58$; $\gamma_P \approx \gamma_{P'} \approx 1$; γ_ρ - неизвестно. К вопросу о значениях a и γ еще вернемся. Мы ожидаем, что $\omega_0^{(0)} \approx \omega_0^{(2)} \approx 2 \div 4$. Поэтому $\text{Im}^{\text{as}} \Lambda_0$ и $\text{Im}^{\text{as}} \Lambda_2$ должны правильно описывать поведение фаз рассеяния уже при сравнительно низких энергиях ($\omega = 4$ соот-

ветствует 450 Мэв). В области $\omega \lesssim 10$ (650 Мэв) основной вклад в амплитуды должны давать s -волны. При столь малых энергиях

$z = \frac{2\omega}{\bar{s}} < 1$ (и даже $\ll 1$) и, следовательно, $z^{\alpha_{P'}}$, $z^{\alpha_{\rho}} > z^{\alpha_P}$, т.е. траектории P' и ρ играют главную роль. Согласно фазовому анализу [5,8,7] фаза δ_2^s в рассматриваемой области энергий должна быть небольшой и отрицательной ($|\delta_2^s| \leq 20^\circ$), а фаза δ_0^s — большой и положительной ($\sin^2 \delta_0^s > 1/2$). Чтобы получить малое значение $\sin^2 \delta_2^s$, нужно, чтобы $\gamma_{\rho} \approx \gamma_{P'}$. При этом $\sin^2 \delta_0^s$ будет большим, как и требуется. Если считать, что полное сечение асимптотически приближается к константе, то траектория P необходима для правильного описания сечений при высоких энергиях и мы приходим к следующим заключениям:

- 1) P , P' , ρ составляют минимальный набор траекторий, способный описать сечения $\pi\pi$ -взаимодействия.
- 2) Вклад траектории ρ существенен; без нее $^{as}A_T$ одинаковы для всех T , а они должны сильно различаться.

В области энергии, где примесь состояний с $\ell > 2$ пренебрежимо мала ($\omega \lesssim 20$ (900 Мэв)), легко выделить s -волновую составляющую монотонных амплитуд. Для этой цели возьмем два первых члена парциального разложения (2.4) и приравняем их амплитуде (2.8), а затем путем дифференцирования по t исключим d -волну. При этом исключаются также резонансные члены, и мы получаем

$$\text{Im } A_0^{as}(\omega) \approx \gamma_P z^{\alpha_P} + \gamma_{P'} z^{\alpha_{P'}} + \gamma_{\rho} z^{\alpha_{\rho}} - \frac{\omega-1}{3} [\Theta_P z^{\alpha_P} + \Theta_{P'} z^{\alpha_{P'}} + \Theta_{\rho} z^{\alpha_{\rho}}], \quad (3.1)$$

где очевидно

$$\frac{\omega-1}{3} [\Theta_P z^{\alpha_P} + \Theta_{P'} z^{\alpha_{P'}} + \Theta_{\rho} z^{\alpha_{\rho}}] \approx 5 \text{Im } A_0^{as \ell=2}(\omega), \quad (3.2)$$

и аналогично в случае $T=2$, а величина Θ_1 равна:

$$\Theta_1 = \gamma'_i(0) + \gamma_i(0) \alpha_1(0) \ln z. \quad (3.3)$$

В этом выражении второй член отрицателен, когда $z < 1$ (1 ГэВ).

В области низких энергий траектория P дает малый вклад по сравнению с остальными, а так как обе стороны равенства (3.2) должны быть положительными, то мы имеем для $T=0$, $T=2$ соответственно

$$\Theta_{P,z}^{\alpha_{P'}} + \Theta_{\rho,z}^{\alpha_{\rho}} > 0; \quad \Theta_{P,z}^{\alpha_{P'}} - \frac{1}{2} \Theta_{\rho,z}^{\alpha_{\rho}} > 0.$$

Из этих неравенств сразу же следует, что

$$\Theta_{P,z} > 0. \quad (3.4)$$

В самом деле, если $\Theta_{\rho} < 0$, то неравенство (3.4) следует из первого, а если $\Theta_{\rho} > 0$, то из второго из них.

