СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р2 - 4565

А.В.Шургая

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ВЕРОЯТНОСТНОЕ ТОЛКОВАНИЕ ПРОЦЕССА УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ В СЛУЧАЕ РАЗМЫТЫХ ВОЛНОВЫХ ПАКЕТОВ

1969

Р2 - 4565

А.В.Шургая[x/]

ВЕРОЯТНОСТНОЕ ТОЛКОВАНИЕ ПРОЦЕССА УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ В СЛУЧАЕ РАЗМЫТЫХ ВОЛНОВЫХ ПАКЕТОВ

[x/] Тбилисский государственный университет

1. Вероятностный смысл условия унитарности

В работах [1,2] указана возможность вероятностной интерпретации условия унитарности, т.е. показано, что мнимую часть амплитуды рассеяния можно выразить через среднее значение δ - функции.

Если $S = 1 + i\,T$, а

$$\langle \omega | T | a \rangle = \delta\,(p_\omega - p_a)\,\langle \omega \,|\, t \,|\, a \rangle \;, \tag{1.1}$$

то мнимую часть амплитуды рассеяния можно записать в следующем виде:

$$i \langle \omega \,|\, t^{+} - t \,|\, a \rangle = \langle f(\omega) \,|\, \delta(\hat{P} - p_a) \,|\, f(a) \rangle \,, \tag{1.2}$$

где $\hat{P}$ - оператор полного 4-имульса, а волновые векторы $| f(\nu) \rangle$ определяются соотношением

$$| f(\nu) \rangle = \sum_n | n \rangle \langle n | t | a \rangle \,. \tag{1.3}$$

Если в качестве $| f(\nu) \rangle$ выбрать n - частичные состояния скалярных частиц

$$| f(a) \rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} \int d\vec{x}_1 \ldots d\vec{x}_n\, f\,(\vec{x}_1 \ldots \vec{x}_n)\; a^+(\vec{x}_1) \,\ldots\, a^+(\vec{x}_n) \,|\, 0 \rangle \;, \tag{1.4}$$

$$|f(\omega)\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} \int d\vec{x}_1 \dots d\vec{x}_n\, f(\vec{x}_1 \dots \vec{x}_n)\, a^+(\vec{x}_1) \dots a^+(\vec{x}_n)\, |0\rangle, \qquad (1.5)$$

то мнимой части амплитуды рассеяния можно придать вид:

$$w(\omega, \alpha) = \langle f(\omega)|\, \delta(\hat{P} - p_\alpha)\, |f(\alpha)\rangle = \frac{1}{2\pi} \int e^{-ip^0_\alpha v}\, \rho(\vec{p}_\alpha, v)\, dv, \qquad (1.6)$$

где

$$\rho(\vec{p}_\alpha, v) = \int d\vec{x}_1 \dots d\vec{x}_n\, \rho(\vec{x}_1 \dots \vec{x}_n, v)\, \delta\Big(\sum_{\ell=1}^{n} \vec{x}_\ell - \vec{p}_\alpha\Big), \qquad (1.7)$$

$$\rho(\vec{x}_1 \dots \vec{x}_n, v) = \tilde{\tilde{f}}^*(\vec{x}_1 \dots \vec{x}_n)\, f(\vec{x}_1 \dots \vec{x}_n) \exp\Big[iv \sum_{\ell=1}^{n} \sqrt{\vec{x}_\ell^{\,2} + m^2}\Big]. \qquad (1.8)$$

Если $\rho(\vec{x}_1 \dots \vec{x}_n, v)$ положительно определена и нормирована на единицу, то ее можно интерпретировать как плотность распределения случайных векторов $\vec{a}_1 \dots \vec{a}_n$, а $\rho(\vec{p}_\alpha, v)$ – как плотность суммы этих векторов. Для независимых одинаково распределенных векторов $\rho(\vec{p}_\alpha, v)$ сходится при больших n к гауссовскому закону. То же самое можно утверждать и для зависимых векторов с учётом слабой корреляции отдельных векторов, если определить эту корреляцию в терминах формальных средних, вычисляемых с помощью функции $\rho(\vec{x}_1 \dots \vec{x}_n\, v)$. Для сходимости $\rho(\vec{p}_\alpha, v)$ к гауссовскому закону требуется достаточно быстрый рост дисперсии суммы случайных векторов и ослабление корреляции отдельных векторов по мере их разделения. В этом случае $\rho(\vec{p}_\alpha, v)$ в системе центра инерции представляется в следующем виде:

$$\rho(0, v) = (2\pi)^{-3/2} |\det D|^{-1/2} \exp\Big[-\frac{1}{2} D^{-1}_{rq} \langle p_r \rangle \langle p_q \rangle\Big]. \qquad (1.9)$$

В работе [3] вводится новая случайная величина – число частиц в промежуточном состоянии n и упругое рассеяние рассматривается как случайный процесс.

