

С 345.6А

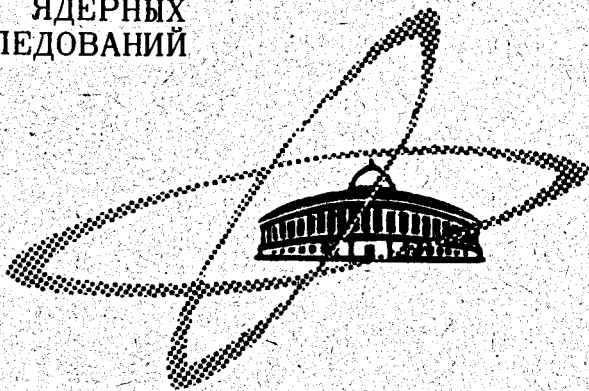
11/1к-69

М-269

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2 - 4535



Б.Л.Марковски, И.П.Недялков

ИССЛЕДОВАНИЕ  
ПЕРВОГО БАРИОННОГО РЕЗОНАНСА  
ПУТЕМ АНАЛИТИЧЕСКОГО ПРОДОЛЖЕНИЯ  
В НЕФИЗИЧЕСКУЮ ОБЛАСТЬ ПАРЦИАЛЬНОЙ  
АМПЛИТУДЫ  $\pi N$  -РАССЕЯНИЯ

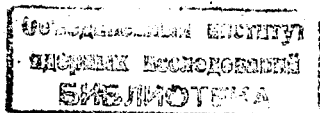
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1969

P2 - 4535

Б.Л.Марковски, И.П.Недялков

ИССЛЕДОВАНИЕ  
ПЕРВОГО БАРИОННОГО РЕЗОНАНСА  
ПУТЕМ АНАЛИТИЧЕСКОГО ПРОДОЛЖЕНИЯ  
В НЕФИЗИЧЕСКУЮ ОБЛАСТЬ ПАРЦИАЛЬНОЙ  
АМПЛИТУДЫ  $\pi N$ -РАССЕЯНИЯ



Современный способ нахождения параметров барионных резонансов основывается на построении диаграммы Арганда на физических разрезах. Таким образом были получены все известные в настоящее время более или менее достоверно установленные барионные резонансы<sup>/1/</sup>.

Однако, хотя диаграммы Арганда и имеют определенные преимущества по отношению к простому исследованию максимумов и минимумов действительной и мнимой части амплитуды рассеяния порознь, все же с их помощью нельзя с уверенностью расшифровать резонансо-образные особенности (если они существуют), которые по своей структуре более сложны, чем простые полюса.

Чтобы исправить этот недостаток мы предлагаем исследовать аналитическое продолжение амплитуды рассеяния на второй риманов лист, точки которого находятся ближе к полюсам, ответственным за резонансы.

Продолжение амплитуды рассеяния на нефизическую полосу, содержащую физические разрезы внутри себя, было предложено одним из нас в<sup>/2/</sup>. Было установлено, что выход в нефизическую область является некорректной задачей, типа задачи Коши для уравнения Лапласа. Исходя из этого, предложены формулы для аналитического продолжения значений амплитуды рассеяния с физических разрезов в полосу, непосредственно примыкающую к нефизической области.

Конкретный пример применения этого метода приведен в работе<sup>/3/</sup>, где показано, что аналитическое продолжение амплитуды  $f_{33} \pi N$  - рассеяния в нефизическую область около  $\Delta_{33}$  - резонанса указывает на наличие некоторой особенности в мнимой части при энергиях, несколько

превышающих энергию  $\Delta_{33}$  резонанса. Правда, исходные данные - график для  $f_{33}$  - составлены на основе старых измерений/4/ и расчёты делались в нерелятивистском приближении. Поэтому заключение о наличии вышеупомянутой особенности нуждается в дополнительной проверке.