Однако Θ_{ρ} тоже должно быть положительным, и это можно увидеть из соотношения величин $\text{Im}^{as} A_0$, $\text{Im}^{as} A_2$. Подбирая $\gamma_P \approx \gamma_{\rho} \approx \gamma_{\rho} \approx 1$ таким образом, чтобы $\sin^2 \delta_0^s \gg \sin^2 \delta_2^s$, мы во избежание нарушения унитарности должны предположить, что и для d -волн $\sin^2 \delta_0^d \gg \sin^2 \delta_2^d$, т.е.

$$\Theta_{P,z}^{\alpha_{P'}} + \Theta_{\rho,z}^{\alpha_{\rho}} \gg \Theta_{P,z}^{\alpha_{P'}} - \frac{1}{2} \Theta_{\rho,z}^{\alpha_{\rho}}.$$

Отсюда следует, что

$$\Theta_{\rho} > 0, \quad (3.5)$$

а также, что $\Theta_{P,z}^{\alpha_{P'}} \approx \Theta_{\rho,z}^{\alpha_{\rho}}$, т.е.

$$\Theta_P \approx \Theta_{\rho}. \quad (3.6)$$

Порядок величин $\gamma_{P'}$, γ_{ρ} определяется из условия положительности мнимой части d -волны изосинглетной амплитуды на пороге монотонности, т.е. в точке $\omega_0^{(0)}$:

$$\Theta_{P'} (z_0^{(0)})^{\alpha_{P'}} + \Theta_{\rho} (z_0^{(0)})^{\alpha_{\rho}} \geq 0.$$

Отсюда, в силу положительности $\Theta_{P'} = \Theta_{\rho}$, можно заключить, что

$$\gamma_i' \geq \gamma_i \alpha_i' |\ln z_0^{(0)}|, \quad |i = P', \rho|.$$

При $\omega = 3$ $|\ln z| \approx 2,8$, при $\omega = 4$ $|\ln z| \approx 2,5$, и окончательно:

$$\gamma_i' \approx C_i \alpha_i' \gamma_i, \quad (3.7)$$

где $C_{P'}$, C_{ρ} - числа порядка нескольких единиц. Выражение

$$7 \operatorname{Im}^{as} A_1^{\ell=3}(\omega) = \frac{\omega-1}{5} [\Theta_{P'} z^{\alpha_{P'}} + \Theta_{P'} z^{\alpha_{P'}} + \frac{1}{2} \Theta_{\rho} z^{\alpha_{\rho}}] - \frac{1}{5} \operatorname{Im}^{as} A_1(\omega)$$

также должно быть положительным. Однако при уменьшении ω первый член убывает быстрее второго, что приводит к дополнительному требованию относительно величин $\Theta_{P'}$, Θ_{ρ} . Это может служить указанием на то, что пороговая область амплитуды A_1 больше пороговых областей $A_{0,2}$.

4. Значения величин γ_{ρ} и κ_i

Рарита и другие [9] предложили две альтернативных системы параметров асимптотики Редже (решения (1) и (3)) для описания $\pi\pi$ -рассеяния. Эти параметры получены из анализа высокоэнергетических

данных по $\pi\rho^-$, $\rho\rho^-$ и $\rho\rho^+$ -рассеянию. Вычеты γ_{ρ^-} , γ_{ρ^+} были вычислены с помощью теоремы факторизации, а γ_{ρ} остался неопределенным, так как траектория ρ не учитывалась при анализе данных по $\rho\rho^-$ и $\rho\rho^+$ -рассеянию. Параметры Парита в наших обозначениях и единицах таковы:

Решение (1)

$$a_{\rho^-} = 1; \quad a_{\rho^+} = 0,73; \quad a_{\rho} = 0,58; \quad \gamma_{\rho^-} = 0,70; \quad \gamma_{\rho^+} = 1,29;$$

$$a'_{\rho^-} = 0,002; \quad a'_{\rho^+} = 0,029; \quad a'_{\rho} = 0,018.$$

Решение (3)

$$a_{\rho^-} = 1; \quad a_{\rho^+} = 0,57; \quad a_{\rho} = 0,57; \quad \gamma_{\rho^-} = 1,21; \quad \gamma_{\rho^+} = 0,70;$$

$$a'_{\rho^-} = 0,006; \quad a'_{\rho^+} = 0,029; \quad a'_{\rho} = 0,019.$$

Приведенные авторами парциальные разложения при энергиях 5 Гэв и выше показывают, что в этих решениях нарушается унитарность. При этом с увеличением энергии нарушение происходит во все более высоких парциальных волнах. Авторы приписывают этот эффект неточности параметризации вблизи направления вперед. Ниже 1 Гэв этот порок проявляется, видимо, уже в низших парциальных волнах и находит свое отражение в том, что решения (1) и (3) не удовлетворяют условию (3.4) $\Theta_{\rho} > 0$. Поэтому мы не приводим значений γ' , которые можно вычислить из этих данных, считая их просто неизвестными. Нарушение унитарности в нашем случае тем более не удивительно, что здесь используются функции, которые были параметризованы по экспериментальным данным при энергиях на порядок выше.

