СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р2 - 4581

Ю.М.Малюта

СВЕРХТЕКУЧАЯ МОДЕЛЬ КВАРКОВ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1969

P2 - 4581

Ю.М.Малюта

СВЕРХТЕКУЧАЯ МОДЕЛЬ КВАРКОВ

I. Введение

Каждая кварковая модель представляет собой набор правил для получения соотношений между различными наблюдаемыми величинами, причем эти правила базируются на аналогии с моделями ядра. Типичным примером такой аналогии является аналогия между моделью кварков [1], основанной на группе $SU(6)$, и моделью ядерных супермультиплетов [2], основанной на группе $SU(4)$.

В настоящей работе предлагается сверхтекучая модель кварков, основанная на группе $Sp(6)$, прототипом которой является сверхтекучая модель ядра Флауэрса, Шпиковского [3] и Ичимуры [4], основанная на группе $Sp(4)$. Эта модель идейно близка к сверхтекучей модели ядра Боголюбова [5] и Соловьева [6].

В разделе 2 излагаются основные сведения, касающиеся алгебры Ли группы $Sp(6)$. В разделе 3 проводится квантование унитарно симметричного гамильтониана сверхпроводящего типа, собственные значения которого определяют спектр масс адронов. Раздел 4 посвящен анализу содержания представлений группы $Sp(6)$, по которым преобразуются собственные функции сверхпроводящего гамильтониана. В разделе 5 наблюдаемый спектр масс достоверных резонансов сравнивается с результатами, вычисленными из массовой формулы. В разделе 6 рассмотрены возможные физические следствия.

2. Алгебра Ли группы $Sp(6)$

Представим генераторы группы $Sp(6)$ в виде операторов в гильбертовом пространстве, порождаемом действием операторов рождения и уничтожения кварков на вакуум, определяемый как состояние, преобразующееся по представлению $D^1(0,0,0)$ группы $Sp(6)$:

$$H_1 = \sum_m \overset{+}{a}_{jm} a_{jm} - (j + 1/2) \quad ,$$

$$H_2 = \sum_m \overset{+}{b}_{jm} b_{jm} - (j + 1/2) \quad ,$$

$$H_3 = \sum_m \overset{+}{c}_{jm} c_{jm} - (j + 1/2) \quad ,$$

$$E_1 = \overset{+}{E}_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_m (-)^{j-m} \overset{+}{a}_{jm} \overset{+}{a}_{j-m} \quad ,$$

$$E_2 = \overset{+}{E}_{-2} = \sum_m (-)^{j-m} \overset{+}{a}_{jm} \overset{+}{b}_{j-m} \quad ,$$

$$E_3 = \overset{+}{E}_{-3} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_m (-)^{j-m} \overset{+}{b}_{jm} \overset{+}{b}_{j-m} \quad , \qquad \text{(I)}$$

$$E_4 = \overset{+}{E}_{-4} = \sum_m (-)^{j-m} \overset{+}{b}_{jm} \overset{+}{c}_{j-m} \quad ,$$

$$E_5 = \overset{+}{E}_{-5} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_m (-)^{j-m} \overset{+}{c}_{jm} \overset{+}{c}_{j-m} \quad ,$$

$$E_6 = \overset{+}{E}_{-6} = \sum_m (-)^{j-m} \overset{+}{a}_{jm} \overset{+}{c}_{j-m} \quad ,$$

$$E_7 = \overset{+}{E}_{-7} = \sum_m \overset{+}{b}_{jm} a_{jm} \quad ,$$

$$E_8 = \overset{+}{E}_{-8} = \sum_m \overset{+}{c}_{m} b_{jm} \quad ,$$

$$E_9 = \overset{+}{E}_{-9} = \sum_m \overset{+}{c}_{jm} a_{jm} \quad ,$$

где $\overset{+}{a}_{jm}$, $\overset{+}{b}_{jm}$, $\overset{+}{c}_{jm}$ (a_{jm}, b_{jm}, c_{jm}) – операторы рождения (уничтожения) p, n, λ кварков в состоянии со спином j и магнитным квантовым числом m. Предполагается, что кварки с совпадающими значениями j являются относительными фермионами, а с различными значениями j – относительными бозонами.

