

4561

Экз. чит. зал

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

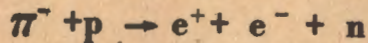
Дубна

P2 - 4561



Ю.С.Суровцев , Ф.Г.Ткебучава

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ФОРМФАКТОРОВ
АДРОНОВ НА СЕЧЕНИЕ РЕАКЦИИ



ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1969

В в е д е н и е

Одной из наиболее важных характеристик элементарной частицы является ее электромагнитный формфактор. В настоящее время хорошо известны лишь электромагнитные формафакторы и магнитный формфактор нейтрона для пространственноподобных передач.

В области времениподобных передач данные о формфакторах нуклонов фактически отсутствуют.

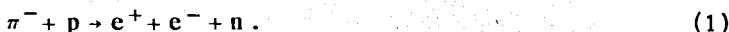
Экспериментальное изучение электромагнитного формфактора π -мезонов стало возможным сравнительно недавно в опытах по электророждению π -мезонов на протонах /1/, где конечные заряженные частицы регистрируются на совпадение.

В этих опытах формфактор π -мезона измеряется в области пространственноподобных передач до $k^2 \geq -6 F^{-2}$. Для среднеквадратичного электромагнитного радиуса дается значение $r = 0,8 \pm 0,2 F$.

В области времениподобных передач формфактор π -мезона измерен в опытах на встречных пучках /2/ вблизи ρ -мезонного резонанса для значений $17 F^{-2} < k^2 < 70 F^{-2}$. Для меньших времениподобных передач экспериментальные данные отсутствуют, за исключением данных из опытов по радиационному распаду ($\pi^- p$)-мезоатомов, которые позволяют оценить только верхнюю границу среднеквадратичного радиуса π -мезона $r_p \leq 2 F$.

Изучение электромагнитной структуры π -мезона интересно не только само по себе, но и потому, что оно в значительной степени определяет электромагнитную структуру нуклонов.

В данной работе исследуется возможность определения формфакторов протона и π -мезона для времениподобных передач из анализа реакции:



В однофотонном приближении матричный элемент реакции (1) описывается диаграммой рис. 1. Диаграмма рис. 2 показывает, что борновские члены матричного элемента содержат электромагнитные формфакторы π -мезона и нуклонов.

Реакция (1) от реального фоторождения отличается тем, что квадрат четырех-импульса не равен нулю, $k^2 > 0$. Вместе с тем вектор поляризации виртуального фотона ϵ_μ обладает как поперечными, так и продольной и скалярной составляющими. Однако в силу условия $\epsilon_\mu k_\mu = 0$ скалярную компоненту можно исключить и рассматривать только поперечную и продольную поляризации.

В разделах I и II проводится общее рассмотрение квадрата амплитуды реакции (1). Показано, что по угловым распределениям электрон-позитронной пары в их системе центра масс разделяются поперечные, продольные и интерференция продольных и поперечных частей амплитуды. Показана связь этих частей с элементами поляризационной матрицы плотности.

В разделе III на примере некоторых диаграмм показано, что в ряде случаев можно определить поляризацию виртуальных γ -квантов и тем самым предсказать угловые распределения рожденных пар частиц.

В разделе IV приводится выражение для сечения реакции (1) и показана связь этого сечения с сечением процесса



В разделе V приводятся результаты расчетов сечения реакции (1) в модели Фубини, Намбу, Ватагина ^{13/} для энергии начальных мезонов 275 Мэв. Показано, что в сечение дают вклад только электрический формфактор протона и формфактор π -мезона. Зависимостью других формфакторов от k^2 можно пренебречь, что является весьма важным фактом,

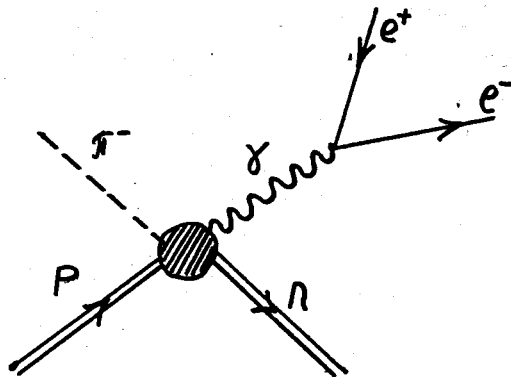


Рис.1.

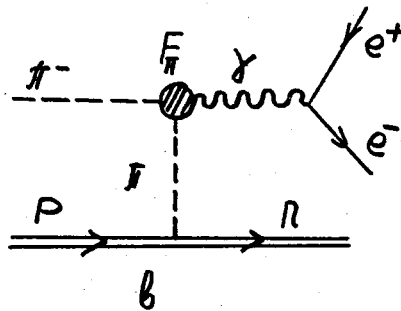
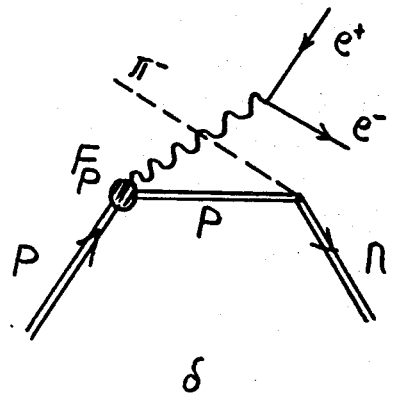
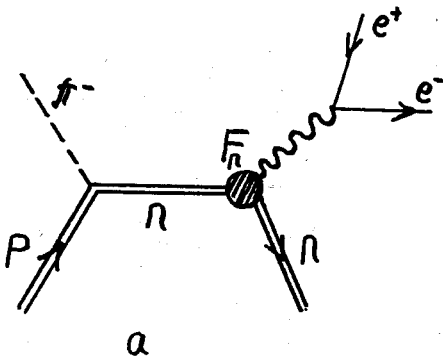


Рис.2. Диаграммы, соответствующие борновским членам.

поскольку существенно упрощается анализ экспериментальных данных, и создается возможность определить два свободных параметра, не привлекая никаких модельных предположений относительно остальных формфакторов.

Нужно отметить, что значения формфакторов, полученные из реакции (1), будут в некоторой степени зависеть от теоретических моделей, используемых для анализа экспериментальных данных. Помимо статической модели /3/, которой мы пользуемся при вычислениях, существуют релятивистские инвариантные модели /4/, основанные также на дисперсионных соотношениях. Однако в области (3,3) резонанса для небольших k^2 ($k^2 \leq 10 m_\pi^2$) результаты вычислений в разных моделях отличаются менее чем на 10% /1/.