Вычет $\gamma_{\rho}(0)$ можно определить ^{/1/} из требования

$$\text{Re} A_1^1(\omega_{\rho}) = 0, \quad (4.1)$$

где $\text{Re} A_1$ дается формулой (2.10). Пренебрегая вкладом l -волны в монотонной части амплитуды, т.е. считая $\text{Re}^{\text{as}} A_1^l(\omega_\rho) = \text{Re}^{\text{as}} A_1(\omega_\rho)$, можно написать:

$$\text{Re}^{\text{as}} A_1(\omega_\rho, \omega_0^{(1)}) + \text{Re}^{\text{res}} A_1^{\ell=1}(\omega_\rho, \omega_0^{(1)}) = 0. \quad (4.2)$$

Выражение (4.2) мало чувствительно к пороговым параметрам при разумных пределах изменения $\omega_0^{(1)}$. Полагая $\omega_0^{(1)} = 5,25$ (500 Мэв) и вычисляя интеграл от брейт-вигнеровской функции ρ -резонанса точно, а остальные - в δ -приближении, получим

$$\text{Re}^{\text{res}} A_1^{\ell=1}(\omega, \omega_0^{(1)}) = \kappa_\rho 0,165 - \kappa_\epsilon 0,032 - \kappa_f 0,119.$$

Поскольку $0 \leq \kappa \leq 1$, то это выражение мало и

$$\text{Re}^{\text{as}} A_1(\omega_\rho) = -\gamma_\rho z_\rho^{a_\rho} \text{ctg} \frac{\pi a_\rho}{2l} + \frac{1}{2} \gamma_\rho z_\rho^{a_\rho} \text{tg} \frac{\pi a_\rho}{2} = 0 \pm \epsilon,$$

откуда

$$\gamma_\rho = 0,75 \pm 3,2 \epsilon \quad \text{для решения (1),}$$

$$\gamma_\rho = 0,90 \pm 3,2 \epsilon \quad \text{для решения (3).}$$

(В дальнейшем мы полагаем $\epsilon = 0$). Эти значения согласуются с имеющимися данными. Если использовать приведенное Тер-Мартirosяном ^{/3/} значение $V_\rho(\text{NN}) = (1,9 \pm 1,0)$ мб, то $0,5 \leq \gamma_\rho \leq 2$.

Зная γ_ρ , можно вычислить $\text{Im}^{\text{as}} A_T(\omega_2)$, необходимые для оценки высот резонансов κ_f . Как показывают значения

$$\text{Im}^{\text{as}} A_0(\omega_\epsilon) = 1,09; \quad \text{Im}^{\text{as}} A_0(\omega_f) = 2,38; \quad \text{Im}^{\text{as}} A_1(\omega_\rho) = 0,91 \quad (\text{решение (1)}),$$

$$\text{Im}^{\text{as}} A_0(\omega_\epsilon) = 1,07; \quad \text{Im}^{\text{as}} A_0(\omega_f) = 2,45; \quad \text{Im}^{\text{as}} A_1(\omega_\rho) = 0,92 \quad (\text{решение (3)}),$$

полные эффективные сечения, соответствующие решениям (1) и (3), практически не отличаются друг от друга. Унитарный s -волновой предел при энергии ϵ -резонанса равен 1,082. Пренебрегая волной $\ell=3$ в выражении $\text{Im}^{\text{as}} A_1(\omega_\rho)$, получаем:

$$\kappa_\rho \approx 0,7; \quad \kappa_f > 0,5; \quad \kappa_\epsilon - \text{мало}$$

Значения κ_f и κ_ϵ существенно зависят от неизвестных величин γ_1' и поэтому не могут быть найдены точно. Нижний предел $\kappa_f = 0,5$ соответствует предположению о том, что монотонная часть амплитуды при энергии f -мезона полностью определяется d -волной. Что касается κ_ϵ , то не исключено, что оно нуль, так как этого можно, по видимому, добиться изменением в пределах точности параметров амплитуды. Конечно, случаи $\kappa_\epsilon = 0$ и $\kappa_\epsilon \neq 0$ означают совершенно различные ситуации (отсутствие или наличие полюса на нефизическом листе амплитуды рассеяния), однако, с нашей точки зрения, различие чисто количественное. Вопрос о существовании ϵ -резонанса мы обсудим ниже.