Мы рассмотрим обнаруженную в/3/ особенность заново, но теперь - в релятивистской трактовке и используя новые результаты фазового анализа.

Известно/5,6/, что парциальные волны  $\pi N$  - рассеяния, рассматриваемые как функции комплексной переменной  $s$ , имеют несколько разрезов (рис. 1а). Из них нас будет интересовать только физический разрез ( $s > (M + \mu)^2 / M$  и  $\mu$  - массы нуклона и пиона соответственно). На верхнем берегу этого разреза задаются значения парциальной амплитуды рассеяния  $f_{33}$  как функции  $s$

$$f_{33} = \frac{\eta e^{3i\alpha} - 1}{2iq}, \quad (1)$$

где  $\eta$  - коэффициент неупругости,  $\alpha$  - фаза рассеяния и  $q$  - импульс в с.ц.м.

Так как  $\eta$  и  $\alpha$  даются как функции кинетической энергии  $E_\pi$  пиона в л.с. ( $E_\pi = E - \mu$ , где  $E$  - полная энергия пиона в л.с.), удобно в (1) выразить  $q$  через  $E_\pi$ :

$$q = \frac{M}{M + \mu} \sqrt{\frac{E_\pi (E_\pi + 2\mu)}{1 + 2 \frac{M}{(M + \mu)^2} E_\pi}}. \quad (2)$$

Для того чтобы учесть ближайшую особенность амплитуды рассеяния при аналитическом продолжении в нефизическую область, воспользуемся конформным преобразованием

$$z = \sqrt{s - (M + \mu)^2}. \quad (3)$$

Переменная  $z$  связана с  $E_\pi$  соотношением

$$z = \sqrt{2ME_\pi} \quad (4)$$

Формулы (1), (2), (4) выражают зависимость амплитуды рассеяния от комплексной переменной  $z = x + iy$ .

Обозначим действительную и мнимую части  $f_{33}$  через  $u$  и  $v$

$$U(x, y) = \frac{(M+\mu) \sqrt{1+2 \frac{M}{(M+\mu)^2} E_\pi}}{2M \sqrt{E_\pi (E_\pi + 2\mu)}} \eta \sin 2\alpha, \quad (5)$$

$$V(x, y) = \frac{(M+\mu) \sqrt{1+2 \frac{M}{(M+\mu)^2} E_\pi}}{2M \sqrt{E_\pi (E_\pi + 2\mu)}} (1 - \eta \cos 2\alpha). \quad (6)$$

Конформное преобразование (3) переводит плоскость  $s$  с разрезом  $(M+\mu)^2 < s$  в верхнюю полуплоскость плоскости  $z$ . Второй лист римановой поверхности  $f(s)$ , который соединяется с физическим листом на разрезе  $(M+\mu)^2 < s$ , переходит при этом в нижнюю полуплоскость плоскости  $z$  (рис. 16).

Мы будем интересоваться барийными резонансами  $\pi N$  системы с квантовыми числами  $J = I = \frac{3}{2}$ .

При помощи формул (4), (5) и (6) и экспериментальных данных из работы /7/ найдем значения  $U(x, 0)$  и  $V(x, 0)$ .

Обозначим через  $a'a''$  прямую  $y = -N$ , где постоянная  $N$  такова, что прямая  $a'a''$  лежит выше особенностей функций  $U(x, y)$  и  $V(x, y)$ , расположенных в нижней полуплоскости. Как  $U$ , так и  $V$  — гармонические функции в полосе  $-N < y < 0$ .

Так как мы интересуемся только точным определением значений  $f=U+iV$  в узкой области в окрестности полюса, то с некоторым приближением будем считать  $U(x,y)$  и  $V(x,y)$  гармоническими функциями во всей верхней полуплоскости  $y > 0$ .

Задача, которую мы решаем, может быть сформулирована так. Известно, что  $U$  и  $V$  — гармонические функции в области  $y > -H$ . Найти значение этих функций в полосе  $-H < y < 0$ , если известны их значения на линии  $y=0$ .