Генераторы (I) удовлетворяют следующим перестановочным соотношениям:

$$[H_i, H_j] = 0 \quad , \quad (i \text{ и } j = 1, 2, 3)$$

$$[H_i, E_\alpha] = r_i(\alpha) E_\alpha \, , \quad (\alpha = \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm 9)$$

$$[E_\alpha, E_{-\alpha}] = \sum_i r_i(\alpha) H_i \, ,$$

$$[E_\alpha, E_\beta] = \begin{cases} N_{\alpha\beta} E_\gamma \, , & \text{для } r(\alpha) + r(\beta) = r(\gamma) \\ 0 \, , & \text{в противном случае} . \end{cases}$$

Здесь корни $r(\alpha) = (r_1(\alpha), r_2(\alpha), r_3(\alpha))$ и структурные константы $N_{\alpha\beta}$ задаются выражениями [7]:

$$r(1) = -r(-1) = (2, 0, 0) \quad ,$$

$$r(2) = -r(-2) = (1, 1, 0) \quad ,$$

$$r(3) = -r(-3) = (0, 2, 0) \quad ,$$

$$r(4) = -r(-4) = (0, 1, 1),$$

$$r(5) = -r(-5) = (0, 0, 2),$$

$$r(6) = -r(-6) = (1, 0, 1),$$

$$r(7) = -r(-7) = (-1, 1, 0),$$

$$r(8) = -r(-8) = (0, -1, 1),$$

$$r(9) = -r(-9) = (-1, 0, 1),$$

$$N_{\alpha\beta} = -N_{\beta\alpha} = -N_{-\alpha-\beta},$$

$$N_{72} = N_{-27} = N_{71} = N_{1-2} = N_{3-2} = N_{-73} =$$

$$= N_{84} = N_{-48} = N_{83} = N_{3-4} = N_{5-4} = N_{-85} =$$

$$= N_{96} = N_{-69} = N_{91} = N_{1-6} = N_{5-6} = N_{-95} = \sqrt{2},$$

$$N_{87} = N_{76} = N_{82} = N_{92} =$$

$$= N_{9-7} = N_{4-6} = N_{6-2} = N_{4-2} =$$

$$= N_{-89} = N_{-74} = N_{-86} = N_{-94} = 1.$$

Группа $Sp(6)$ содержит в качестве подгруппы группу $SU(3)$. Генераторы группы $SU(3)$ имеют вид[*]:

$$
\begin{aligned}
&H_1' = \frac{1}{\sqrt{2}}(H_1 - H_2) , \\
&H_2' = \frac{1}{\sqrt{6}}(H_1 + H_2 - 2H_3) , \\
&E_{-7} = \overset{+}{E}_7 , \\
&E_{-8} = \overset{+}{E}_8 , \\
&E_{-9} = \overset{+}{E}_9 .
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

Генераторы (2) удовлетворяют перестановочным соотношениям:

$$[H_i', H_j'] = 0 \qquad , (i \text{ и } j = 1,2)$$

$$[H_i', E_\alpha] = r_i'(\alpha) E_\alpha , (\alpha = \pm 7, \pm 8, \pm 9)$$

$$[E_\alpha, E_{-\alpha}] = \sum_i r_i'(\alpha) H_i' ,$$

$$[E_\alpha, E_\beta] = \begin{cases} N_{\alpha\beta} E_\gamma , & \text{для } r'(\alpha) + r'(\beta) = r'(\gamma) \\ 0 , & \text{в противном случае} . \end{cases}$$

---

*) Заметим, что $\frac{1}{\sqrt{2}} H_1' = I_0$ и $\frac{2}{\sqrt{6}} H_2' = Y$, где I_0 - нулевая компонента оператора изоспина, Y - оператор гиперзаряда.