5. Длины рассеяния a_0 и a_2

Поскольку в нашем распоряжении имеются мнимые и вещественные части амплитуд, а в последних длины содержатся в качестве неизвестных параметров, то их можно найти из требования унитарности

$$\text{Re} A_T^{\ell=0} = \sqrt{K}^{-1} \text{Im} A_T^{\ell=0} - (\text{Im} A_T^{\ell=0})^2. \quad (5.1)$$

Длины — не единственные неизвестные параметры амплитуд. К ним принадлежат также γ' , которые необходимы для фактического выделения s -волновой части монотонных амплитуд A_T . Поэтому соотношение (5.1) нужно применять при достаточно низких энергиях, когда s -волновую парциальную амплитуду можно заменить приближенно полной амплитудой процесса. Подстановка (2.8), (2.9), (2.11) в (5.1) дает:

$$a_T + \operatorname{Re}^{as} A_T(\omega) + \phi_T(\omega, \omega_0^{(T)}) + \operatorname{Re}^{res} A_T^{\ell=0}(\omega) \approx \sqrt{K^{-1} \operatorname{Im}^{as} A_T(\omega) - (\operatorname{Im}^{as} A_T(\omega))^2}, \quad |T=0,2| \quad (5.2)$$

Резонанс Γ из амплитуды $T=0$ исключается как принадлежащий d -волне, так что a_0 не зависит от κ_f . В канале $T=2$ зависимость от κ_f слаба, так как она осуществляется через интеграл по левому разрезу, а сам резонанс расположен далеко. При вычислениях предполагалось $\kappa_f = 4/5$. Резонансом ϵ можно пренебречь ввиду малости κ_ϵ .

Величины $\operatorname{Re}^{as} A_T$ и $\operatorname{Re}^{res} A_T$ имеют в обоих случаях $|T=0,2|$ противоположные знаки, причем в области низких энергий (≈ 500 Мэв) их сумма по абсолютной величине мала по сравнению с корнем, стоящим справа уравнения (5.2). Отсюда можно заключить, что в указанной области энергий знаки a_0 и a_2 совпадают со знаками правых частей уравнений (5.2), т.е. со знаками $\operatorname{Re} A_0^0$, $\operatorname{Re} A_2^0$ соответственно. Если же $|\delta_T^0| < \pi/2$, то они совпадают со знаками фаз. В настоящее время преобладает мнение [8,10], что при энергиях ниже 700 Мэв фазы δ_T^s не переходят через $\pi/2$ и что $\delta_0^s > 0$, $\delta_2^s < 0$. В соответствии с этим можно считать, что $a_0 > 0$, $a_2 < 0$.

Величины a_T , определенные из уравнения (5.2), зависят от ω вследствие того, что на самом деле это не длины, а функции $a_T(\omega) = a_T - 5 \operatorname{Re}^{2s} A_T^{\ell=2}(\omega)$. Для того, чтобы определить истинные дли-

ны a_T , нужно, чтобы эта зависимость была не слишком сильной. Рис. 1, на котором представлены графики функций $a_T(\omega)$, вычисленные в предположении, что $\omega_0^{(0)} = \omega_0^{(2)} = 3$ и что параметры траекторий соответствуют решению (1), показывает, что это условие соблюдается. С точки зрения уменьшения влияния d -волн нужно выбирать $\omega \cong \omega_0$. Однако здесь уже важны неучтенные интегралы по пороговой области. Как показывают оценки (основанные на предположении, что фазы δ_T^s плавно приближаются к нулю, когда $\omega \rightarrow 1$), при значении $\omega_0^{(T)} = 3$ этими интегралами можно пренебречь в области $\omega > 5$ (при этом член $\phi_2(\omega, \omega_0^{(2)})$ тоже мал). Отсюда следуют значения длин

$$a_0 \cong 0,7; \quad a_2 \cong -0,5; \quad \frac{a_2}{a_0} \cong -2/3. \quad (5.3)$$

Как видно из графиков, отношение длин зависит от ω слабее, чем сами длины.

Для параметров траекторий, соответствующих решению (3), получаются те же значения. Изменение $\omega_0^{(2)}$ в пределах $2 \div 5$ практически не влияет на a_2 ввиду малости $|\delta_2^s|$ в этой области. Для a_0 такая оценка сложнее, так как a_0 сильнее зависит от поведения δ_0^s в пороговой области, однако и здесь чувствительность к изменению $\omega_0^{(0)}$ слаба.

Значения длин (5.3) очень хорошо согласуются с экспериментальными данными, полученными в последнее время главным образом из распадов K^- и η^- -мезонов /11/, а также с данными по сечениям в состоянии $T=2$ на пороге реакции /12/.

Заметим, что если знак корня (5.2) выбрать отрицательным, то $a_0 \cong -0,5$. Ниже будет показано, что это значение исключается условием унитарности.

6. Проблема $\epsilon(S_0)$ -резонанса

Вопрос о существовании s -волнового резонанса изосинглетной амплитуды является одним из наиболее актуальных. Хотя он в настоящее время еще не решен окончательно, но по-видимому, все больше укрепляется мнение о его существовании /5,13/.