Это достигается предположением, что волновые векторы $|f(\nu)\rangle$ имеют резкий максимум вблизи средних значений отдельных импульсов.

Функция $w(\omega, \alpha)$ принимает вид

$$w_n(\omega, \alpha) \approx (2\pi n)^{-3/2} \exp\Big[-\frac{\phi(s, \theta)}{2n}\Big], \qquad (1.10)$$

где $\phi(s,\theta)$ – функция энергии и угла рассеяния. Для малых углов рассеяния она представляется так: $\phi(s, \theta) \approx s\theta^2$.

Теперь величине

$$w_n(\omega, \alpha) = \frac{\phi(s,\theta)}{(2\pi n)^{3/2}} \exp\Big[-\frac{\phi(s,\theta)}{2n}\Big] \qquad (1.11)$$

можно придать смысл плотности вероятности того, что n – статистически независимые частицы в промежуточном состоянии передадут импульс $\sqrt{\phi(s, \theta)}$.

Если ввести взаимноортогональные единичные векторы

$$\vec{\sigma} = \frac{\vec{\omega} + \alpha}{2\cos\frac{\theta}{2}} \qquad \vec{\pi} = \frac{\vec{\omega} - \vec{a}}{2\sin\frac{\theta}{2}}, \qquad (1,12)$$

где $\vec{a}$ и $\vec{\omega}$ – единичные векторы вдоль падающей и рассеянной частиц в системе центра масс, то функцию $\phi(s, \theta)$ можно выразить в терминах случайных величин

$$\xi_1 = (\vec{p}\,\vec{\sigma}) \qquad \xi_2 = (\vec{p}\,\vec{\pi}). \qquad (1.13)$$

Следуя работе [4], мы можем утверждать, что для рассеяния на малые углы вклад в угловое распределение вносит лишь проекция импульса на направление $\vec{\pi}$, а функцию $\phi(s,\theta)$ можно записать так:

$$\phi(s,\theta) = -c(s)t, \tag{1.14}$$

где t – передача импульса, а $c(s)$ – слабо меняющаяся функция от энергии. Тем самым мы можем ограничиться для рассеяния на малые углы одномерным распределением, считая функцию $\phi(s,\theta)$ при фиксированной энергии функцией только от t. Этим фактом воспользуемся в дальнейшем.

2. Некоторые сведения из теории устойчивых законов

Распределение с функцией распределения $F(x)$ называется устойчивым, если композиция[x/] двух функций распределений с заданными разными параметрами есть та же самая функция распределения с другими параметрами, т.е. для любых $a_1>0$, b_1 , $a_2>0$, $b_2>0$ справедливо равенство/5/.

$$F(a_1x+b_1)*F(a_2x+b_2)=F(ax+b), \tag{2.1}$$

где $a>0$ b – некие постоянные. Если обозначить через $f(u)$ характеристическую функцию распределения $F(x)$, то для нее при любых $a_1>0$, $a_2>0$ справедливо равенство/5/

$$f(\frac{u}{a_1})\cdot f(\frac{u}{a_2})=f(\frac{u}{a})e^{-ibu}. \tag{2.2}$$

x/Композиция двух функций определяется соотношением:

$$F_1*F_2=\int_{-\infty}^{\infty}F_1(x-y)dF_2(y)=\int_{-\infty}^{\infty}F_2(x-y)dF_1(y).$$

Функцию $f(u)$ можно представить в каноническом виде/5/

$$\ln f(u)=i\gamma u-c|u|^{\alpha}[1-i\beta\frac{u}{|u|}\omega(u,\alpha)], \tag{2.3}$$

где α , β , γ , c – постоянные (γ – любое вещественное число, $c\geq 0$, $0<\alpha\leq 2$, $|\beta|\leq 1$), а

$$\omega(w,\alpha)=\begin{cases}\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{2}\alpha & \alpha\neq 1\\ \frac{2}{\pi}\ln|u| & \alpha=1\end{cases} \tag{2.4}$$