Общее рассмотрение амплитуды процесса

1. Рождение пары e^+e^- в πN -соударениях в первом порядке по константе тонкой структуры описывается диаграммой, изображенной на рис. 1. Запишем дифференциальное сечение процесса

$$d\sigma = (2\pi)^{-5} \frac{e^2 M^2}{4k^4} \sum |M|^2 \delta(q + p - p_1 - k_1 - k_2) \frac{d^3 k_1 d^3 k_2 d^3 p_1}{k_1 k_2 p_1^0}, \quad (1)$$

где q - импульс π -мезона, p и p_1 - четырех-импульсы начального и конечного нуклонов, k_1 и k_2 - четырех-импульсы электрона и позитрона, $k^2 = (k_1 + k_2)^2$, $I = [(q p)^2 - M^2 m_\pi^2]^{1/2}$.

Матричный элемент рождения пары M^μ представляется в виде:

$$M = \epsilon_\mu J_\mu,$$

где

$$\epsilon^\mu = m_e \bar{u}(\vec{k}_2) \gamma^\mu v(\vec{k}_1)$$

и

$$J_\mu = \langle \vec{p}_1 | J_\mu(0) | \vec{q}, \vec{p} \rangle$$

является матричным элементом тока сильновзаимодействующих частиц.

$$|M|^2 = L^{\mu\nu} T_{\mu\nu},$$

где

$$T_{\mu\nu} = \langle f | J_\mu(0) | i \rangle \langle f | J_\nu(0) | i \rangle^* \quad (2)$$

и в силу сохранения тока удовлетворяет условию

$$k_\mu T_{\mu\nu} = k^\nu T_{\mu\nu} = 0. \quad (3)$$

Из (2) видно, что $T_{\mu\nu} = T_{\nu\mu}^*$. Отсюда следует, что реальная часть $T_{\mu\nu}$ симметрична, а мнимая - антисимметрична ($T_{\mu\nu} = \text{Re } T_{\mu\nu} + i \text{Im } T_{\mu\nu} = \text{Re } T_{\nu\mu} - i \text{Im } T_{\nu\mu}$; $\text{Re } T_{\mu\nu} = \text{Re } T_{\nu\mu}$, $\text{Im } T_{\mu\nu} = -\text{Im } T_{\nu\mu}$).

Поляризация виртуального фотона ϵ_μ (или аннигиляционный ток) дает в квадрате модуля амплитуды тензор

$$L^{\mu\nu} = \epsilon^\mu \epsilon^{*\nu},$$

который в явном виде представляется следующим образом:

$$\begin{aligned} 4L^{\mu\nu} = & [k_1^\mu k_2^\nu + k_1^\nu k_2^\mu - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} k^2] (1 - S_1 S_2) - \\ & - \frac{1}{2} (S_1^\mu S_2^\nu + S_1^\nu S_2^\mu) k^2 - g^{\mu\nu} (S_1 k_2)(S_2 k_1) + \\ & + (S_1^\mu k_2^\nu + S_1^\nu k_2^\mu)(S_2 k_1) + (S_2^\mu k_1^\nu + S_2^\nu k_1^\mu)(S_1 k_2) - \\ & - i m_e \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} k_\rho (S_1 + S_2)_\sigma. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь S_1 и S_2 - спины e^+ и e^- . Если в конечном состоянии не наблюдают поляризаций e^+e^- -пары, то (4) надо просуммировать по S_1 и S_2 . В этом случае тензор

$$L^{\mu\nu} = k_1^\mu k_2^\nu + k_1^\nu k_2^\mu - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} k^2$$

и является вещественным и симметричным. Отсюда следует вещественность и симметричность вклада от $T_{\mu\nu}$ в $\Sigma|M|^2$.

Рассмотрим $L^{\mu\nu} T_{\mu\nu}$ в системе центра масс пары e^+e^- . В этой системе $\vec{k} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 0$, $k_0 = 2k_1$. Выберем систему координат таким образом, чтобы ось z была направлена вдоль импульса \vec{p}_1 и плоскостью реакции была плоскость xz . Эта система координат представлена на рис. 3.

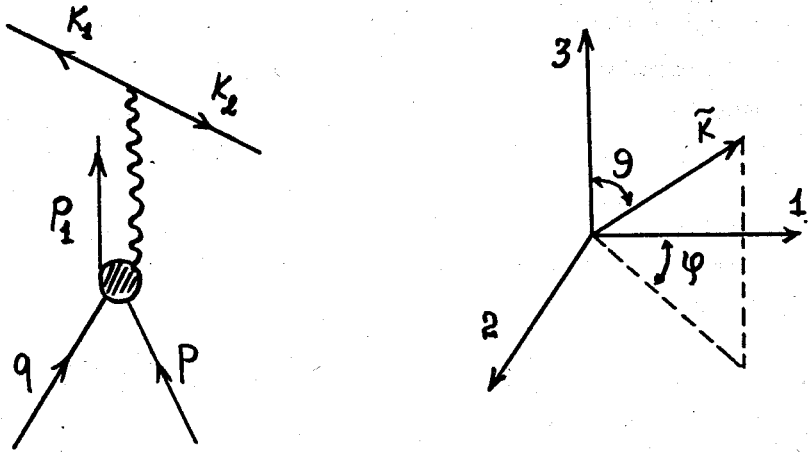


Рис.3. Иллюстрация к системе ц.м. e^+e^- -пары.

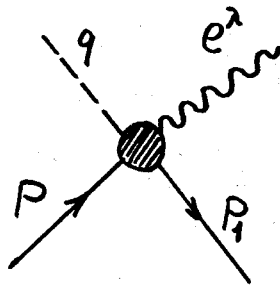


Рис.4.