Рассматривая амплитуду $\text{Im}^{as} A_0$, мы отметили, что резонанс ϵ , если он существует, имеет очень малую высоту κ_ϵ , так что во многих случаях им можно пренебречь. Сейчас мы ответим на вопрос, переходит ли фаза δ_0^s через значение $\pi/2$, т.е. выполняется ли необходимое условие существования упругого резонанса. Для этой цели рассмотрим вещественную часть амплитуды рассеяния. Если $\delta_0^0(\omega_\epsilon) = \pi/2$, то $\text{Re} A_0^0(\omega_\epsilon) = 0$. Согласно (2,9) это означает, что

$$a_0 \frac{1}{2} \text{Re}^{res} A_0^{\ell=0}(\omega_\epsilon) + \text{Re}^{as} A_0^{\ell=0}(\omega_\epsilon) = 0, \quad (6.1)$$

где

$$\text{Re}^{res} A_0^0(\omega_\epsilon) \cong - \frac{3\kappa_\rho \Gamma^{\rho/2}}{\omega_\rho + \omega_\epsilon} \cong -0,18 \quad (\delta - \text{приближение}), \quad (6.2)$$

$$\text{Re}^{as} A_0^0(\omega) = \text{Re}^{as} A_0(\omega) - 5 \text{Re}^{as} A_0^{\ell=0}(\omega) \quad (6.3)$$

и где, в свою очередь,

$$\text{Re}^{as} A_0(\omega) = -\gamma_P z \frac{a_{P'}}{\epsilon} \text{ctg} \frac{\pi a_{P'}}{2} + \gamma_\rho z \frac{a_\rho}{\epsilon} \text{tg} \frac{\pi a_\rho}{2} \cong 0,23, \quad (6.4)$$

$$5 \text{Re}^{as} A_0^{\ell=2}(\omega) = \frac{\omega-1}{3} \left\{ -\Theta_{P'} z \frac{a_{P'}}{\epsilon} \text{ctg} \frac{\pi a_{P'}}{2} + \Theta_\rho z \frac{a_\rho}{\epsilon} \text{tg} \frac{\pi a_\rho}{2} + \right. \\ \left. + \gamma_P a_{P'} z \frac{\pi/2}{\sin^2 \frac{\pi a_{P'}}{2}} + \gamma_{P'} a_{P'} z \frac{a_{P'}}{\epsilon} \frac{\pi/2}{\sin^2 \frac{\pi a_{P'}}{2}} + \gamma_\rho a_\rho z \frac{a_\rho}{\epsilon} \frac{\pi/2}{\cos^2 \frac{\pi a_\rho}{2}} \right\}. \quad (6.5)$$

С уменьшением ω величина, определяемая формулой (6.2), растет по модулю, а (6.4) уменьшается так, что при некотором ω_k , лежащем немного левее ω_ϵ ,

$$\operatorname{Re} A_0^0(\omega_k) = a_0 - 5 \operatorname{Re} A_0^{\text{as} \ell=2}(\omega_k). \quad (6.6)$$

Из рассмотрения $\operatorname{Im} A_0^{\text{as}}(\omega)$ следовало, что в этой области изменения ω δ_0^0 должно быть близким к $\pi/2$. Следовательно, согласно условию унитарности, обе стороны уравнения (6.6) должны быть малыми, а так как a_0 большое, то $\operatorname{Re} A_0^{\text{as} \ell=2} > 0$. Этот вывод согласуется с условием (3.6), требующим $\Theta_{\rho'} \approx \Theta_\rho$; оценка выражения, стоящего в фигурной скобке формулы (6.5), основанная на значениях параметров, приведенных в п.4, показывает, что оно положительно вплоть до $\Theta_{\rho'} \lesssim 15 \Theta_\rho$ в случае решения (1) и вплоть до $\Theta_{\rho'} \lesssim 8 \Theta_\rho$ в случае решения (3). За счет лишнего множителя $\frac{1}{3}(\omega - 1)$ выражение (6.5) растет с ростом ω быстрее, чем (6.4), и поэтому $\operatorname{Re} A_0^0(\omega)$ переходит через 0, а, следовательно, δ_0^{as} — через $\pi/2$ ^{x/}.

Формула (6.6) исключает отрицательные значения a_0 , так как при $a_0 \approx -0,5$ резко нарушается унитарность в S -волне. Вместе с тем в рассматриваемой области энергии невозможно также $\delta_0^{\text{as}} < 0$. Подобное заключение относительно фазы δ_2^{as} трудно сделать без более детальных сведений о величинах Θ_1 .

