СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р2 - 4375

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

П.С.Исаев

$K\pi$ -ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ

1969

P2 - 4375

7938/1 пр.

П.С.Исаев

$K\pi$ -ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ

Работа доложена на сессии Отделения ядерной физики АН СССР, 27-30 мая 1969 г, Ленинград.

Введение

В настоящее время происходит интенсивное экспериментальное и теоретическое исследование $K\pi$-взаимодействия. Интерес к этим исследованиям породили, в основном, открытия резонансов в $\pi\pi$ –, πK –, $K\bar{K}$ –системах /1/, возможности определения длин $K\pi$-рассеяния из распадов K-мезонов, из рассеяния K-мезонов на нуклонах, возможности проведения фазового анализа для $K\pi$-рассеяния и $K\bar{K}\to\pi\pi$ – аннигиляционного процесса.

К настоящему времени известен большой набор значений для констант связи $\frac{g^2_{\pi\pi\rho}}{4\pi}$, $\frac{g^2_{\rho K\bar{K}}}{4\pi}$, $\frac{g^2_{K^*\pi K}}{4\pi}$ и др. Эти константы могут быть получены либо с помощью теории возмущений из данных по распадам K, K^*, ρ и др. мезонов, либо с помощью бутстрап-метода, либо с помощью $SU(3)$-симметрии (или других симметрий) и т.д. В данной работе будут использоваться значения констант связи, согласующиеся с предсказаниями $SU(3)$-симметрии.

Известен довольно широкий набор значений длин $K\pi$-рассеяния (см. таблицу 1). В таблице 1 иллюстрируется различие подходов и различие данных. Сейчас рано делать заключения о том, какие из перечисленных длин рассеяния являются наиболее надежными. Можно объединить все данные и записать, что $-0{,}1 \lesssim a_0^{1/2} \lesssim 0{,}4$; $-0{,}2 \lesssim a_0^{3/2} \lesssim 0$; $0 \lesssim a_0^{1/2} - a_0^{3/2} \lesssim 0{,}5$. Заметим, что алгебра токов предсказывает положительные значения длины $a_0^{1/2}$.

$K\pi$-взаимодействие и резонансные состояния $K\pi$-системы исследовались в ряде работ с помощью алгебры токов или правил сумм.

Таблица 1

Авторы, метод определения	$a_0^{1/2}$	$a_0^{3/2}$	$a_0^{1/2} - a_0^{3/2}$
1. A.D.Martin, T.D.Sperman [2] (из. анализа Kp – рассеяния)	-0,07+0,10	-0,16+ 0,06	$0{,}09^{+0{,}16}_{-0{,}16}$
2. B.R.Martin [3] (из K_{ℓ_4} распада)	0,06+0,03	-0,06-0,03	$0{,}12^{+0{,}06}_{-0{,}06}$
3. K.Vasavada, P.Nath, Y.N.Srivastava [4] (из бутстрапа k* – мезонов)	0,078	-	$a_1^{1/2} = 0{,}017$
4. L.Micu [5] (алгебра токов)	0,14	-0,12	0,26
5. G.Costa, C.A.Savoy [6] (правила сумм)	$\vert a_0^{1/2}\vert = (0{,}4 \pm 0{,}1)$	-	-
6. S.Weinberg, [7a] H.Yubuki [7b] (алгебра токов с off-shell correction)	0,24	-0,12	0, 36
7. K. Kawarabajashi, S.Kitakado, H.Yabuki [8] (модель Венециано)	0,201	-0,08	0,29

В большинстве работ делается вывод о необходимости считать $T_0^{1/2}$ – парциальную волну либо имеющей резонансное поведение, либо большой (см., например,/9-11/). Гипотеза о существовании κ-мезона (т.е. резонанса в $T_0^{1/2}$ – волне) обсуждалась в/12/. Недавно появилось сообщение о том, что проводится фазовый анализ для процесса $K^+\pi^+$-рассеяния (из $K^+p \to K^+ \pi^+ \pi^- p$ –реакции)/13/. Экспериментальные данные указывают на наличие пика в $T_0^{1/2}$ – волне при значении M_κ= = 1100 Мэв.

Таким образом, представляется целесообразным провести исследование $K\pi$ – рассеяния в области низких энергий с помощью метода дисперсионных соотношений. В рамках дисперсионного подхода можно получить явные выражения для $T_0^{1/2}$, $T_0^{3/2}$, $T_1^{1/2}$ и $T_1^{3/2}$ – парциальных амплитуд, ввести константы связи или ширины резонансов, получить положения резонансов, длины рассеяния. Имеется возможность проанализировать вопрос: имеет ли $T_0^{1/2}$ волна нерезонансное или резонансное поведение? Вывод дисперсионных соотношений для парциальных s – и p –волн (§1) основан на работах /14-17/.

В §2 анализируются выражения для парциальных волн, полученные в полюсном приближении.