Поскольку мы рассматриваем электрон и позитрон ультрарелятивистскими, в их с.ц.м. $k_1^0 = k_2^0 = k_1 = k_2 = \tilde{k}$. В рассматриваемой системе (3) запишется в виде:

$$k_0 T_{0\nu} = k_0 T_{\mu 0} = 0.$$

Поэтому все компоненты с индексом "0" равны нулю

$$T_{0\nu} = T_{\nu 0} = 0. \quad (5)$$

Запишем явно компоненты импульса ультрарелятивистской частицы $e^-(e^+)$

$$\tilde{k}^\mu = \frac{1}{2} \sqrt{k^2} (1; \sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta).$$

Учитывая (5), получаем, что в квадрат модуля амплитуды дает вклад только пространственная часть $L^{\mu\nu}$

$$L^{ik} = -2\tilde{k}^i \tilde{k}^k + \frac{1}{2} \delta^{ik} k^2.$$

Далее, хотя симметричная часть тензора $T_{\mu\nu}$ составляется из тензора $g_{\mu\nu}$ и компонент импульсов q , p , k , однако ни один из этих импульсов не имеет компоненты - 2 и

$$T_{12} + T_{21} = T_{23} + T_{32} = 0.$$

Следовательно,

$$L^{\mu\nu} T_{\mu\nu} = L^{11} T_{11} + L^{22} T_{22} + L^{33} T_{33} + L^{13} (T_{13} + T_{31}), \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} L^{11} &= \frac{1}{2} k^2 (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \phi), \\ L^{22} &= \frac{1}{2} k^2 (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi), \end{aligned} \quad (7)$$

$$L^{33} = \frac{1}{2} k^2 \sin^2 \theta,$$

$$L^{13} = -\frac{1}{4} k^2 \sin 2\theta \cos \phi.$$

Теперь перейдем в систему центра масс начальных частиц. Будем обозначать ее буквой "С". С-система движется относительно системы координат, связанной с центром масс e^+e^- -пары, вдоль оси $z \equiv 3$ со скоростью

$$V = \frac{\overline{k^c}}{k_0^c}.$$

Из сохранения тока и соответствующего преобразования Лоренца следует

$$T_{33} = \frac{k^2}{k_{0c}^2} T_{33}^c, \quad T_{13} = \frac{\sqrt{k^2}}{k_0^c} T_{13}^c. \quad (8)$$

Комбинируя уравнения (6)-(8), получим угловое распределение пары, где матричные элементы обратного виртуального фоторождения выражены в с.п.м. πN -системы.

$$\begin{aligned} \Sigma |M|^2 = & \frac{1}{4} k^2 [(T_{11}^c + T_{22}^c)(1 + \cos^2 \theta) - (T_{11}^c - T_{22}^c) \sin^2 \theta \cos 2\phi + \\ & + \frac{k^2}{k_{0c}^2} 2T_{33}^2 \sin^2 \theta - \frac{\sqrt{k^2}}{k_0^c} (T_{13}^c + T_{31}^c) \sin 2\theta \cos \phi], \end{aligned} \quad (9)$$

где θ_c - угол рассеяния виртуального фотона. Все члены в (9) имеют четкий физический смысл: $(T_{11}^c + T_{22}^c)$ соответствует рождению неполяризованного поперечного фотона. При $k^2 \rightarrow 0$ этот член переходит в квадрат модуля амплитуды реального обратного фоторождения. $k^2 T_{33}^c$ соответствует рождению продольно поляризованных фотонов. При $k^2 \rightarrow 0$ он исчезает. Последний член соответствует интерференции амплитуд рождения поперечных и продольных фотонов. При $k^2 \rightarrow 0$ он также исчезает. Второй член соответствует рождению поперечных частично поляризованных фотонов.

II. Теперь рассмотрим релятивистскую структуру тензора $T_{\mu\nu}$, исходя из общих соображений инвариантности и симметрий. Мы подразумеваем, что начальное состояние не поляризовано и в $T_{\mu\nu}$ включено усреднение и суммирование по начальным и конечным спинам. Поэтому

$T_{\mu\nu}$ должен быть построен только из импульсов, например, q , p , k . Можно найти пять независимых выражений, которые удобно составить из следующих пространственноподобных четырех-векторов:

$$Z^\mu = p_1^\mu - k^\mu \frac{(k p_1)}{k^2},$$

$$Y^\mu = \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} k_\nu p_{1\rho} q_\sigma, \quad (10)$$

$$X^\mu = \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} k_\nu Y_\rho p_{1\sigma}.$$

нормированных следующим образом:

$$z^\mu = \frac{Z^\mu}{(-Z^\nu Z_\nu)^{1/2}}, \quad y^\mu = \frac{Y^\mu}{(-Y^\nu Y_\nu)^{1/2}}, \quad x^\mu = \frac{X^\mu}{(-X^\nu X_\nu)^{1/2}}.$$

Эти четырех-векторы ортогональны к k^μ , и в системе центра масс пары e^+e^- , где $k=0$, они составляют ортонормированный базис с осью z , направленной вдоль импульса \vec{p}_1 , а ось y направлена по нормали к плоскости реакции, как это изображено на рис. 3.

С помощью четырех-векторов x , y , z можно записать тензор в ковариантном виде:

$$T_{\mu\nu} = F_1 z_\mu z_\nu + F_2 y_\mu y_\nu + F_3 x_\mu x_\nu + F_4 (x_\mu z_\nu + x_\nu z_\mu) + i F_5 (x_\mu z_\nu - x_\nu z_\mu). \quad (11)$$

Поскольку x , y , z ортогональны k , автоматически выполняется калибровочная инвариантность. Пять формфакторов F_i — вещественные, скалярные функции от импульсов q , p , k , т.е. они зависят от трех инвариантных переменных, например, k^2 , $t^2 = (q-k)^2$, $w^2 = (q+p)^2$.

Угловое распределение в системе ц.м. e^+e^- -пары, нормированное на полное число случаев, имеет вид:

$$W(\theta, \phi) = [F_1 (1 - \cos^2 \theta) + F_2 (1 - \sin \theta \sin^2 \phi) + F_3 (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \phi) - F_4 \sin 2\theta \cos \phi] / \frac{8\pi}{3} (F_1 + F_2 + F_3). \quad (12)$$

Анализируя это угловое распределение, можно определить формфакторы $F_1 - F_4 \cdot F_5$ исключается при суммировании по состояниям поляризации электрона и позитрона. Как видно из (4) и (11), F_5 входит в выражение

$$m_e F_5 \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} x_\mu z_\nu k_\rho (S_1 + S_2)_\sigma$$

и пропорционален поляризации хотя бы одной из частиц пары вдоль нормали к плоскости реакции.

