Б-742

13/VI.69

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р2 - 4418

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

П.Н.Боголюбов

О КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ С НЕРАВНЫМИ МАССАМИ КВАРКОВ

1969

P2 - 4418

П.Н.Боголюбов

7826/2 гр

О КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ С НЕРАВНЫМИ МАССАМИ КВАРКОВ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

В работах [1,2] рассматривались составные модели мезонов и барионов как связанных состояний соответственно кварка и антикварка или трех кварков. Для случая, например, барионов, мы исходили из уравнения вида:

$$\{(\partial_1 - M)(\partial_2 - M)(\partial_3 - M) + M\, V_{1,2,3}\}\psi_{a_1 a_2 a_3}(x_1, x_2, x_3) = 0, \tag{1}$$

где ∂_j –операторы Дирака, V –член, представляющий взаимодействие и зависящий от трех релятивистских скаляров

$$R_1^2 = (\vec{x}_3 - \vec{x}_2)^2 - (x_3^0 - x_2^0)^2$$

$$R_2^2 = (\vec{x}_3 - \vec{x}_1)^2 - (x_3^0 - x_1^0)^2$$

$$R_3^2 = (\vec{x}_2 - \vec{x}_1)^2 - (x_2^0 - x_1^0)^2.$$

Массы M всех трех кварков полагались равными. Такое приближение использовалось для рассмотрения возможностей применения в кварковых моделях уравнений типа (1); было показано, что с помощью этих уравнений можно получить соответствующие связанные состояния. Расщепление уровней масс связанных состояний может быть достигнуто в таких моделях различными путями, введением, например, в потенциал взаимодействия членов, зависящих от спина, изотопспина и четности. Однако для получения утяжеления за счет странного λ –кварка нужно считать, по крайней мере, массу одного кварка отличной от массы двух остальных. Рассмотрением этого вопроса мы будем заниматься в настоящей заметке.

Начнем изучение уравнений для мезонов и барионов с простого случая, когда уравнения квадрированы. Для мезонов:

$$\{ (\partial_1^2 - M_1^2)(\partial_2^2 - M_2^2) - (M^4 + M^2 V) \} \psi = 0 \tag{2}$$

и для барионов

$$\{ (\partial_1^2 - M_2^2)(\partial_2^2 - M_2^2)(\partial_3^2 - M_3^2) + (M^6 + M^4 V) \} \psi = 0 . \tag{3}$$

Здесь:

$$M_j^2 = M^2 + m_j .$$

Вид скалярного потенциала взаимодействия выбран так, чтобы использовать обычное предположение о том, что масса кварков велика, а потенциал компенсирует эту большую массу. Раскрыв эти уравнения и перейдя к пределу при $M \to \infty$, сразу получим для мезонов

$$\{ \partial_1^2 + \partial_2^2 - (m_1 + m_2) - V \} \psi = 0 \tag{4}$$

и для барионов

$$\{ \partial_1^2 + \partial_2^2 + \partial_3^2 - (m_1 + m_2 + m_3) - V \} \psi = 0 . \tag{5}$$

Сделав соответствующую замену переменных для выделения координат центра тяжести и относительного движения, для масс рассматриваемых связанных состояний получим:

$$\begin{aligned} M_{M}^2 &= E_{0H}^2 + 2(m_1 + m_2) \\ \overline{M}_{B}^2 &= E_{0B}^2 + 3(m_1 + m_2 + m_3) . \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь все наши рассуждения основывались на уравнениях типа (2) и (3), содержащих квадрированные операторы Дирака ∂_j^2 . По-видимому, для систем, состоящих из кварков и антикварков, было бы более естественным исходить из неквадрированных уравнений.

Начнем с уравнения для мезонов, имея в виду использование формального предельного перехода $M \to \infty$. Соответствующее уравнение запишем в виде:

$$\{(\partial_1 - M_1)(\partial_2 + M_2) + \gamma_5^{(1)}\gamma_5^{(2)}(M^2 - U)\}\psi = 0. \tag{7}$$

Здесь, как и ранее, $M_j^2 = M^2 + m$,

$$M_j \approx M + \frac{m}{2M}.$$

Положим здесь

$$(1 + \gamma_5^{(1)}\gamma_5^{(2)})\psi = \psi_+$$

$$(1 - \gamma_5^{(1)}\gamma_5^{(2)})\psi = \psi_- .$$

Помножив уравнение (7) слева на $(1 + \gamma_5^{(1)}\gamma_5^{(2)})$ и на $(1 - \gamma_5^{(1)}\gamma_5^{(2)})$, получим уравнения для ψ_+ и ψ_-

$$\partial_1\partial_2\psi_+ + \partial_1 M\psi_- - \partial_2 M\psi_- + \frac{\partial_1 m_2}{2M}\psi_- - \frac{\partial_2 m_1}{2M}\psi_- -$$

$$- M^2\psi_+ - \frac{m_1 + m_2}{2}\psi_+ - \frac{m_1 m_2}{4M^2}\psi_+ + \gamma_5^{(1)}\gamma_5^{(2)} M^2\psi_+ - \gamma_5^{(1)}\gamma_5^{(2)} U\psi_+ = 0 \tag{8}$$

$$\partial_1\partial_2\psi_- + \partial_1 M\psi_+ - \partial_2 M\psi_+ + \frac{\partial_1 m_2}{2M}\psi_+ - \frac{\partial_2 m_1}{2M}\psi_+ - M^2\psi_- -$$

$$- \frac{m_1 + m_2}{2}\psi_- - \frac{m_1 m_2}{4M^2}\psi_- - M^2\psi_- + U\psi_- = 0 . \tag{9}$$

Подставив в (8) выражение для ψ_- , полученное из (9), и произведя переход к пределу при $M \to \infty$, запишем для ψ_+:

$$\{\partial_1^2 + \partial_2^2 - (m_1 + m_2) - 2U\}\psi_+ = 0, \tag{10}$$

но при предельном переходе $M \to \infty$ из (9) видно, что $\psi_- = 0$, следовательно, $\psi = \psi_+ / 2$, поэтому окончательно из (10) получим:

$$\{ \partial_1^2 + \partial_2^2 - (m_1 + m_2) - 2U \} \psi = 0. \tag{11}$$

Это уравнение совпадает с уравнением (4), полученным из квадрированного уравнения типа Бете-Солпитера (2).