Формулы для решения этой задачи применительно к нерелятивистскому подходу приведены в 2/, а в 3/ разработан численный алгоритм.

Воспользуемся алгоритмом из 3/, который применим к  $U$  и  $V$ , если для них существует двойной интеграл Фурье. Рассмотрим квадратную сетку шага  $h$  с узловыми точками  $A_n^{(\ell)}$ . Обозначим приближенное значение  $U$  и  $V$  в узловых точках через  $U_n$  и  $V_{(n)}^{(\ell)}$  соответственно. Тогда приближенно имеем

$$U_n^{(\ell)} = \sum_{m=-k}^k a_m^{(\ell)} u_{n-m}^{(0)}, \quad (7)$$

$$V_n^{(\ell)} = \sum_{m=-k}^k a_m^{(\ell)} v_{n-m}^{(0)}$$

Вывод этих формул можно найти, например, в 3/ или 8/. Коэффициенты  $a_m$  получены пересчётом из коэффициентов для трехмерного случая 8/ на двухмерный. При построении кривых  $U(x,0)$  и  $V(x,0)$  (рис. 2) использованы экспериментальные данные для  $\eta$  и  $\alpha$  из работы 7/. Затем, пользуясь формулой (7), мы получили значения функций  $U(x, -\ell h)$ ,  $V(x, -\ell h)$ ,  $\ell=1,3$  (т.е. в полосе  $-H < y < 0$ ), произвели сдвиг начала отсчёта сетки на  $\frac{h}{4}$ ,  $\frac{h}{2}$  и  $\frac{3h}{4}$  последовательно и вычислили новые значения функций  $U$  и  $V$ . Все четыре кривые усред-

нялись. Так получены диаграммы Арганда для первого, второго и третьего шага ( $\ell = 1, 2, 3$ ) на рис. 3, 4, 5.

Резонанс  $\Delta_{33} = 1236$  Мэв виден на всех диаграммах Арганда. Он изображается как окружность на физическом листе, которая довольно сильно деформируется по мере увеличения  $\ell$ .

На всех исследованных нами диаграммах Арганда при  $z = 1200$  Мэв ( $m = 1612$  Мэв) наблюдается виток 25 . . . 31, который обходит против часовой стрелки. Авторы работы<sup>/1/</sup> не обнаруживают резонанса при этой энергии, хотя, на наш взгляд, резонанс с массой  $m = 1688$  Мэв, который рассматривается в<sup>/1/</sup> как возможный, является не более вероятным.

Другая особенность - виток (31 . . . 34) при  $z = 1300$  Мэв ( $m = 1688$  Мэв). Этот виток полностью не замыкается на диаграмме Арганда для физического разреза и для первого шага. Его замыкание происходит на диаграммах Арганда для второго и третьего шага. Он соответствует резонансу с массой  $m = 1688$  Мэв.

Как на физическом разрезе  $\ell = 0$ , так и при  $\ell = 1, 2, 3$  на диаграммах Арганда наблюдается виток 34 . . . 39,  $z = 1450$  Мэв ( $m = 1806$  Мэв). Этот виток, возможно, является следствием того факта, что для  $z > 1560$  Мэв мы подставляли условно нулевые значения для фазы, так как в этой области имеется значительное расхождение в данных фазового анализа разных авторов и точность эксперимента невелика.

В заключение отметим, что хотя аналитическое продолжение фазы зависит от способа минимализации  $\chi^2$  в фазовом анализе, оно дает дополнительную информацию для сомнительных и предполагаемых резонансов, а иногда указывает на возможность существования неизвестных ранее резонансов.