Такое описание тензора $T_{\mu\nu}$ имеет то преимущество, что оно явно ковариантно, формфакторы - вещественные скалярные функции, и, как видно из сравнения (9) и (12), имеют определенный физический смысл: если перейти в с.ц.м. πN , то импульс виртуального фотопика \vec{k} будет направлен вдоль оси z , и, очевидно, что $F_2 + F_3$ определяет сечение рождения поперечного фотона:

$$\sigma_T^Y = (2\pi)^{-2} \frac{M^2}{8I} \frac{k^c}{W} \int (F_2 + F_3) d\Omega_k,$$

а F_1 - продольного

$$\sigma_L^Y = (2\pi)^{-2} \frac{M^2}{8I} \frac{k^c}{W} \int F_1 d\Omega_k.$$

Наконец, формфакторы можно связать с элементами матрицы плотности, описывающей рождение виртуального фотона. Если ввести векторы поляризации $\epsilon^{(\lambda)}$ спиральных состояний:

$$\epsilon^{(+1)} = -\frac{1}{\sqrt{2}} (0; 1, i, 0),$$

$$\epsilon^{(-1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (0; -1, i, 0),$$

$$\epsilon^{(0)} = (0; 0, 0, 1),$$

где мы выбираем направление импульса вдоль оси $z = (0; 0, 0, 1)$, то из (11) получаем

$$\rho^{11} = \rho^{-1-1} = \frac{1}{2} (F_2 + F_3) / (F_1 + F_2 + F_3),$$

$$\rho^{00} = F_1 / (F_1 + F_2 + F_3),$$

$$\rho^{1-1} = \rho^{-11} = \frac{1}{2} (F_2 - F_3) / (F_1 + F_2 + F_3), \quad (13)$$

$$\rho^{10} = \rho^{01*} = -\rho^{-10} = -\frac{1}{\sqrt{2}} (F_4 + iF_5) / (F_1 + F_2 + F_3).$$

Угловое распределение, выраженное через элементы матрицы плотности, имеет вид:

$$W(\theta, \phi) = [\rho^{11}(1 + \cos^2 \theta) + \rho^{1-1} \sin^2 \theta \cos 2\phi + \rho^{00} \sin^2 \theta + \sqrt{2} \operatorname{Re} \rho^{10} \sin 2\theta \cos \phi] / \frac{8\pi}{3}. \quad (14)$$

Но, учитывая, что $2\rho^{11} + \rho^{00} = 1$,

$$W(\theta, \phi) = \{1 - [\rho^{11} \sin^2 \theta - \rho^{1-1} \sin^2 \theta \cos 2\phi + \rho^{00} \cos^2 \theta - \sqrt{2} \operatorname{Re} \rho^{10} \sin 2\theta \cos \phi]\} / \frac{8\pi}{3}. \quad (15)$$

Поляризация электрона (позитрона) пропорциональна $\operatorname{Im} \rho^{10}$.

Выражение в (15), заключенное в квадратные скобки, является угловым распределением распада векторного мезона на две бесспиновые частицы /5/. Если обозначить это распределение через W_0 , то

$$W(\theta, \phi) = [1 - \frac{1}{N} W_0(\theta, \phi)] / \frac{8\pi}{3}, \quad (16)$$

где $N = \frac{3}{4\pi}$. Из (14) видно, что для нахождения продольной и поперечной частей амплитуды нужно анализировать не зависящее от ϕ распределение по формуле

$$\frac{3}{8\pi} W'(\theta, \phi) = A + B \cos^2 \theta,$$

где

$$A = \frac{1}{2} (\rho^{11} + \rho^{00}), \quad B = \frac{1}{2} (\rho^{11} - \rho^{00}).$$

III . Некоторые примеры угловых распределений

Рассмотрим механизм однопионного обмена исследуемой реакции (диаграмма *b*, рис. 2). При рассеянии виртуального фотона вперед вклад в процесс дают из этой диаграммы только продольные (скалярные) фотоны, поскольку бесспиновая частица π -мезон не может испустить вдоль движения поперечный фотон из-за закона сохранения момента. В этом случае не сохранялась бы проекция полного момента на импульс π -мезона. Таким образом, диаграмма однопионного обмена при рассеянии вперед содержится только в факторе F_1 и дает простое угловое распределение

$$W(\theta, \phi) \approx \sin^2 \theta.$$

Формула (16) справедлива и для реакции с рождением векторного мезона с его последующим распадом $V^0 \rightarrow e^+ e^-$ (рис. 5). Если V^0 -мезоны рождаются при больших энергиях начальных π -мезонов, то в приближении одномезонного обмена возможен обмен G -четными и G -нечетными состояниями. При G -нечетном обмене - рождение ρ^0 -мезона с обменом π -мезоном - для расстояния вперед, как и в случае виртуального фотона, возможны состояния только с продольно поляризованными ρ^0 -мезонами. При этом $\rho^{00} = 1$ и $\rho^{ij} = 0$, где $ij \neq 0$. Угловое распределение

$$W_{\rho^0 \rightarrow e^+ e^-}(\theta, \phi) = \frac{3}{8\pi} \sin^2 \theta.$$

Если ρ^0 распадается на $\pi^+ \pi^-$, то

$$W_{\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-}(\theta, \phi) = \frac{3}{4\pi} \cos^2 \theta.$$

При G-четном обмене - рождение ω^0 с обменом ρ -мезоном - для рождения вперед $\rho^{11}, \rho^{1-1} \neq 0$, все остальные $\rho^{11} = 0$. Так что для $\omega \rightarrow e^+ e^-$

$$W_{\omega \rightarrow e^+ e^-}(\theta, \phi) = \frac{3}{8\pi} \left[1 - \frac{1}{2} \sin^2 \theta (1 - 2\rho^{1-1} \cos 2\phi) \right],$$

и при усреднении по ϕ получаем

$$W_{\omega \rightarrow e^+ e^-}(\theta, \phi) = \frac{3}{16\pi} (1 + \cos^2 \theta).$$

Таким образом, измеряя угловое распределение $\rho^0 \rightarrow e^+ e^-$ (зависимость от θ и ϕ), можно получить сведения о механизме рождения ρ^0 -мезона и определить примесь $\omega \rightarrow e^+ e^-$ в распаде $\rho \rightarrow e^+ e^-$.