Заменой переменной устойчивый закон можно свести к закону с фиксированными параметрами: $\gamma=0$, $c=1$. α называется показателем устойчивого закона. Заметим, что гауссовский закон распределения является устойчивым законом с показателем $\alpha=2$. Интересна следующая

Теорема 1: Для того чтобы функция распределения могла быть предельной для нормированной суммы

$$Z_n=\frac{X_1+\ldots+X_n-A_n}{B_n} \tag{2.5}$$

независимых одинаково распределенных случайных величин X_i , необходимо и достаточно, чтобы она была устойчивой. При этом нормирующий множитель B_n имеет вид: $B_n=h(n)\,n^{1/\alpha}$, $0<\alpha\leq 2$, а $h(n)$ – медленно меняющаяся функция.

Введем понятие области притяжения функции. Если при соответствующем выборе постоянных B_n и A_n в(2.5) функция распределения суммы независимых одинаково распределенных величин слабо сходится[x/]

x/Мы скажем, что последовательность распределений F_n слабо сходится к функции F , если для любого борелевского множества A F -вероятность, граница которого равна нулю,

$$\bar{F}_n(A)\xrightarrow[n\to\infty]{}F(A).$$

к некой функции распределения $G(x)$, то мы скажем, что $F(x)$ притягивается к $G(x)$. Множество всех функций, притягивающихся к $G(x)$, называется областью притяжения закона $G(x)$. Из теоремы 1 следует, что лишь устойчивые законы обладают областью притяжения. Каждый устойчивый закон принадлежит своей области притяжения.

Говорят, что функция распределения принадлежит нормальной области притяжения закона $G(x)$, если:

1) она принадлежит области его притяжения;

2) $B_n = a n^{1/\alpha}$,

где a – постоянная. Теперь приведем еще одну теорему.

Теорема 2: Для того чтобы закон $F(x)$ принадлежал нормальной области притяжения устойчивого закона $G(x)$ с показателем $0<\alpha<2$ и заданными константами c_1 и c_2, а $B_n = a n^{1/\alpha}$, необходимо и достаточно, чтобы

$$F(x) = \begin{cases} [c_1 a^\alpha + \alpha_1(x)] \dfrac{1}{|x|^\alpha} & x<0 \\ 1-[c_2 a^\alpha + \alpha_2(x)] \dfrac{1}{x^\alpha} & x>0, \end{cases} \qquad (2.6)$$

где $\alpha_i(x) \to 0(1)$ при $x \to \infty$.

Для устойчивых плотностей распределения выведены на канонические представления в виде рядов. Мы приведем те из них, которыми мы будем пользоваться в дальнейшем.

При $0<\alpha<1$, $x>0$

$$p(x,\alpha,\beta) = \frac{1}{\pi x} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \sin \frac{k\pi}{2} \alpha(\beta+1) \frac{\Gamma(k\alpha+1)}{k!} x^{-k\alpha}. \qquad (2.7)$$

То же самое представление справедливо для $\alpha>1$, однако оно расходится для $x \to \infty$. Поэтому в этом случае справедливо следующее представление:

$$p(x,\alpha,\beta) \approx \frac{1}{\pi x} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k+1} \sin \frac{k\pi}{2} (\alpha+(2-\alpha)\beta) \frac{\Gamma(k\alpha+1)}{k!} x^{-k\alpha}, \qquad (2.8)$$

где $\alpha>1$.

При $\alpha=1$, $x>0$

$$p\left(x+\frac{2}{\pi}\beta \ln x, 1, \beta\right) \approx \frac{1}{\pi x} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{b_k}{k!} x^{-k}, \qquad (2.9)$$

где

$$b_k = \operatorname{Im} \int_0^{\infty} e^{-t} t^k \left(i+i\beta - \frac{2}{\pi}\beta \ln t\right)^k dt. \qquad (2.10)$$

3. Вклад высших промежуточных состояний в мнимую часть амплитуды рассеяния, когда $w_n(\omega,\alpha)$ не сходится к гауссовскому закону