Авторы благодарят В.А.Мешерякова, А.В.Ефремова и Д.В.Широкова за полезные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. С.П.Круглов, В.А.Шегельский. Фазовый анализ рассеяния. Нуклоны и пионы, Материалы I Международного совещания по нуклон-нуклонным и пион-нуклонным взаимодействиям, 1968 г., Дубна.
2. I.P.Nedelkov, Ann. der Physik, 7 folge, band 12 (1963).
3. И.П.Недялков. Известия Физического института БАН 1969 (в печати).
4. K.Miyako, K.F.Kinsey, D.E.Kuepp. Phys. Rev., 126, 2180(1962).  
S.W.Dowell Mc. Phys. Rev., 116, 774 (1959).
5. J.Hamilton, W.S.Woolcock. Rev of Mod. Phys., 35, 737 (1963).
6. Д.В.Ширков, В.В.Серебряков, В.А.Мешеряков. Дисперсионные теории сильных взаимодействий при низких энергиях, Наука, 1967 г.
7. A.Donachi. Preprint 66/1042/5 - TH 690, CERN (1966).
8. R.G.Henderson. Geophysics 25, N.3, (1960).

Рукопись поступила в издательский отдел  
11 июня 1969 года.

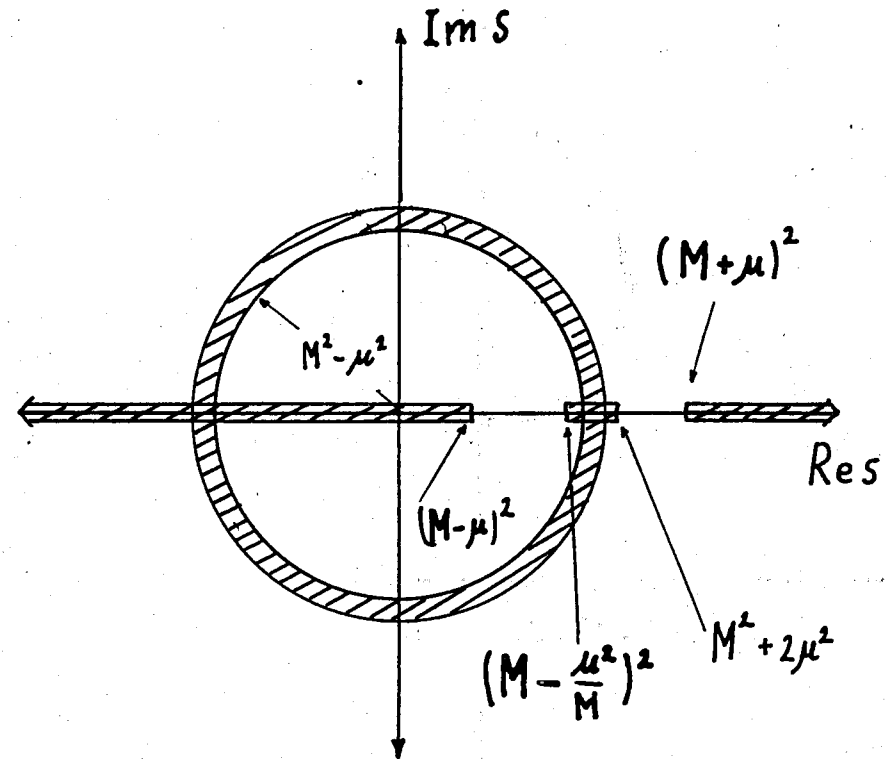


Рис. 1а.