Рассмотрим рождение Φ -мезона γ -квантами больших энергий на ядрах (диаграммы а, б, рис. 5). При когерентном фоторождении Φ -мезона вперед у Φ -мезона такая же ориентация спина, что и у γ -кванта. Т.е. рождаются поперечно поляризованные Φ -мезоны. Тогда угловые распределения для распадов $\Phi \rightarrow KK$ и $\Phi \rightarrow e^+ e^-$ легко определить из формул (14) и (15):

$$W_{\Phi \rightarrow KK}(\theta, \phi) = \frac{3}{8\pi} \sin^2 \theta,$$

$$W_{\Phi \rightarrow e^+ e^-}(\theta, \phi) = \frac{3}{16\pi} (1 + \cos^2 \theta).$$

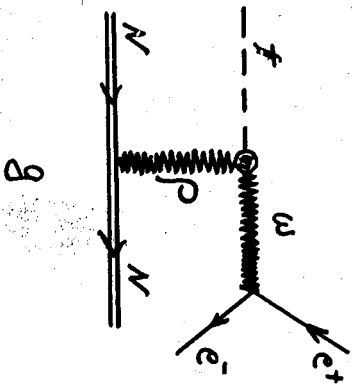
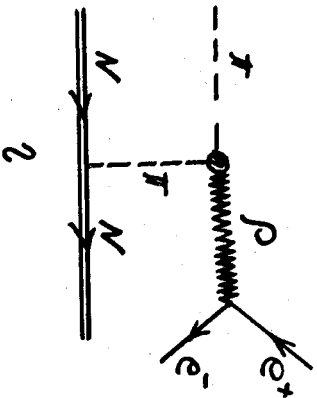
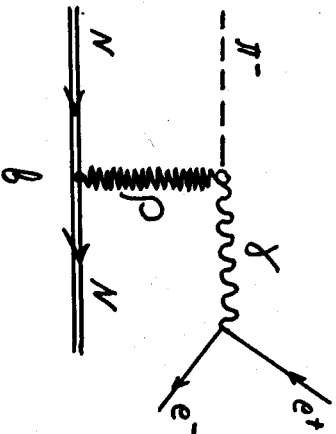
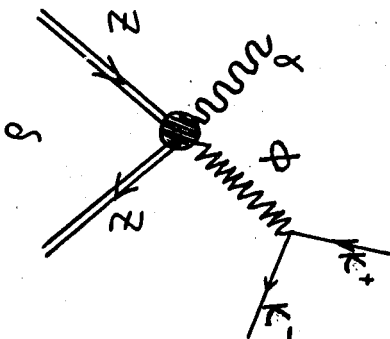
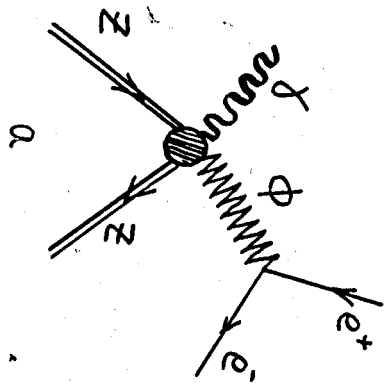
В первом случае происходит P-распад; во втором - S- и D-распад.

Аннигиляция $e^+ e^-$ в n число бесспиновых бозонов через виртуальный фотон ведет к конечному состоянию с $P=-1$, $G=1$, $J=1$, $T=1$, если n четное. В системе центра масс реакции очевидно, что фотон обладает только продольной поляризацией, поэтому для процессов

$$e^+ + e^- \rightarrow \rho \rightarrow \pi^+ + \pi^-,$$

$$e^+ + e^- \rightarrow \Phi \rightarrow K_1^+ + K_2^-.$$

Из (15) просто находим угловое распределение $\approx \sin^2 \theta$.



Pr.5.

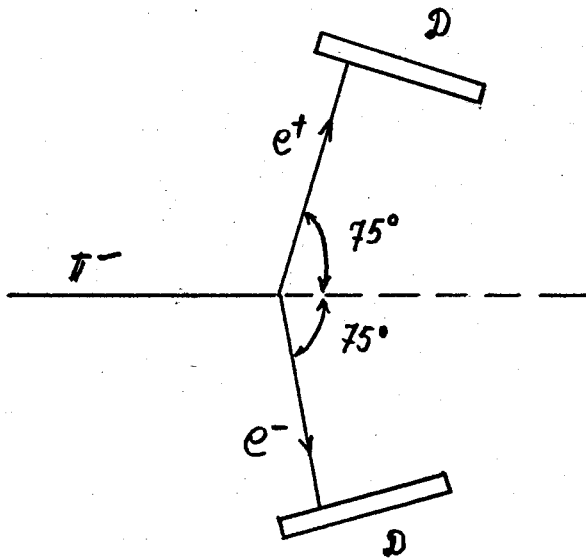


Рис.6. Оптимальная геометрия опыта для регистрации случая с $\theta \approx 0^\circ$,
 $k^2 \approx k_{\max}^2$.

Наконец, рассмотрим диаграмму с ρ -мезонным обменом (рис.5в). При рассеянии γ -кванта вперед и ρ -мезон, и виртуальный фотон обладают только поперечной поляризацией. При этом поперечные компоненты тензора $T_{\mu\nu}$ равны

$$T_{11} = T_{22}.$$

Иначе говоря, $\rho^{1-1} = 0$, и из формулы (14) следует, что угловое распределение в с.ц.м. пары e^+e^- не зависит от ϕ

$$W(\theta, \phi) = \frac{3}{16\pi} (1 + \cos^2 \theta).$$

Эти примеры показывают, что в ряде случаев механизм взаимодействия позволяет определить поляризацию промежуточной частицы, что дает возможность по формулам (14) и (15) предсказать угловое распределение продуктов распада.

IV . Дифференциальные сечения

Получим из (1) дифференциальное сечение. Для этого перейдем к переменным

$$\vec{K} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2, \quad \Delta = \vec{k}_1 - \vec{k}_2.$$

Тогда фазовый объем

$$dP = \delta(q+p-p_1-k_1-k_2) \frac{d^3k_1}{k_1} \frac{d^3k_2}{k_2} \frac{d^3p_1}{p_1^0} = \frac{1}{4} \delta(q+p-p-k) \delta(p_1^2-M^2). \quad (17)$$

Поскольку величины $\frac{d^3K}{k_1 k_2}$ и $\frac{k_0 d^3\Delta}{k_1 k_2}$ являются инвариантами, мы можем рассмотреть первую в 0C -системе, а вторую - в с.ц.м. пары. В последней системе $\vec{\Delta} = 2\vec{k}$, $|\vec{\Delta}|^2 = k^2$. Поэтому

$$\frac{k_0 d^3\Delta}{k_1 k_2} = 2 d\Omega_{\vec{k}} dk^2.$$

Тогда из (1)

$$\frac{\partial^3 \sigma}{\partial \Omega_{\mathbf{k}} \partial \epsilon_{\mathbf{k}} \partial \Omega_{\mathbf{k}} \partial k^2} = (2\pi)^{-5} \frac{e^2 M^2}{16 I k^4} \frac{K_c}{W} \Sigma |M|^2. \quad (18)$$