Корни $r'(\alpha)=(r'_1(\alpha), r'_2(\alpha))$ и структурные константы $N_{\alpha\beta}$ задаются выражениями [8]:

$$r'(-7) = -r'(7) = \frac{1}{\sqrt{2}}(2, 0) ,$$

$$r'(-8) = -r'(8) = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, \sqrt{3}) ,$$

$$r'(-9) = -r'(9) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, \sqrt{3}) ,$$

$$N_{\alpha\beta} = -N_{\beta\alpha} = -N_{-\alpha-\beta} ,$$

$$N_{87} = N_{9-7} = N_{-89} = 1 .$$

3. Унитарносимметричное взаимодействие сверхпроводящего типа

Будем считать, что силы, связывающие кварки в адроне, обусловлены $SU(3)$ - симметричным гамильтонианом сверхпроводящего типа*)

$$H=\frac{1}{4}\mu^2(E_1E_{-1}+E_2E_{-2}+E_3E_{-3}+E_4E_{-4}+E_5E_{-5}+E_6E_{-6}), \quad (3)$$

где $E_1, E_{-1}, \ldots, E_6, E_{-6}$ - операторы, представленные в (I), μ^2 - константа связи. Тогда адроны будут описываться собственными функциями гамильтониана (3), собственные

*) Гамильтониан (3) отвечает случаю jj - связи при наличии вырождения одночастичных уровней.

значения которого определяют квадраты их масс[ж)].

Для квантования гамильтониана (3) применим технику теории групп [9]. Используя оператор Казимира C группы $Sp(6)$, определяемый как

$$C = \sum_i H_i^2 + \sum_{\alpha=-9}^{9} E_\alpha E_{-\alpha} ,$$

перепишем гамильтониан (3) в виде:

$$H = \frac{1}{8}\mu^2 \Big[C - \sum_i H_i^2 - \sum_{\alpha=7}^{9}(E_\alpha E_{-\alpha} + E_{-\alpha}E_\alpha) + \sum_i \sum_{\alpha=1}^{6} \tau_i(\alpha) H_i\Big] =$$

$$= \frac{1}{8}\mu^2 \Big[C - F - \frac{1}{3} N(N-12)\Big] , \tag{4}$$

где $F = H_1'^2 + H_2'^2 + \sum_{\alpha=7}^{9}(E_\alpha E_{-\alpha} + E_{-\alpha}E_\alpha)$ -

оператор Казимира группы $SU(3)$,

$$N = H_1 + H_2 + H_3$$ -

оператор числа кварков. Так как операторы H, C, F, N взаимно коммутируют, то они могут быть одновременно приведены к диагональному виду в базисах неприводимых представле-

---

ж) Предположение о том, что формула (3) определяет квадраты масс, а не массы, хорошо согласуется с экспериментальными данными.

ний группы $Sp(6)$.

4. Неприводимые представления группы $Sp(6)$ *)

Неприводимые представления группы $Sp(6)$ характеризуются набором целых неотрицательных чисел $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$, определяющих собственное значение оператора Казимира

$$C = (\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+6)+(\lambda_2+\lambda_3)(\lambda_2+\lambda_3+4)+\lambda_3(\lambda_3+2), \quad (5)$$

отвечающее представлению $D^{\nu}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ (где ν – размерность представления). Перечень низших представлений группы $Sp(6)$ и их содержаний по представлениям подгруппы $(N, SU(3))$ приведен в таблицах I и 2. Метод разложения представлений группы $Sp(6)$ по представлениям подгруппы $(N, SU(3))$ описан в приложении.

Неприводимые представления группы $SU(3)$ характеризуются набором целых неотрицательных чисел (λ'_1, λ'_2), определяющих собственное значение оператора Казимира

$$F = \frac{1}{2}(\lambda'_1+\lambda'_2)(\lambda'_1+\lambda'_2+4)+\frac{1}{6}(\lambda'_1-\lambda'_2)^2, \quad (6)$$

отвечающее представлению $D^{\nu}(\lambda'_1, \lambda'_2)$.

---

*)Детальное изложение теории представлений рассматриваемых нами групп содержится в работах [7-9].