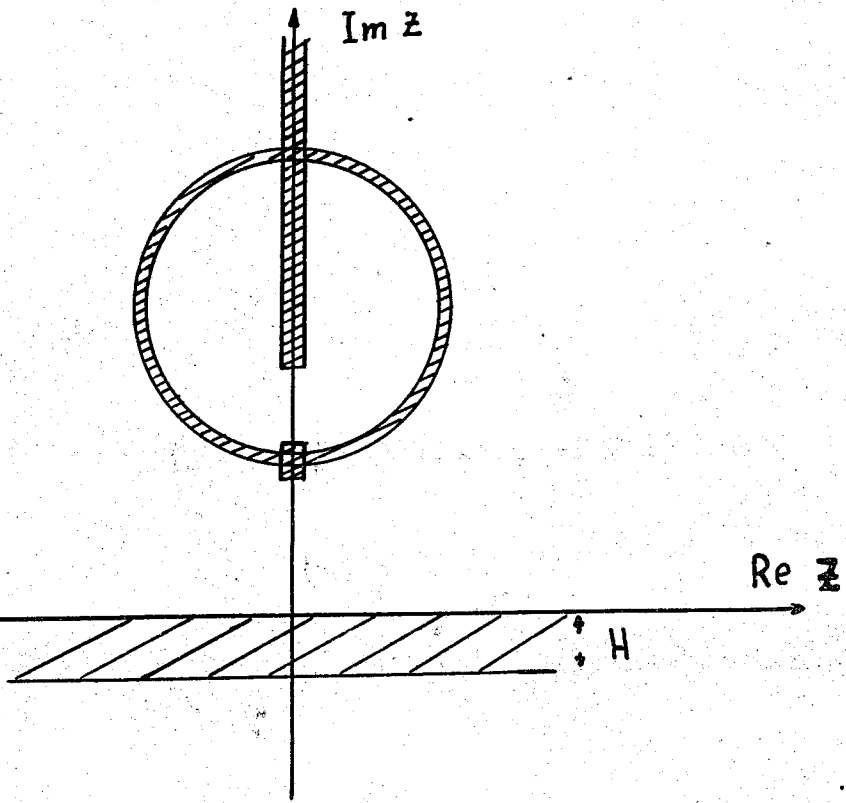


Рис. 18.