Свяжем (18) с сечением рождения виртуального фотона (рис.4). Дифференциальное сечение этого процесса в с.ц.м.

$$\frac{d\sigma^{\gamma^*}}{d \cos \theta_{\mathbf{k}}} = (2\pi)^{-1} \frac{M^2}{8 I} \frac{K_c}{W} \Sigma |M_{\gamma}|^2, \quad (19)$$

где

$$\Sigma |M_{\gamma}|^2 = \Sigma (\epsilon_{\lambda}^{\mu} \epsilon_{\lambda}^{\nu} T_{\mu\nu}) = -g^{\mu\nu} T_{\mu\nu}.$$

В системе покоя виртуального фотона

$$\Sigma |M_{\gamma}|^2 = T_{11} + T_{22} + T_{33}.$$

Поэтому мы можем разделить (19) на поперечную и продольную части:

$$\frac{d\sigma^{\gamma}}{d \cos \theta} = \frac{d\sigma_t^{\gamma^*}}{d \cos \theta} + \frac{d\sigma_l^{\gamma^*}}{d \cos \theta}. \quad (20)$$

Учитывая (19), (20) и интегрируя выражение (18) по $d\Omega_{\mathbf{k}} \approx$, получаем

$$k^2 \frac{d^2 \sigma}{d \cos \theta d k^2} = \frac{a}{3\pi} \left(\frac{d\sigma_t^*}{d \cos \theta} + \frac{d\sigma_l^*}{d \cos \theta} \right) \quad (21)$$

и

$$k^2 \frac{d\sigma}{d k^2} = \frac{a}{3\pi} (\sigma_t^* + \sigma_l^*). \quad (21)$$

Очевидно,

$$\lim_{k^2 \rightarrow 0} k^2 \frac{d\sigma_{e^+e^-}}{d k^2} = \frac{a}{3\pi} \sigma_{\gamma},$$

где σ_γ - полное сечение процесса $\pi^- + p \rightarrow n + \gamma$.

Рассмотрим теперь структуру матричного элемента электромагнитного тока сильновзаимодействующих частиц:

$$\vec{J} = \chi' {}^+ \vec{F} \chi,$$

где χ и χ' - спиноры с определенной спиральностью. В s -системе

$$\vec{k} = (0, 0, -1), \quad \vec{q} = (-\sin \theta, 0, -\cos \theta),$$

$$\chi_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}, \quad \chi_{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}, \quad \chi'_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi'_{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

В этой же системе представим \vec{F} в виде /6/:

$$\vec{F} = i \vec{\sigma} F_1 + \vec{\sigma} \hat{q} \vec{\sigma} \times \hat{k} F_2 + i \vec{\sigma} \hat{k} \hat{q} F_3 + i \vec{\sigma} \hat{q} \hat{q} F_4 + \\ + i \vec{\sigma} \hat{k} \hat{k} F_5 + i \vec{\sigma} \hat{q} \hat{k} F_6.$$

Здесь $F_{[1, \dots, 6]}$ функции от k^2 , w , θ^γ , где θ^γ - угол рассеяния виртуального фотона в с.п.м., и в изотопическом пространстве являются 2×2 матрицами. Их можно выразить через амплитуды с различными изотопическими спинами /7/

$$F_\alpha = F^{3/2} \left(\delta_{\alpha 3} - \frac{1}{3} r_\alpha r_3 \right) + \frac{1}{3} r_\alpha (F_s^{1/2} + r_3 F_v^{1/2}), \quad (22)$$

где α - зарядовый индекс π -мезона. В литературе встречается также разбиение

$$F_\alpha = \delta_{\alpha 3} F^{(+)} + \frac{1}{2} [r_\alpha, r_3] F^{(-)} + r_\alpha F^{(0)}.$$

Легко можно найти связь между амплитудами:

$$F^{(+)} = \frac{1}{3} (2F^{3/2} + F_v^{1/2}),$$

$$F^{(-)} = \frac{1}{3} (F_v^{1/2} - F^{3/2}),$$

$$F^{(0)} = \frac{1}{3} F_s^{1/2}.$$

Легко найти связь этих амплитуд с амплитудой для нашей реакции

$$F(\pi^- p \rightarrow \gamma n) = \frac{\sqrt{2}}{3} (F_s^{1/2} - F_v^{1/2} + F^{3/2}).$$

С помощью F_i пространственные компоненты тензора $T_{\mu\nu}$ выражаются так:

$$T_{ik} = \text{Sp } F_i F_k^*.$$

Находим

$$\frac{1}{2} T_{33} = |F_5'|^2 + 2x \text{Re}(F_5' F_6'^*) + |F_6'|^2,$$

$$\frac{1}{2} T_{22} = |F_1|^2 - 2x \text{Re}(F_1 F_2^*) + |F_2|^2,$$

$$\frac{1}{2} T_{11} = \frac{1}{2} T_{22} + \sin^2 \theta^Y [2 \text{Re}(F_1 F_4^* + F_2 F_3^*) + \quad (23)$$

$$+ |F_3|^2 + 2x \text{Re}(F_3 F_4^*) + |F_4|^2],$$

$$\frac{1}{2} (T_{13} + T_{31}) = 2 \sin^Y \theta \text{Re} [F_5' (F_2 + F_3 + x F_4)^* + F_6' (F_1 + x F_3 + F_4)^*],$$

где

$$F_5' = F_5 + F_1 + x F_3, \quad F_6' = F_6 + x F_4, \quad x = \cos \theta^Y.$$

Заметим, что $T_{11} - T_{22}$ пропорциональна $\sin^2 \theta^Y$, а $T_{13} + T_{31} - \sin \theta^Y$.