В §3 дана приближенная оценка вкладов различных членов в s – и p – волны $K\pi$ – рассеяния. Указаны границы применимости статического приближения.

В Заключении приводится сводка результатов.

§1. Вывод уравнений для парциальных волн

При исследовании низкоэнергетического рассеяния K-мезонов на π -мезонах будем учитывать только s – и p – волны. В рассеянии особенно важную роль должны играть низколежащие резонансы: K^*-мезон, ρ -мезон и σ -мезон. Другие мезоны, имеющие большие значения масс и моменты ≥ 2 (например, f -мезон), в данной работе не учитываются. Дисперсионные соотношения записываются для парциальных волн $T_0^{1/2}$, $T_0^{3/2}$, $T_1^{1/2}$, $T_1^{3/2}$. Изотопические структурные коэффициенты $T^{1/2}$ и $T^{3/2}$ разлагаются в ряд по парциальным волнам. Разложение проведем для амплитуд рассеяния вперед и назад и ограничимся учётом двух первых парциальных волн:

$$T^i(\nu,+1) = T_0^i(\nu) + 3T_1^i(\nu) + \dots$$
$$T^i(\nu,-1) = T_0^i(\nu) - 3T_1^i(\nu) + \dots \tag{1.1}$$

В работе используются следующие обозначения: ν - квадрат импульса в системе ц.м., $\nu = q^2$, $\omega = \sqrt{\nu+\mu^2}$, $E = \sqrt{\nu + M^2}$, $\frac{M}{\mu} = 3{,}54$, $\mu = 1$, μ - масса π-мезона, M - масса K-мезона. $T^i(\nu,\pm 1)$-изотопические амплитуды с изотопспином $i = 1/2$, $3/2$ для случая рассеяния вперед (+1) или назад (-1), а T_ℓ^i - парциальные волны с моментом $\ell = 0$ или 1.

Ранее[14] были записаны дисперсионные соотношения по переменной ν для произвольного угла для функций $\phi^{(+)}(\nu,z) = A^{(+)}(\nu,z)$ $\phi^{(-)}(\nu,z) = \frac{A^{(-)}(\nu,z)}{s-u}$, где s, u, t - обычные мандельстамовские переменные для $K\pi$-рассеяния, а z - косинус угла рассеяния в системе ц.м. Уравнения для парциальных амплитуд были получены путем интегрирования по полиномам Лежандра.

В данной работе уравнения для парциальных амплитуд получены путем комбинации дисперсионных соотношений для амплитуд рассеяния вперед и назад. Преимущества такого подхода были обсуждены ранее[15,16].

Дисперсионные соотношения для рассеяния вперед имеют вид

$$\phi^{(\pm)}(\nu,+1) = \frac{1}{\pi}\int\limits_{(M+\mu)^2}^{\infty} \operatorname{Im}\phi^{(\pm)}(s',+1)\left[\frac{1}{s'-s} + \frac{1}{s'-u}\right]ds', \tag{1.2}$$

Для перехода под интегралом от переменной S к переменной ν воспользуемся тождеством

$$\frac{1}{s'-s}+\frac{1}{s'-u}=\frac{d\nu'}{\nu'-\nu}+\frac{d\nu'}{k(\nu')}\left[\frac{s'}{2[k(\nu')+\nu'+k(\nu)+\nu]}-\frac{(M^2-\mu^2)^2}{s's-(M^2-\mu^2)}\right], \tag{1.3}$$

где $k(\nu)=\sqrt{(\nu+\mu^2)\quad(\nu+M^2)}=\omega\sqrt{\nu+M^2}$. В тождестве (1.3) второй член справа имеет порядок $0(\frac{1}{M})$ по массе K-мезона и не содержит особенностей на физическом разрезе. Для этого члена вводится обозначение

$$\phi(\nu',\nu)=\frac{1}{k(\nu')}\left[\frac{s'}{2[k(\nu')+\nu'+k(\nu)+\nu]}-\frac{(M^2-\mu^2)^2}{ss'-(M^2-\mu^2)^2}\right]. \tag{1.4}$$

Д.В.Ширков и В.В.Серебряков /17/ предложили эффективный метод учёта высокоэнергетических вкладов в уравнения для парциальных амплитуд низкоэнергетического рассеяния. Суть его состоит в том, что вклад области высоких энергий аппроксимируется полюсным членом. При таком подходе удается сохранить точное условие двухчастичной унитарности и точную кроссинг-симметрию. Аналитичность, естественно, оказывается нарушенной, но лишь вдали от интересующей нас области энергий. В данной работе учёт высокоэнергетических вкладов по методу Ширкова-Серебрякова был использован для того, чтобы свести сложные дисперсионные уравнения к точно решаемым уравнениям. Итак, дисперсионные соотношения (1.2) в низкоэнергетической области для рассеяния вперед могут быть записаны в следующем виде:

$$A^{(+)}(\nu,+1)=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \operatorname{Im} A^{(+)}(\nu',+1)\left[\frac{1}{\nu'-\nu}+\phi(\nu',\nu)\right]d\nu'-\frac{\lambda^{(+)}}{1+\frac{\nu^2}{\nu_1^2}} \tag{1.5a}$$

$$A^{(-)}(\nu,+1)=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\frac{k(\nu)+\nu}{k(\nu')+\nu'}\,\mathrm{Im}\,A^{(-)}(\nu',+1)\left[\frac{1}{\nu'-\nu}+\phi(\nu',\nu)\right]d\nu'. \qquad (1.5б)$$