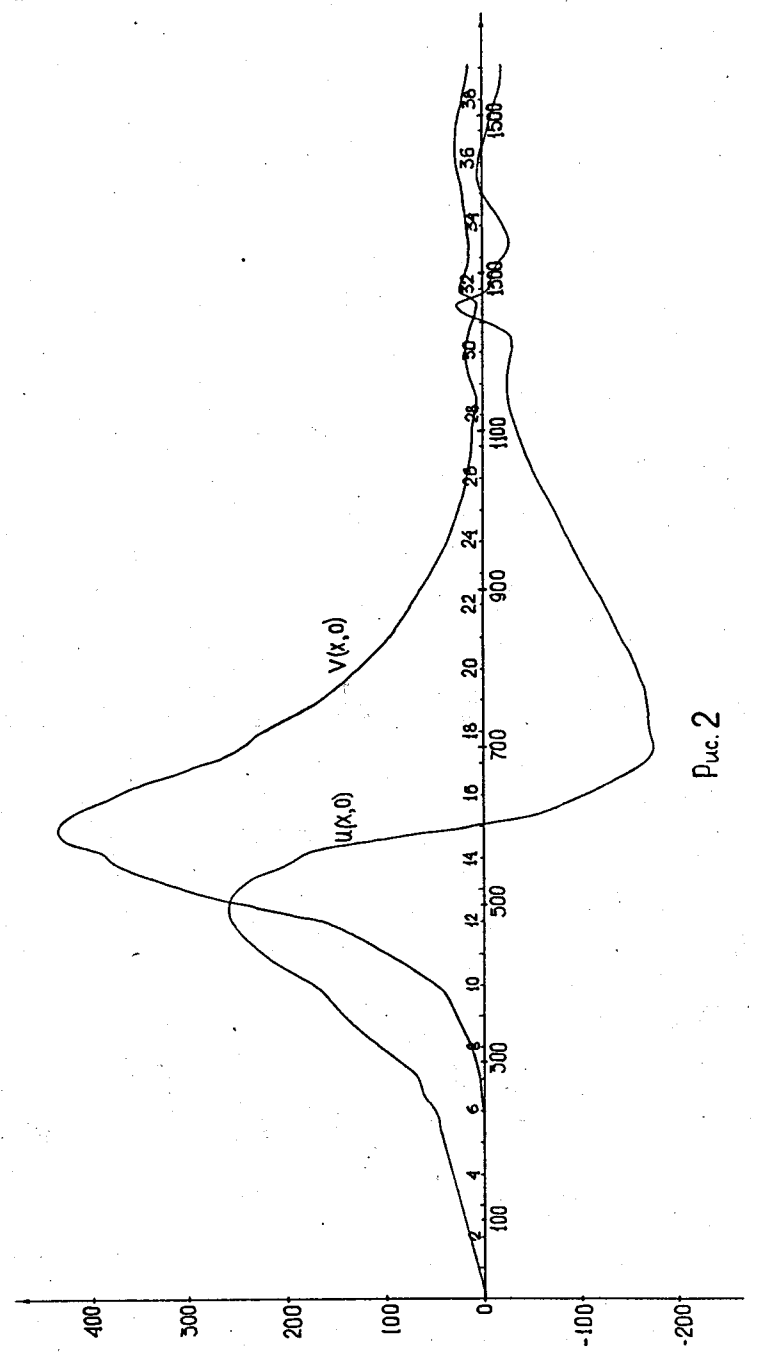


Рис. 2

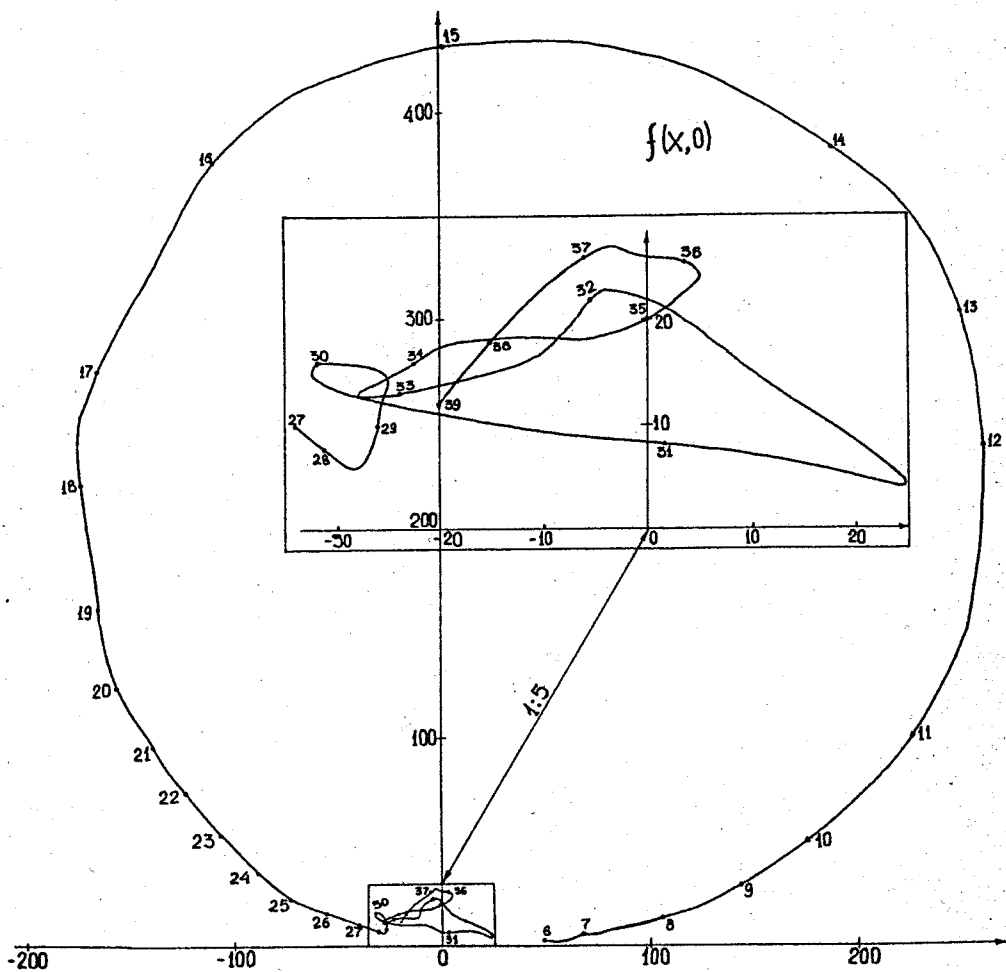