Предположим, что условия, которые обеспечивают гауссовость распределения $w_n(\omega,\alpha)$, не выполняются. Возможно, что дисперсии и средние значения импульсов отдельных частиц были равны бесконечности. В этом случае можно обратиться к теории устойчивых законов. Заранее заметим, что пользуясь результатами первого раздела, можно свести плотность распределения $w_n(\omega,\alpha)$, определяемую равенствами (1.8) и (1.9), к одномерной, точнее, если ввести две случайные величины ξ_1 и ξ_2 с помощью равенства (1.13), то для малых углов рассеяния вклад в угловое распределение вносит ξ_2. В дальнейшем будем считать, что $w_n(\omega,\alpha)$ – одномерная функция. Пользуясь приведенными в разделе 2 теоремами об устойчивых законах, мы можем утверждать, что плотность распределения $w_n(\omega,\alpha)$ сходится к некоторому устойчивому закону с показателем $0<\alpha<2$, а нормирующий множитель имеет вид

$$B_n = a\, n^{1/\alpha}. \tag{3.1}$$

Теперь мы можем воспользоваться для функции $w_n(\omega, \alpha)$ перечисленными в предыдущем разделе представлениями и сделать некоторые выводы относительно угловой зависимости суммарного вклада высших промежуточных состояний по общей формуле[3]

$$A(\theta) = \sum_{n=n_0}^{\infty} C(n)\, w_n(\omega, \alpha). \tag{3.2}$$

Заметим, что из-за одинакового веса вклада каждой частицы в угловую зависимость мы можем аргумент функции $w_n(\omega, \alpha)$ в представлениях (2.7) – (2.9) записать следующим образом:

$$x = \frac{\sqrt{-t}}{n}. \tag{3.3}$$

Заменяя в (2.7) суммирование по k интегрированием с учётом (3.3), мы придем к перевальному интегралу

$$w_n(\omega, \alpha) = \frac{n}{2\pi i \sqrt{-t}} \left\{ \int_1^{\infty} e^{F_1(k)}\, dk - \int_1^{\infty} e^{F_2(k)}\, dk \right\}, \tag{3.4}$$

где

$$F_1(k) = i\gamma\pi k + \ln\Gamma(k\alpha+1) - \ln k! - k\alpha \ln\sqrt{-t} + k\alpha \ln n \tag{3.5}$$

$$F_2(k) = -i\gamma\pi k + \ln\Gamma(k\alpha+1) - \ln k! - k\alpha \ln\sqrt{-t} + k\alpha \ln n. \tag{3.6}$$

Точки перевала в интегралах (3.4) определяются уравнениями

$$F_1'(k) = 0 \tag{3.7}$$

$$F_2'(k) = 0. \tag{3.8}$$

Эти уравнения имеют решения. Обозначим их соответственно через k_1 и k_2. Тогда (3.4) принимает вид

$$w_n(\omega, \alpha) = \frac{n}{2\pi i \sqrt{-t}} \left\{ \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{|F_1''(k_1)|}} e^{i\gamma\pi k_1} \frac{\Gamma(k_1\alpha+1)}{k_1!} (-t)^{-\frac{k_1\alpha}{2}} n^{k_1\alpha} - \right. \tag{3.9}$$

$$\left. - \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{|F_2''(k_2)|}} e^{-i\gamma\pi k_2} \frac{\Gamma(k_2\alpha+1)}{k_2!} (-t)^{-\frac{k_2\alpha}{2}} n^{k_2\alpha} \right\}.$$

Теперь, подставляя это выражение в (3.2) и заменяя суммирование по n интегрированием, получим:

$$A(\theta) = \frac{1}{\sqrt{-2\pi}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{|F_1''(k_1)|}} e^{i\gamma\pi k_1} \frac{\Gamma(k_1\alpha+1)}{k_1!} (-t)^{-\frac{k_1\alpha+1}{2}} \int_{n_0}^{\infty} n^{k_1\alpha+1}\, C(n)\, dn - \right. \tag{3.10}$$

$$\left. - \frac{1}{\sqrt{|F_2''(k_2)|}} e^{-i\gamma\pi k_2} \frac{\Gamma(k_2\alpha+1)}{k_2!} (-t)^{-\frac{k_2\alpha+1}{2}} \int_{n_0}^{\infty} n^{k_2\alpha+1}\, C(n)\, dn \right\}.$$

В качестве функции $C(n)$ мы выберем степенную и экспоненциальную зависимости. Соответственно получим:

1. $C(n) = c\, n^{-a}$

$$A(\theta) = \frac{c}{\sqrt{-2\pi}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{|F_1''(k_1)|}} e^{i\gamma\pi k_1} \frac{\Gamma(k_1\alpha+1)}{k_1!} (-t)^{-\frac{k_1\alpha+1}{2}} \frac{n_0^{-a+k_1\alpha+2}}{a-k_1\alpha-2} - \right. \tag{3.11}$$

$$\left. - \frac{1}{\sqrt{|F_2''(k_2)|}} e^{-i\gamma\pi k_2} \frac{\Gamma(k_2\alpha+1)}{2} (-t)^{-\frac{k_2\alpha+1}{2}} \frac{n_0^{-a+k_2\alpha+2}}{a-k_2\alpha-2} \right\}.$$

2. $C(n) = D e^{-bn}$

$$A(\theta) = \frac{D}{\sqrt{-2\pi}} \Big\{ \frac{e^{i\gamma\pi k_1}}{\sqrt{|F_1''(k_1)|}} \frac{\Gamma(k_1 a+1)}{k_1!} \frac{\Gamma(k_1 a+2)}{b^{k_1 a+2}} (-t)^{-\frac{k_1 a+1}{2}} - \tag{3.12}$$

$$- \frac{e^{-i\gamma\pi k_2}}{\sqrt{|F_2''(k_2)|}} \frac{\Gamma(k_2 a+1)}{k_2!} \frac{\Gamma(k_2 a+2)}{b^{k_2 a+2}} (-t)^{-\frac{k_2 a+1}{2}} \Big\}.$$

Как видим, для $0<a<1$ функция $A(\theta)$ убывает в зависимости от передачи импульса, а характер убывания полиномиальный.

Если проделаем те же вычисления для случая $1<a<2$, то ясно, что результат по характеру зависимости от угла рассеяния получается тот же самый, с той лишь разницей, что точки перевала в обоих интегралах смещаются в сторону больших k и, следовательно, в этом случае функция $A(\theta)$ будет убывать быстрее, чем в случае $0<a<1$.

Рассмотрим, наконец, случай $a=1$. Заменяя в равенстве (2.9) суммирование по k интегрированием, получим перевальный интеграл (с учётом (3.3))

$$w_n = \frac{n}{\pi\sqrt{-t}} \int_0^\infty e^{F(k)}\, dk , \tag{3.13}$$

где

$$F(k) = \ln bk - \ln k! - k \ln\sqrt{-t} + k \ln n . \tag{3.14}$$

Точка перевала определяется из уравнения

$$F'(k) = 0 . \tag{3.15}$$

Для решения этого уравнения нам нужен явный вид коэффициента, определяемого с помощью равенства (2.10). Оценим равенство (2.10) методом перевала. Получим следующее

$$b_k = \frac{1}{e}\sqrt{\frac{2\pi}{k}}\, e^{-\frac{1}{e}\cos\tau} \left(\frac{2\beta}{\pi}\right)^k \sin(\tau k - \sin\tau) , \tag{3.16}$$

где

$$\tau = \pi\frac{1+\beta}{2\beta} .$$

Теперь уравнение (3.15) можно свести к следующему

$$e^{-\frac{1}{2k} + \tau \operatorname{ctg}(\tau k - \sin\tau)} = \frac{\sqrt{-t}\, e^{e - \ln\frac{2\beta}{\pi}}}{n} k . \tag{3.17}$$

Это уравнение имеет не одно решение. Рассмотрим область $0<k\le\pi$. Первое решение - это $k=0$, для которого $b_0=0$. Следующее решение обозначим через k_1 и этим ограничимся, считая вклад других решений пренебрежимо малым. Равенство (3.13) сводится к следующему

$$w_n(\omega, a) \approx \frac{n}{\pi} \frac{b_{k_1}}{k_1!} (-t)^{-\frac{k_1+1}{}} n^{k_1} \sqrt{\frac{2\pi}{|F''(k)|}} . \tag{3.18}$$

Подставляя это выражение в (3.2) и переходя от суммирования по n к интегрированию, получим

$$A(\theta) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi|F''(k_1)|}} \frac{b_{k_1}}{k_1!} (-t)^{-\frac{k_1+1}{2}} \int_{n_0}^\infty n^{k_1+1} C(n)\, dn . \tag{3.19}$$