Перепишем (9) в виде:

$$\begin{aligned} \Sigma |M|^2 = & \frac{1}{4} k^2 [T^t(W, k^2, \theta^\gamma) (1 + \cos^2 \theta) + \\ & + T^\ell(W, k^2, \theta^\gamma) \sin^2 \theta + C(W, k^2, \theta^\gamma) \sin^2 \theta^\gamma \sin^2 \theta \cos 2\phi + \\ & + D(W, k^2, \theta^\gamma) \sin \theta^\gamma \sin 2\theta \cos \phi]. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь T^t отвечает рождению поперечного неполяризованного виртуального фотона, T^ℓ — продольно поляризованного фотона. C определяет поперечную поляризацию, D — соответствует интерференции поперечной и продольной поляризациям. Все эти величины, помимо переменных W , k^2 , θ^γ зависят также от электромагнитных формфакторов сильно-взаимодействующих частиц. Поскольку члены в (24) характеризуются различной угловой зависимостью, в принципе их можно различать экспериментально, проводя анализ типа фазового. Однако поскольку такой полный анализ представляется сложным и требует большой статистики, выберем такую кинематику, когда формула (24) существенно упрощается. Рассмотрим случай, когда виртуальный фотон движется под углом $\theta^\gamma = 0$. При этом, очевидно, в (24) остаются только первые два члена.

$$\Sigma |M|^2 = \frac{1}{4} k^2 [T^t(W, k^2, \theta^\gamma = 0) (1 + \cos^2 \theta) + T^\ell(W, k^2, \theta^\gamma = 0) \sin^2 \theta]. \quad (25)$$

В этом случае формфактор π -мезона содержится только в продольной амплитуде, поскольку, как упоминалось выше (см. III), диаграмма рис.4, отвечающая формфактору π -мезона, дает вклад только в T^ℓ в силу сохранения проекции полного момента на направление движения π -мезона. Анализируя формулу (25) по углам θ , можно измерять T^t и T^ℓ по отдельности.

V. Влияние формфакторов на сечение реакции

Вопрос о возможности измерения формфакторов в реакции $\pi^- p \rightarrow e^+ e^- p$ связан с вопросом чувствительности сечения этой реакции к электромагнитной структуре частиц.

Конкретные расчеты проводились для кинетической энергии пучка π^- -мезонов в лабораторной системе $E_\pi = 275$ МэВ.

Мы пользуемся амплитудой Фубини, Намбу, Ватагина, которая получена из одномерных дисперсионных соотношений /3/. Здесь помимо борновских членов в дисперсионном интеграле учитывается вклад (3,3)-изобары. Эта амплитуда использовалась также при анализе данных по электроорождению π^+ -мезонов на протонах для определения формфактора π^- -мезона при пространственноподобных передачах /1/.

При указанной энергии начальных частиц и для $\theta^y = 0$ поперечная часть в формуле (25) по существу зависит только от электрического формфактора протона, а все остальные члены, содержащие другие формфакторы, в том числе магнитное дипольное излучение, дают вклад в амплитуду менее 10%.

$$T^i(k^2, W, \theta^y = 0) = 4 \left[\left(\frac{m}{m + \omega} \right)^2 F_p^2(k^2) + A_{\text{попр.}}(\mu_v, \mu_s, F_s) \right],$$

где F_p - электрический формфактор протона, μ_v, μ_s, F_s - изовекторный магнитный, изоскалярный магнитный и изоскалярный электрический формфакторы нуклонов, соответственно; ω - энергия начального π -мезона в с.ц.м. Поскольку все формфакторы, кроме F_p , содержатся в малом поправочном члене, не имеет смысла учитывать их зависимость от k^2 и делать какие-либо предположения об их поведении во времениподобной области. Это дает возможность независимо определять электрический формфактор протона для $k^2 > 0$.

В продольную часть формулы (25) основной вклад дают члены, пропорциональные электрическому формфактору протона и формфактору π -мезона.

$$T = 2 \left[(b_p F_p(k^2) + b_\pi F_\pi(k^2))^2 + B_{\text{попр.}}(\gamma_s, F_s) \right],$$

где

$$b_p = \frac{m}{m+\omega} - \frac{q(q+k)}{2m\omega}, \quad b_\pi = \frac{m}{m+\omega} \frac{(k-q)(2-k)}{\Delta+1},$$

$$\Delta^2 + 1 = 2(k_0\omega - kq) - k^2.$$

Здесь q — импульс начального π -мезона в с.ц.м.; k и k_0 — импульс и энергия виртуального фотона в той же системе. В попр., зависящий от указанных формфакторов, дает поправку к амплитуде менее 15%.

Из вышеизложенного следует, что выражение (25) фактически зависит только от формфакторов F_p и F_π , что значительно упрощает анализ экспериментальных данных.

Вычислим дифференциальное сечение процесса в предположении, что среднеквадратичные радиусы протона и π -мезона $r_p = r_\pi = 0,8 F$.

На эти значения среднеквадратичных радиусов указывают экспериментальные данные для пространственноподобных передач /1,8/.

Запишем дифференциальное сечение в виде:

$$\frac{d^3\sigma}{d\cos\theta d\cos\theta dk^2} = \frac{a^2 g^2}{64\pi^2 m^2 q} \frac{k}{k^2} [(1 + \cos^2\theta)T^l + \sin^2\theta T^l], \quad (26)$$

где

$$a = \frac{1}{137}, \quad g = 15.$$

Чтобы усилить вклад от продольной части амплитуды, а тем самым вклад формфактора π -мезона, мы положим $q = \frac{\pi}{2}$. Поскольку для больших k^2 сечение наиболее чувствительно к формфакторам, на опыте следует отбирать события, близкие к k_{\max}^2 . При данной энергии пучка π -мезонов:

$$k_{\max}^2 = (W - m)^2.$$

Это соответствует случаю, когда в с.ц. масс начальных частиц нейтрон покоится. Для энергии $E_\pi = 275$ Мэв $k_{\max}^2 = 6,5 m_\pi^2$.

На рис. 7 кривые показывают зависимость T^l и T^l от формфакторов. Если проинтегрировать (26) в интервале $5 m_\pi^2 \leq k^2 \leq 6,5 m_\pi^2$, получим