Факт прохождения δ_0^{as} через $\pi/2$ естественно связать с ϵ -резонансом, хотя и нет четкого указания, что это происходит именно при энергии 730 Мэв. С точки зрения аналитических свойств амплитуды рассеяния резонансом принято считать полюс на нефизическом листе. Поэтому для существования резонанса недостаточно одного условия прохож-

^{x/} Эта работа была уже закончена, когда автор познакомился со статьей Вагнера ^{/15/}, которым получено такое же поведение фаз путем рассмотрения периферического рождения пионов по модели Венециано.

дения фазы через $\pi/2$ — нужно еще, чтобы его высота $\kappa \neq 0$. Является ли ϵ с этой точки зрения резонансом, трудно сказать, ибо не исключено, что $\kappa_\epsilon = 0$. Однако, если даже $\kappa_\epsilon \neq 0$, то поведение фазы вблизи резонанса не будет описываться формулой Брейта-Вигнера, так как основной вклад дает монотонная часть амплитуды. К ϵ , строго говоря, неприменимо понятие ширины, и можно ожидать, что он будет несимметричным. Несимметричность этого резонанса особенно подчеркивалась Серебряковым и Ширковым ^{/14/}, которые получили его в одном из возможных решений Д.С. Она также не противоречит опыту, поскольку предпочтенное Маламудом и Шлейном ^{/5/} решение UP-UP является несимметричным.

7. Обсуждение

Простое рассуждение, опирающееся на довольно скудные данные относительно поведения сечений при низких энергиях, позволяет установить минимальный набор траекторий, необходимых для описания монотонных частей амплитуд и их асимптотики; он состоит из P , P' , ρ . Из них P' и ρ необходимы для описания амплитуд при низких энергиях. Поведение на бесконечности описывается траекторией P и диктуется асимптотикой процессов πN и NN , связанных с $\pi\pi$ теоремой факторизации. Требование унитарности, связывающее в У.И.М. параметры каналов s и t , позволяет найти вычет траектории ρ . Значения этого вычета для двух различных решений (1) и (3) ^{/9/} различные, но полные сечения при низких энергиях отличаются очень мало. Различие на бесконечности $\sigma_\infty(1) \cong 7$ мб, $\sigma_\infty(3) \cong 12$ мб вызвано различием в значениях γ_p решений (1) и (3).

Резонанс ϵ , даже если он существует в смысле полюса на втором листе амплитуды рассеяния ($\kappa_\epsilon \neq 0$), есть в основном резуль-

тат интерференции полюсов Редже из t -канала. Его высота очень мала, и при рассмотрении сечений им можно в первом приближении пренебречь. Это позволяет не заботиться о ширине, которая не установлена достаточно достоверно.

Знаки длин a_T идентичны со знаками $\text{Re } A_T^0(\omega)$ в области $\approx (500 + 700)$ Мэв. Любопытно, что условие унитарности фиксирует знак $a_0 > 0$). Это означает, что в этой области энергии значение δ_0^s лежит в первой или третьей четверти тригонометрического круга.

Полные сечения рассеяния как функции энергии представлены на рис. 2. В описании сечения вблизи f -резонанса имеется неопределенность, отражающая тот факт, что κ_f не известна точно. Пунктирные части графиков приведены лишь для соединения кривых с соответствующими пороговыми значениями сечений.

Разница фаз s -состояний при энергии, равной массе K -мезона, $(\delta_0^s - \delta_2^s)_{m_K} \approx +68^\circ$. Это значение соответствует, по-видимому, данным Джонса /8/ и решению UP-UP /5/.

Я очень благодарен В.А. Мещерякову за многочисленные обсуждения и замечания, сделанные им при чтении рукописи, а также З. Стругальскому за интересные дискуссии.

Л и т е р а т у р а

1. М. Маевски. Препринт ОИЯИ, P2-4633, Дубна, 1969.
2. В.Д. Ширков, В.В. Серебряков, В.А. Мещеряков. Дисперсионные теории сильных взаимодействий при низких энергиях. Изд-во "Наука", Москва, 1967.
3. К.А. Тер-Мартirosян. Международная школа по физике высоких энергий. Попрадское Плесо, Чехословакия, октябрь 1967.