Таблица I

Состояния, построенные из четного числа кварков

$D^{\nu}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$	$(N, SU(3))$					
$D^{1}(0,0,0)$	$(0,1)$					
$D^{14}(0,1,0)$	$(0,8)$	$(2,\overline{3})$	$(-2,3)$			
$D^{21}(2,0,0)$	$(0,1)$	$(0,8)$	$(2,6)$	$(-2,\overline{6})$		
$D^{70}(1,0,1)$	$(0,8)$	$(0,10)$	$(0,\overline{10})$	$(2,\overline{3})$	$(-2,3)$	$(2,\overline{15})$
	$(-2,15)$	$(4,3)$	$(-4,\overline{3})$			
$D^{90}(0,2,0)$	$(0,1)$	$(0,8)$	$(0,27)$	$(2,6)$	$(-2,\overline{6})$	$(2,\overline{15})$
	$(-2,15)$	$(4,\overline{6})$	$(-4,6)$			
$D^{189}(2,1,0)$	$(0,8)$	$(0,8)$	$(0,10)$	$(0,\overline{10})$	$(0,27)$	$(2,\overline{3})$
	$(-2,3)$	$(2,6)$	$(-2,\overline{6})$	$(2,\overline{15})$	$(-2,15)$	$(2,24)$
	$(-2,\overline{24})$	$(4,15)$	$(-4,\overline{15})$			
$D^{126}(4,0,0)$	$(0,1)$	$(0,8)$	$(0,27)$	$(2,6)$	$(-2,\overline{6})$	$(2,24)$
	$(-2,\overline{24})$	$(4,15')$	$(-4,\overline{15}')$			

Таблица 2

Состояния, построенные из нечетного числа кварков

$D^{\nu}(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3)$	$(N, SU(3))$					
$D^{6}(1,0,0)$	$(1,3)$	$(-1,\overline{3})$				
$D^{14}(0,0,1)$	$(1,\overline{6})$	$(-1,6)$	$(3,1)$	$(-3,1)$		
$D^{64}(1,1,0)$	$(1,3)$	$(-1,\overline{3})$	$(1,\overline{6})$	$(-1,6)$	$(1,15)$	$(-1,\overline{15})$
	$(3,8)$	$(-3,8)$				
$D^{56}(3,0,0)$	$(1,3)$	$(-1,\overline{3})$	$(1,15)$	$(-1,\overline{15})$	$(3,10)$	$(-3,\overline{10})$
$D^{126}(0,1,1)$	$(1,3)$	$(-1,\overline{3})$	$(1,15)$	$(-1,\overline{15})$	$(1,\overline{24})$	$(-1,24)$
	$(3,8)$	$(-3,8)$	$(3,\overline{10})$	$(-3,10)$	$(5,\overline{3})$	$(-5,3)$
$D^{216}(2,0,1)$	$(1,\overline{6})$	$(-1,6)$	$(1,\overline{6})$	$(-1,6)$	$(1,15)$	$(-1,\overline{15})$
	$(1,15')$	$(-1,\overline{15}')$	$(1,\overline{24})$	$(-1,24)$	$(3,1)$	$(-3,1)$
	$(3,8)$	$(-3,8)$	$(3,27)$	$(-3,27)$	$(5,6)$	$(-5,\overline{6})$
$D^{350}(1,2,0)$	$(1,3)$	$(-1,\overline{3})$	$(1,\overline{6})$	$(-1,6)$	$(1,15)$	$(-1,\overline{15})$
	$(1,15)$	$(-1,\overline{15})$	$(1,\overline{24})$	$(-1,24)$	$(1,42)$	$(-1,\overline{42})$
	$(3,8)$	$(-3,8)$	$(3,10)$	$(-3,\overline{10})$	$(3,\overline{10})$	$(-3,10)$
	$(3,27)$	$(-3,27)$	$(5,\overline{15})$	$(-5,15)$		
$D^{448}(3,1,0)$	$(1,3)$	$(-1,\overline{3})$	$(1,\overline{6})$	$(-1,6)$	$(1,15)$	$(-1,\overline{15})$
	$(1,15)$	$(-1,\overline{15})$	$(1,15')$	$(-1,\overline{15}')$	$(1,\overline{24})$	$(-1,24)$
	$(1,42)$	$(-1,\overline{42})$	$(3,8)$	$(-3,8)$	$(3,10)$	$(-3,\overline{10})$
	$(3,27)$	$(-3,27)$	$(3,35)$	$(-3,\overline{35})$	$(5,24)$	$(-5,\overline{24})$
$D^{252}(5,0,0)$	$(1,3)$	$(-1,\overline{3})$	$(1,15)$	$(-1,\overline{15})$	$(1,42)$	$(-1,\overline{42})$
	$(3,10)$	$(-3,\overline{10})$	$(3,35)$	$(-3,\overline{35})$	$(5,21)$	$(-5,\overline{21})$