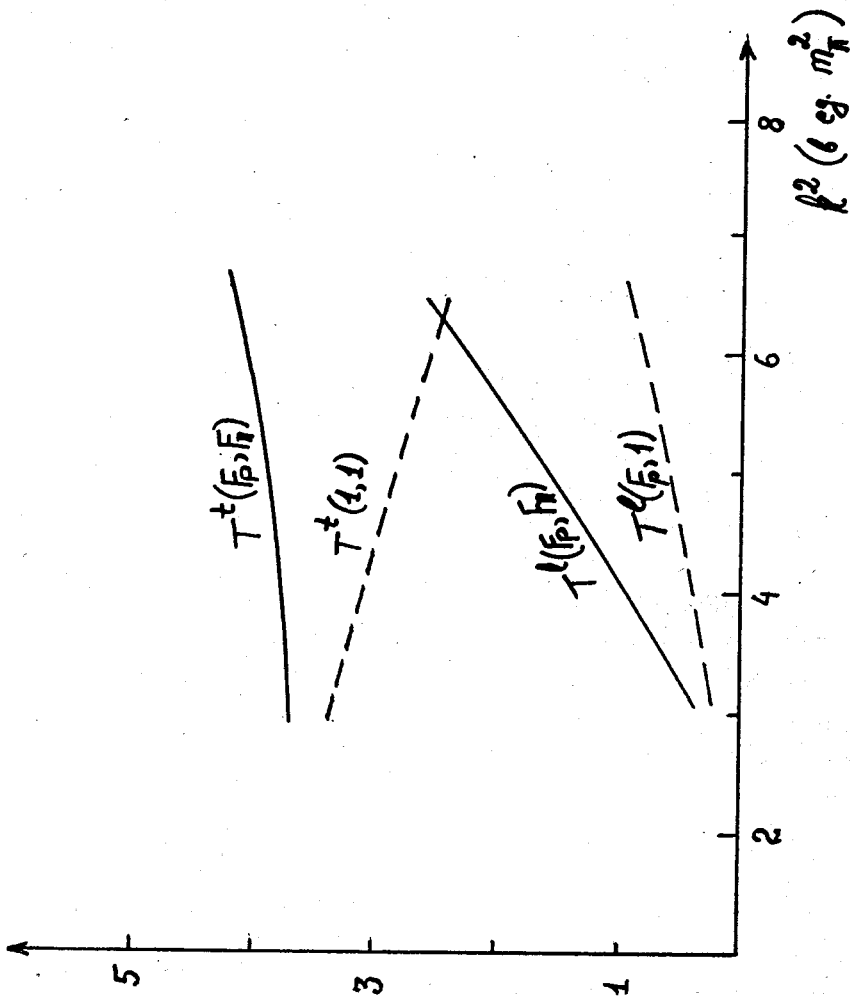


Рис.7. Верхние кривые показывают зависимость поперечной амплитуды от формфакторов, нижние - зависимость продольной амплитуды от формфактора π -мезона.

$$\Delta \sigma = \int_{\frac{5 \text{ м}^2}{\pi}}^{\frac{6,5 \text{ м}^2}{\pi}} \frac{d^3 \sigma (\theta = 0, \theta = \frac{\pi}{2})}{d \cos \theta d \cos \theta dk^2} dk^2 = 24 \cdot 10^{-33} \text{ см}^2.$$

Если чувствительность сечения к формфакторам определять отношением, тогда получим:

$$\frac{\Delta \sigma (F_p, F_\pi)}{\Delta \sigma (1, 1)} = 1,6, \quad (27)$$

$$\frac{\Delta \sigma (F_p, F_\pi)}{\Delta \sigma (F_p, 1)} = 1,5, \quad (28)$$

$$\frac{\Delta \sigma^l (F_p, F_\pi)}{\Delta \sigma^l (F_p, 1)} = 2, \quad (29)$$

где (27) показывает чувствительность сечения к формфакторам F_p и F_π , (28) - к формфактору π -мезона, (29) - чувствительность продольной части сечения к формфактору π -мезона. Эти числа указывают на большой вклад формфакторов протона и π -мезона в сечение реакции. Особенно чувствительна к электромагнитной структуре π -мезона продольная часть сечения.

Таким образом, вычисления указывают на вполне реальную возможность измерения формфакторов протона и π -мезона для времениподобных передач в реакции $\pi^- p \rightarrow e^+ e^- n$.

Рассмотрим геометрию эксперимента, при котором будут регистрироваться события, удовлетворяющие условию $\theta \approx 0$, и k^2 , близкие к максимальным. Как было указано выше, k_{max}^2 соответствует случаю, когда в с.ц.м. сталкивающихся частиц нейтрон покоится, т.е. импульсы электрона и позитрона равны по величине и направлены в противоположные стороны. Однако чтобы в лабораторной системе виртуальный фотон обладал импульсом, направленным вперед, необходимо, чтобы $\theta = \frac{\pi}{2}$.

Тогда в лабораторной системе электрон-позитронная пара будет испус-

каться под $\theta_L = 75^\circ$. Если протяженные детекторы расположить в лабораторной системе, как показано на рис. 6, то они будут регистрировать события с k^2 , близкими к максимальному значению. С другой стороны, поскольку импульсы электрона и позитрона должны быть достаточно большими, чтобы их зарегистрировали детекторы, будут отбираться события с θ , близкими к нулю.

З а к л ю ч е н и е

Сильная зависимость сечения реакции $\pi^- p \rightarrow e^+ e^- p$ от электрического формфактора протона и π -мезона указывает на реальную возможность их экспериментального определения в области времениподобных передач $0 < k^2 \leq 3,5 F^{-2}$. Случай рассеяния вперед виртуального γ -кванта представляется наиболее благоприятным для этой цели, поскольку дает возможность измерить в отдельности продольную и поперечную части сечения. Измерение этих частей интересно само по себе, поскольку они дадут информацию об амплитуде фоторождения вне массовой поверхности для $k^2 > 0$.

Авторы благодарны Л.Л. Неменову за многочисленные обсуждения, а также С.М. Биленькому и С. Герасимову за полезные замечания.

Л и т е р а т у р а

1. C.W.Akerlof, W.W.Ash, K.Berkelman et al. *Phys.Rev.Lett.*, 16, 147, 1966; *Phys.Rev.*, 153, 1482, 1967.
2. V.L.Auslander, G.I.Budker, Ju.N.Pestov et al. *Phys.Lett.*, 25B, 433, 1967.
3. S.Fubini, Y.Nambu and V.Wataghin. *Phys.Rev.*, 111, 329, 1958.
4. N.Zagury. *Phys.Rev.*, 145, 1112, 1966; S.L.Adler. *Proceedings of the International Conference on Weak Interactions, Argonne Report No. ANL-7130*, 1965; F.A.Berends, A.Donnachie and D. Weaver. *Nucl. Phys.*, B4, 1, 1967.

5. K. Gottfried and J.D. Jackson. *Nuovo Cim.*, 33, 309, 1964.
6. P.Dennery. *Phys.Rev.*, 124, 2000, 1961.
7. H.F.Jones. *Nuovo Cim.*, 40A, 1018, 1965.
8. L.H.Chan, K.W.Chen, J.R.Dunning et al. *Phys.Rev.*, 141, 1298, 1966.

Рукопись поступила в издательский отдел

26 июня 1969 года.