Выбирая для $C(n)$, как и прежде, степенную и экспоненциальную зависимости для $A(\theta)$, получим следующие выражения

$$A(\theta) \approx c \sqrt{\frac{2}{\pi|F''(k_1)|}} \frac{b_{k_1}}{k_1!} (-t)^{-\frac{k_1+1}{2}} \frac{n_0^{-a+k_1+2}}{a-k_1-2} \tag{3.20}$$

при $C(n) = c n^{-a}$ с условием, что $a > k_1 + 2$ и

$$A(\theta) \approx D \sqrt{\frac{2}{\pi |F''(k_1)|}} \, \frac{b_{k_1}}{k_1!} \, \frac{\Gamma(k_1+2)}{b^{k_1+2}} (-t)^{-\frac{k_1+1}{2}}, \qquad (3.21)$$

если

$$C(n) = D e^{-bn} \quad . \qquad (3.22)$$

И в этом случае мы получили степенную зависимость от угла рассеяния.

Заключение

Предположив, что условия, которые обеспечивают гауссовость распределения суммы случайных векторов не выполняются, мы воспользовались теорией законов. С помощью нескольких представлений плотности устойчивого распределения вычислим вклад высших промежуточных состояний в мнимую часть амплитуды рассеяния. Этот вклад отождествляется с мнимой частью амплитуды рассеяния/3/.

Мы рассмотрели отдельно случаи $0 < a < 1$, $a = 1$, $1 < a < 2$, и увидели, что в зависимости от передачи импульса сечение упругого рассеяния убывает, а характер убывания степенной. Эти результаты качественно не согласуются с экспериментальными результатами по упругому рассеянию сильновзаимодействующих частиц при высоких энергиях. В действительности сечение убывает не по степенному закону, а быстрее - экспоненциально.

Поэтому мы можем сделать вывод, что функция $w_n(\omega, a)$, которая определяет вероятность передачи импульса в n -частичном промежуточном состоянии, не может быть представлена в виде устойчивого закона с показателем $0 < a < 2$.

Вернемся к гауссовской функции распределения. Как было отмечено, в этом случае в выражении плотности распределения $w_n(\omega, a)$ фигурирует функция угла рассеяния и энергии $\phi(s,\theta)$, которая отождествляется с передачей импульса. Соображения относительно $\phi(s,\theta)$, приведенные в/4/, находятся в качественном согласии с экспериментальными данными. Следовательно, мы можем заключить, что единственными возможными n -частичными состояниями упругого рассеяния сильновзаимодействующих частиц при высоких энергиях могут быть только волновые пакеты типа Гаусса. Результаты, полученные в данной работе с помощью теории устойчивых законов, могут быть приемлемы для электромагнитных взаимодействий.

Заметим, что термин "малые углы рассеяния" не совсем точен. По последним экспериментальным данным картина для протон-протонного рассеяния при высоких энергиях/6/ следующая: при малых углах рассеяния ($-t \lesssim 0,5 \; GeV^2$) сечение ведет себя как $\exp at$. Параметр при этом слабо зависит от энергии. В области, непосредственно примыкающей к диффракционному конусу, сечение ведет себя как $\exp[-b\sqrt{-t}]$, а в зависимости от энергии оно имеет тенденцию возрастать. Наконец, в области больших углов рассеяния сечение слабо зависит от угла рассеяния, но зато возрастает скорость убывания сечения в зависимости от энергии для фиксированной передачи импульса. Указанная зависимость сечения упругого рассеяния находится в качественном согласии с соображениями относительно $\phi(s, \theta)$. Зависимость $\exp at$ осуществляется вплоть до углов $\approx 30^{\circ}$, но это не совсем малые углы.

В заключение считаю своим долгом выразить глубокую благодарность О.А.Хрусталеву за предложенную тему и помощь в работе, А.А.Логунову, М.А.Мествиришвили, А.Н.Тавхелидзе - за постоянное внимание и интерес к работе.

Литература

1. L.Van Hove. Nuovo Cimento, 28, 798 (1963).
2. А.А.Логунов, О.А.Хрусталев. Препринт ИФВЭ СТФ 67-64 К (1967).
3. А.А.Логунов, О.А.Хрусталев. Препринт ИФВЭ СТФ 69-20 (1968).
4. А.А.Логунов, О.А.Хрусталев. Препринт ИФВЭ СТФ 69-21 (1968).
5. И.А.Ибрагимов, Ю.В.Линник. Независимые и стационарно связанные величины. Москва 1965 г.
6. J.A. Alabby et al. Viena Conference (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел

27 июня 1969 года.