5. Спектр масс адронов

Применим формулу (4) для вычисления центральных масс*) $(\mathcal{N}, SU(3))$ - мультиплетов, отвечающих достоверным резонансам. Используя (5), перепишем массовую формулу (4) в следующем виде:

$$M^2=\frac{1}{8}\mu^2\left[f-F+\frac{1}{3}(n+\mathcal{N})(n-\mathcal{N}+12)\right], \tag{7}$$

где
$$f=\frac{1}{2}(\lambda_1+\lambda_2)(\lambda_1+\lambda_2+4)+\frac{1}{6}(\lambda_1-\lambda_2)^2,$$

$$n=\lambda_1+2\lambda_2+3\lambda_3,$$

значения $\mathcal{N}$ и F определяются из таблиц I и 2 и формулы (6).

Вычисленные по формуле (7) центральные массы мультиплетов и идентификация мезонов и барионов с представлениями групп $Sp(6)$ и $(\mathcal{N}, SU(3))$ содержатся в таблицах 3 и 4. Из этих таблиц видно, что в большинстве случаев центральные массы M находятся в пределах расщеплений масс наблюдаемых унитарных мультиплетов**). Константа μ, фигурирующая в формуле (7), равна массе кварка и полагается равной 632 Мэв.

---

*) Центральной массой $(\mathcal{N}, SU(3))$ - мультиплета называется значение, принимаемое всеми массами мультиплета в отсутствие нарушения $SU(3)$ - симметрии.

**) Экспериментальные данные о резонансах взяты из работы [10] (массы даны в Мэв).

Таблица 3

Мезоны				$D^{\nu}(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3)$	$(N, SU(3))$	M
$K(495)$	$\pi(140)$	$\eta(550)$	$\bar{K}(495)$	$D^{14}(0,1,0)$	$(0,8)$	550
$K^*(890)$	$\rho(765)$	$\omega(780)$ $\varphi(1020)$	$\bar{K}^*(890)$	$D^{21}(2,0,0)$	$(0,8)$ $(0,1)$	710 895
$K\pi(1100)$	$\delta(960)$	$\sigma(750)$	$\overline{K\pi}(1100)$	$D^{70}(1,0,1)$	$(0,8)$	950
$K^*(1230)$	$A_1(1070)$	$D(1285)$	$\bar{K}^*(1230)$	$D^{90}(0,2,0)$	$(0,8)$	1050
$K^*(1320)$	$B(1220)$	?	$\bar{K}^*(1320)$	$D^{189}(2,1,0)$	$(0,8)$	1140
$K^*(1420)$	$A_2(1310)$	$f(1260)$ $f^*(1515)$	$\bar{K}^*(1420)$	$D^{126}(4,0,0)$	$(0,8)$ $(0,1)$	1305 1415
$K^*(1780)$	$R(1650)$	?	$\bar{K}^*(1780)$	$D^{462}(6,0,0)$	$(0,8)$	1815