Рассмотрим теперь неквадрированное уравнение для барионов. Оно будет отличаться от рассматривавшегося ранее уравнения тем, что в потенциал взаимодействия мы введем, кроме членов, содержащих γ_5, чисто скалярные члены, а именно: запишем уравнение для барионов в следующем виде:

$$\{ (\partial_1 - M_1)(\partial_2 - M_2)(\partial_3 - M_3) - [N - \frac{(N+1)}{3} (\rho_1 \rho_2 + \rho_1 \rho_3 + \rho_2 \rho_3)] (M^3 - MU) \} \psi = 0$$
$$\rho = i \gamma_5 , \quad \rho^2 = 1. \tag{12}$$

Здесь, как и ранее, $M_j^2 = M^2 + m_j$. Используя технику, разработанную нами в /2/, упростим это уравнение за счет предельного перехода $M \to \infty$. Для этого введем проекционные операторы:

$$\Gamma_0 = \frac{1}{8} (1 + \rho_1 \rho_2)(1 + \rho_1 \rho_3)(1 + \rho_2 \rho_3) = \frac{1}{4} (1 + \rho_1 \rho_2 + \rho_1 \rho_3 + \rho_2 \rho_3)$$
$$\Gamma_1 = \frac{1}{8} (1 - \rho_1 \rho_2)(1 - \rho_1 \rho_3)(1 + \rho_2 \rho_3) = \frac{1}{4} (1 - \rho_1 \rho_2 - \rho_1 \rho_3 + \rho_2 \rho_3)$$
$$\Gamma_2 = \frac{1}{8} (1 - \rho_1 \rho_2)(1 + \rho_1 \rho_3)(1 - \rho_2 \rho_3) = \frac{1}{4} (1 - \rho_1 \rho_2 + \rho_1 \rho_3 - \rho_2 \rho_3)$$
$$\Gamma_3 = \frac{1}{8} (1 + \rho_1 \rho_2)(1 - \rho_1 \rho_3)(1 - \rho_2 \rho_3) = \frac{1}{4} (1 + \rho_1 \rho_2 - \rho_1 \rho_3 - \rho_2 \rho_3)$$

и представим произвольное ψ в виде суммы собственных функций операторов $(\rho_1 \rho_2)$, $(\rho_1 \rho_3)$, $(\rho_2 \rho_3)$:

$$\psi = \psi_0 + \psi_1 + \psi_2 + \psi_3 . \tag{13}$$

Для проекционных операторов имеем:

$$\sum_{j=0}^{3}\Gamma_j = 1 \qquad \text{и потому} \qquad \psi = \sum_{j=0}^{3} \Gamma_j \, \psi \, .$$

Нетрудно убедиться, что это и есть представление (13) , т.е. $\psi_j = \Gamma_j \psi$. Записав теперь уравнения для компонент ψ и подставив в уравнение для ψ_0 значения ψ_j из соответствующих уравнений, получим в пределе большой массы M :

$$\{ \partial_1^2 + \partial_2^2 + \partial_3^2 - \frac{2}{3}(N+1)(m_1 + m_2 + m_3) - A(N)\,U \}\psi = 0 \, . \tag{14}$$

Выделив здесь, как и ранее, движение центра тяжести и относительное движение, получим из (11) для мезонов:

$$M_M^2 = M_{0M}^2 + 2(m_1 + m_2)$$

и из (14) для барионов:

$$M_B^2 = M_{0B}^2 + 2(N+1)(m_1 + m_2 + m_3) \, .$$

Точно так же, вводя в потенциал уравнения для мезонов чисто скалярный член, можно получить аналогичную формулу для мезонов. Вообще здесь нужно указать, что преимущества чисто скалярного потенциала для других кварковых моделей неоднократно отмечались /3,4/ ,и здесь мы пользуемся псевдоскалярным потенциалом только для упрощения задачи. Было бы, вероятно, интересно провести более подробное исследование, включив в потенциал взаимодействия члены, зависящие от спина, изотопспина и четности. Возможно, при этом выяснился бы смысл параметра N , который в данном случае необходим для получения правильного отношения мезон-барионного утяжеления.

В заключение считаю своим приятным долгом выразить глубокую благодарность Н.Н. Боголюбову, А.Н. Тавхелидзе, Д.В. Ширкову и Б.В. Струминскому за ценные обсуждения.

Литература

1. П.Н. Боголюбов. Препринт ОИЯИ Р-2098, Дубна (1965).
2. П.Н. Боголюбов. Препринт ОИЯИ Р-2186, Дубна (1965).
3. H.J.Lipkin, A.N.Tavkhelidze Preprint ICTP, IC/65/54.
4. P.N.Bogolubov, Annales de L'Institut Henri Poincare VIII, 2(1968).

Рукопись поступила в издательский отдел

15 апреля 1969 года.