Рис. 3

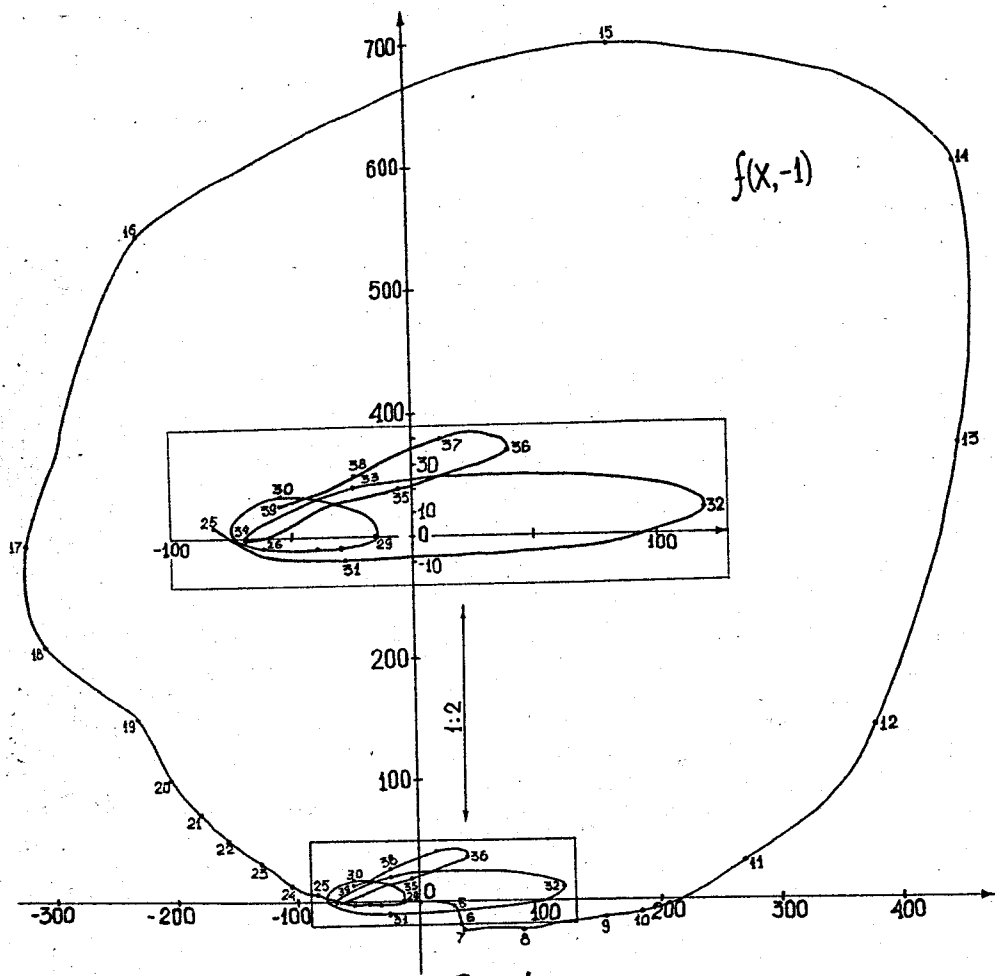


Рис. 4