4. H.Rothe. Phys. Rev., 140 B, 1421 (1965).
5. E.Malamad, P.Schlein. Phys. Rev. Lett., 19, 1056 (1967).
6. A.H.Rosenfeld, N.Barash-Schmidt, A.Barbaro-Galtieri, L.R.Price, Matts Roos, Paul Soding, W.J.Wills, C.G.Wohl. Table of Resonances, January, 1968.
7. W.D.Walker, J.Carroll, A.Garfinkel, B.Y.Oh. Phys. Rev. Lett., 18, 630 (1967).
8. L.W.Jones, D.O.Caldwell, B.Zacharov, D.Harting, E.Bleuler, W.C.Middelkoop, B.Elsner. Phys. Lett., 21, 590 (1966).
9. W.Rarita, R.J.Riddell, C.B. Chiu, R.J.Phillips. Phys. Rev., 165, 1615 (1968).
10. А.В. Арефьев, Ю.Д. Бажков, Ю.М. Зайцев, М.С. Козодаев, Г.А. Лексиц, В.Т. Осипенков, Д.А. Сучков, В.В. Теленков, В.Б. Федоров. ЯФ, 5, 1060 (1967).
11. S. Focardi, G.Mandrioli. Nuovo Cim., 58A, 639 (1968);
P.J.Litchfield. Nuovo Cim., 57, 473 (1968);
В.В. Анисович, Л.Г. Дахно. ЖЭТФ, Письма, 6, 907 (1967).
12. C.Caso, F.Conte, G.Tomasini, P.Dittmann, G.Drews, P. von Handel, P.Schilling, L.Mandelli, S.Ratti, G.Vegni, P.Daronian, A.Daudin, B.Gandois, C.Kochowski, C.Lewin, L.Mosca. Nuovo Cim., 57, 699 (1968).
13. S.Marateck, V.Hagopian, W.Selove, L.Jacobs, F.Oppenheimer, W.Schultz, L.J.Gutay, D.H.Miller, J.Prentice, E.West, W.D.Walker. Phys. Rev. Letters, 21, 1613 (1968);
Z.S.Strugalski, I.V.Chuvilo, I.A.Ivanovskaya, Z.Jabłoński, T.Kanarek, L.S.Okhrimenko, E.Fenyves, T.Gemesy, S.Krasnovsky, G.Pinter. Preprint, E1-4443, Dubna, 1969;
C.Lovelace, R.M.Heinz, A.Donnachie. Phys. Lett., 22, 332, (1966); C.Lovelace. Proc. of the Heidelberg Intern Conf. on Elem. Particles.

14. V.V.Serebryakov, D.V.Shirkov. Preprint Novosibirsk, T-30, T-31,
1967.
15. F.Wagner. Preprint CERN TH 1012, 1969.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 июля 1969 года.

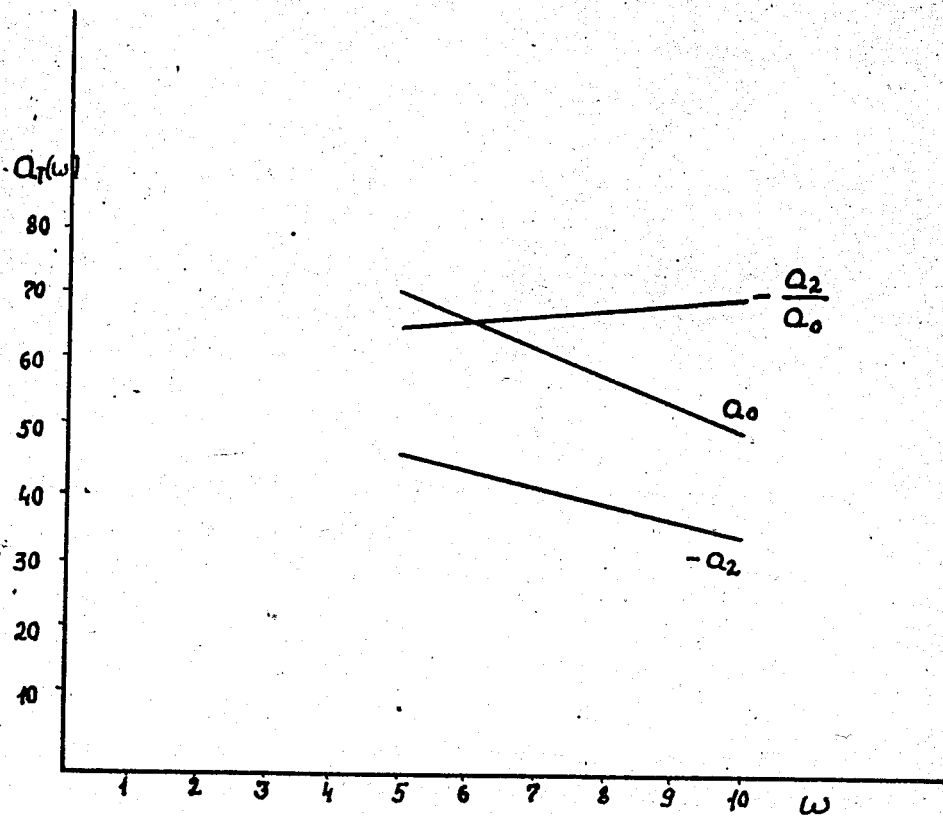


Рис.1. Зависимость $a_T(\omega) = a_T - 5 \operatorname{Re} A_T^{\text{as } l=2}(\omega)$ от ω . Длиннами приближенно являются $a_T(\omega \approx 5)$.