Таблица 4

Барионы				$D^{\nu}(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3)$	$(N, SU(3))$	M
		$\Lambda(1405)$		$D^{14}(0,0,1)$	$(3,1)$	1100
$N(940)$	$\Sigma(1190)$	$\Lambda(1115)$	$\Xi(1315)$	$D^{64}(1,1,0)$	$(3,8)$	1100
$\Delta(1235)$	$\Sigma(1385)$	$\Xi(1530)$	$\Omega(1675)$	$D^{56}(3,0,0)$	$(3,10)$	1100
$N(1520)$	$\Sigma(1660)$	$\Lambda(1690)$ $\Lambda(1520)$	$\Xi(1815)$	$D^{216}(2,0,1)$	$(3,8)$ $(3,1)$	1380 1485
$N(1470)$	$\Sigma(1610)$	$\Lambda(1750)$	?	$D^{350}(1,2,0)$	$(3,8)$	1450
$N(1550)$	$\Sigma(1670)$	$\Lambda(1670)$	?	$D^{448}(3,1,0)$	$(3,8)$	1550
$\Delta(1640)$	$\Sigma(1770)$	?	?	$D^{252}(5,0,0)$	$(3,10)$	1615
$N(1710)$	?	?	?	$D^{1386}(2,1,1)$	$(3,8)$	1705
$N(1690)$	$\Sigma(1910)$	$\Lambda(1815)$	$\Xi(1930)$	$D^{1344}(1,3,0)$	$(3,8)$	1790
$N(1690)$	$\Sigma(1770)$	$\Lambda(1830)$	?	$D^{2016}(3,2,0)$	$(3,8)$	1870
$\Delta(1925)$	$\Sigma(2030)$	?	?	$D^{1728}(5,1,0)$	$(3,10)$	1925
$N(2190)$	?	$\Lambda(2120)$	?	$D^{4116}(1,4,0)$	$(3,8)$	2120

6. Возможные физические следствия

Наша модель предсказывает существование адронов с квантовыми числами :

$$f = F \ , \quad n = N \ , \quad N = 3B \ , \qquad (8)$$

где B – барионный заряд. Согласно формуле (7), массы этих адронов определяются выражением

$$M^2 = B m^2 \ ,$$

где m – масса нуклона, равная $\mu\sqrt{3}$.

Ограничиваясь рассмотрением нестранного мира, отметим, что адроны (8) имеют такой же барионный заряд, как и атомные ядра, но от последних они отличаются гораздо большими энергиями связи. В связи с этим возникает вопрос : возможен ли процесс адронизации ядерного вещества, т.е. переход атомных ядер в энергетически более выгодные состояния (8) ? Для ответа на поставленный вопрос воспользуемся результатами работы [II] .

Рассмотрим кривую Гаррисона-Вакано-Уилера для равновесных конфигураций вещества. Из поведения этой кривой следует, что

а) если ядерное вещество сжать до плотности $\rho_{ОВ} = 6\cdot 10^{15}$ г/см^3, то система становится неустойчивой по отношению к коллапсу, при котором нуклоны вдавливаются друг в друга ;

б) если вещество продолжать сжимать дальше, то восстановление устойчивости произойдет при плотности $\rho_{МЗ} = 10^{18}$ г/см^3 .

Эти результаты наводят на мысль, что адронизация ядерного вещества происходит в интервале плотностей от $\rho_{ов}$ до $\rho_{мз}$. Эти результаты также свидетельствуют о том, что ядра отделены от адронов (8) очень высоким потенциальным барьером.

Приложение

Содержание представлений $D^1(0,0,0)$, $D^6(1,0,0)$, $D^{14}(0,1,0)$, $D^{14}(0,0,1)$ по подгруппе $(N, SU(3))$ находится путем проектирования весов представлений на оси N, I_0, Y, определяемые соответственно векторами:

$$(1,1,1),\ (1/2,-1/2,0),\ (1/3,1/3,-2/3).$$

Весовые диаграммы представлений $D^1(0,0,0)$, $D^6(1,0,0)$, $D^{14}(0,1,0)$, $D^{14}(0,0,1)$ имеют вид [7]:

$D^1(0,0,0)$

(0, 0, 0)

$D^6(1,0,0)$

(1, 0, 0)	(0, 1, 0)	
	(0, 0, 1)	
	(0, 0, −1)	
	(0, −1, 0)	(−1, 0, 0)

$D^{14}(0,1,0)$

(1, 1, 0)		
(1, 0, 1)	(0, 1, 1)	
(1, 0, −1)	(0, 1, −1)	
(1, −1, 0)	(0, 0, 0)	
	(0, 0, 0)	(−1, 1, 0)
	(0, −1, 1)	(−1, 0, 1)
	(0, −1, −1)	(−1, 0, −1)
		(−1, −1, 0)

$$D^{14}(0,0,1)$$

$(1,1,1)$		
$(1,1,-1)$		
$(1,0,0)$	$(0,1,0)$	
$(1,-1,1)$	$(0,0,1)$	$(-1,1,1)$
$(1,-1,-1)$	$(0,0,-1)$	$(-1,1,-1)$
	$(0,-1,0)$	$(-1,0,0)$
		$(-1,-1,1)$
		$(-1,-1,-1)$