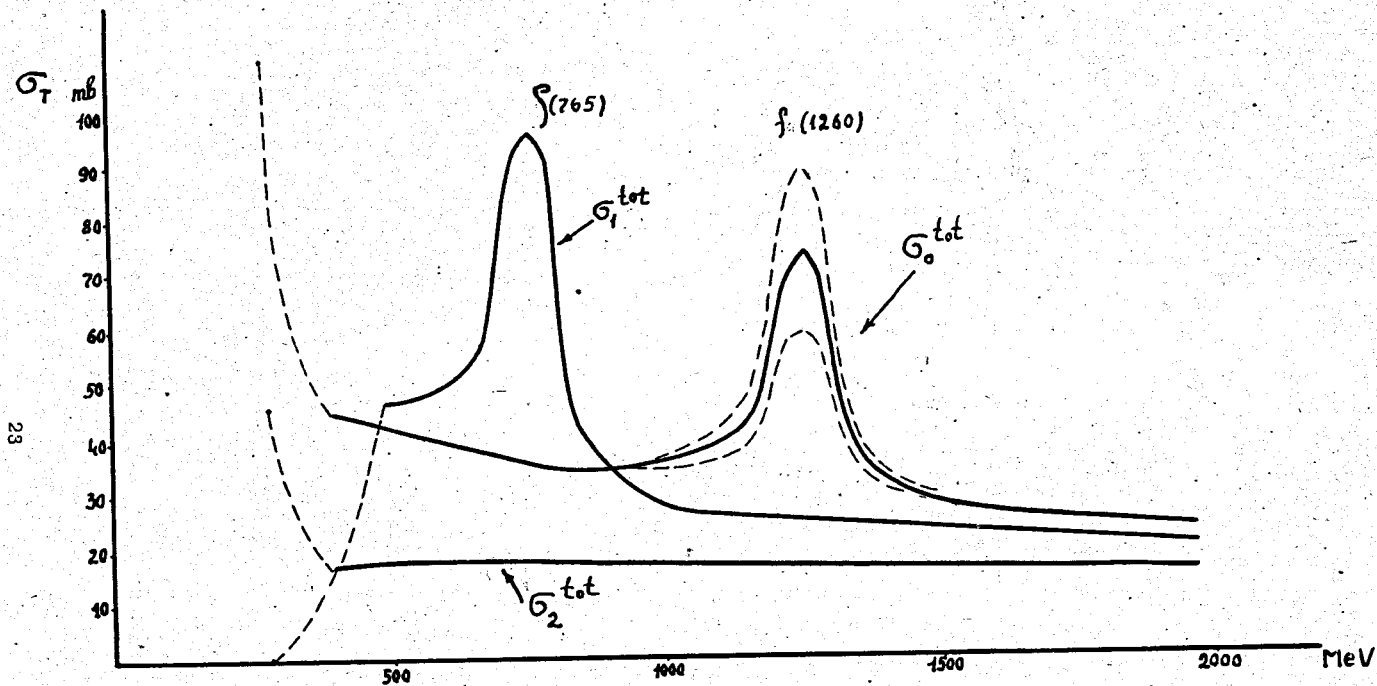


Рис.2. Полные сечения $\sigma_T(\omega)$. В области f -резонанса штрихованные линии соответствуют минимальному и максимальному значениям κ_f ($0,50 \leq \kappa_f \leq 1$), а сплошная линия - значению $\kappa_f = 0,75$. Пунктирные линии соединяют кривые с соответствующими пороговыми значениями сечений.

Михал Маевски

P2-4632

Сечения $\pi\pi$ -взаимодействия в интерференционной модели
с учетом унитарности

Интерференционная модель с учетом унитарности применяется для описания сечений $\pi\pi$ -рассеяния. Из связи между s - и t -каналами определяется вычет ρ -мезонной траектории. Найдены длины рассеяния a_0 и a_2 и установлено, что фаза δ_0^0 проходит через $\pi/2$.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1969

Majewski Michal

P2-4632

Cross Sections in the Interference Model with the
Account of Unitarity

See the Abstract on the reverse side of the title-page.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1969