Содержание остальных представлений $D^{\nu}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ находится из редукционных формул:

$$D^{6}(1,0,0)\times D^{6}(1,0,0) = D^{1}(0,0,0)+D^{14}(0,1,0)+D^{21}(2,0,0),$$

$$D^{6}(1,0,0)\times D^{14}(0,1,0) = D^{6}(1,0,0)+D^{14}(0,0,1)+D^{64}(1,1,0),$$

$$D^{6}(1,0,0)\times D^{14}(0,0,1) = D^{14}(0,1,0)+D^{70}(1,0,1),$$

$$D^{6}(1,0,0)\times D^{21}(2,0,0) = D^{6}(1,0,0)+D^{56}(3,0,0)+D^{64}(1,1,0),$$

$$D^{14}(0,1,0)\times D^{14}(0,1,0) = D^{1}(0,0,0)+D^{14}(0,1,0)+D^{21}(2,0,0)+ \\ +D^{70}(1,0,1)+D^{90}(0,2,0),$$

$$D^{14}(0,1,0)\times D^{14}(0,0,1) = D^{6}(1,0,0)+D^{64}(1,1,0)+D^{126}(0,1,1),$$

$$D^{6}(1,0,0)\times D^{56}(3,0,0) = D^{21}(2,0,0)+D^{126}(4,0,0)+D^{189}(2,1,0),$$

$$D^{6}(1,0,0)\times D^{64}(1,1,0) = D^{14}(0,1,0)+D^{21}(2,0,0)+D^{70}(1,0,1)+ \\ +D^{90}(0,2,0)+D^{189}(2,1,0),$$

$$D^{14}(0,0,1)\times D^{21}(2,0,0) = D^{14}(0,0,1)+D^{64}(1,1,0)+D^{216}(2,0,1),$$

$$D^{6}(1,0,0) \times D^{30}(0,2,0) = D^{64}(1,1,0) + D^{126}(0,1,1) + D^{350}(1,2,0),$$

$$D^{14}(0,1,0) \times D^{56}(3,0,0) = D^{56}(3,0,0) + D^{64}(1,1,0) + D^{216}(2,0,1) +$$

$$+ D^{448}(3,1,0),$$

$$D^{6}(1,0,0) \times D^{126}(4,0,0) = D^{56}(3,0,0) + D^{252}(5,0,0) + D^{448}(3,1,0).$$

Для получения редукционных формул применяется техника схем Юнга [12].

ЛИТЕРАТУРА

1. B.Sakita. Phys. Rev., 136, 1756, 1964.
2. E.Wigner. Phys. Rev., 51, 106, 1937.
3. B.H.Flowers, S.Szpikowski. Proc.Phys.Soc., 84, 193,1964.
4. M.Ichimura. Progr.Theor. Phys., 32, 757, 1964.
5. Н.Н.Боголюбов. Доклады АН СССР, II9, 52, 1958.
6. В.Г.Соловьев. Влияние парных корреляций сверхпроводящего типа на свойства атомных ядер. Госатомиздат, Москва, 1963.
7. M.Konuma, K.Shima, M.Wada, Progr. Theor. Phys. Suppl., 28, 1, 1963.
8. R.E.Behrends, J.Dreitlein, C.Fronsdal, B.Lee. Rev.Mod. Phys., 34, 1, 1962.
9. G.Racah. Group Theory and Spectroscopy, Institute for Advanced Study, Princeton, 1951 (Препринт ОИЯИ R - 1864, Дубна, 1964).
10. H.Harari, Resonances, Report at the 14th International Conference on High-Energy Physics, Vienna, 1968.
11. Дж.Уилер, Б.Гаррисон, М.Вакано, К.Торн, Теория гравитации и гравитационный коллапс. Издательство "Мир", Москва, 1967.
12. М.Хамермеш. Теория групп и ее применение к физическим проблемам. Издательство "Мир", Москва, 1966.

Рукопись поступила в издательский отдел
3 июля 1969 года.