В выражениях (1.5а) и (1.5б) величины $\lambda^{(+)}$ и ν_1 – положительные параметры, описывающие вклад высоких энергий. Параметр $\lambda^{(+)}$ связан с длиной рассеяния $a_0^{(+)}$ и высокоэнергетическим вкладом теми же соотношениями, что и в работе/17/. Вклад области высоких энергий может быть приближенно оценен и приводит к значениям $\lambda^{(+)}\approx 0{,}5-1$ при значениях полного сечения $K\pi$-рассеяния $\sigma=$ 10-15 Мэв, константы обрезания $\nu_g\approx 15-20$ (начиная с которой амплитуда выходит в область высоких энергий) и $\nu_1\approx 20-30$.

Дисперсионные соотношения для амплитуды рассеяния назад (см. уравнения (12) из работы/14/) имеют простую запись в переменных ν.

Вклад от третьего разреза приближенно описывается вкладами от ρ -мезона и σ -мезона в виде полюсных членов. Неточности, возникающие от этой, вполне естественной аппроксимации, не превышают неопределенности в данных по длинам рассеяния (см. таблицу 1) или даже по константе связи $\frac{g^2_{\pi\pi\rho}}{4\pi}$ x/. Таким образом, для $A^{\pm}(\nu,-1)$ амплитуд дисперсионные соотношения могут быть представлены в виде:

$$A^{(+)}(\nu,-1)=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\frac{A^{(-)}(\nu',-1)\,d\nu'}{\nu'-\nu}+\frac{g_{\pi\pi\sigma}\,g_{\sigma K\bar K}}{4\sqrt{6}\,(\nu_\sigma+1+\nu)}-\frac{\lambda^{(-)}}{1+\dfrac{\nu^2}{\nu_2^2}} \qquad (1.6а)$$

$$A^{(-)}(\nu,-1)=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\frac{k(\nu)}{k(\nu')}\cdot\frac{\mathrm{Im}\,A^{(-)}(\nu',-1)\,d\nu'}{\nu'-\nu}+\frac{g_{\pi\pi\rho}\,g_{\rho K\bar K}}{8(\nu_\rho+1+\nu)}\,\omega\,. \qquad (1.6б)$$

---

x/ Значения константы связи $\frac{g^2_{\pi\pi\rho}}{4\pi}$, используемые в литературе, колеблются в широких пределах $1{,}4\lesssim\frac{g^2_{\pi\pi\rho}}{4\pi}\lesssim 2{,}8$.

Константы $\lambda^{(-)}$ и ν_2 играют ту же роль, что и в соотношениях (1.5). Из требования $\lim\limits_{\nu\to\infty} A^{(-)}(\nu,\pm 1)\approx\frac{1}{\nu}$ следуют дополнительные условия:

$$\int_0^\infty \frac{2\,\mathrm{Im}\,A^{(-)}(\nu',+1)\,d\nu'}{k'+\nu'}+\int_0^\infty \frac{\mathrm{Im}\,A^{(-)}(\nu',+1)}{k'+\nu'}\left(\frac{s'}{2k'}-\frac{(M^2-\mu^2)^2}{2s'}\right)d\nu'=0 \tag{1.7}$$

$$\int_0^\infty \frac{\mathrm{Im}\,A^{(-)}(\nu',-1)\,d\nu'}{k(\nu')}=0.$$

Эти условия вводятся в дисперсионные соотношения (1.5) и (1.6). Воспользуемся далее следующими приближениями:

$$k(\nu)=\omega\sqrt{\nu+M^2}\approx\omega M\left(1+\frac{\nu}{2M^2}\right)$$

(это приближение вносит ошибку от 8 до 15%)

$$\frac{k(\nu)}{k(\nu')}\approx\frac{\omega}{\omega'}-\frac{\omega(\nu'-\nu)}{\omega'(2M^2+\nu')}$$

$$\frac{k(\nu)+\nu}{k(\nu')+\nu'}\approx\frac{\omega}{\omega'}-\frac{\nu'-\nu}{M\omega'}\,f(\nu',\nu) \tag{1.8}$$

$$f(\nu',\nu)=\frac{\dfrac{\omega\omega'+\mu^2}{\omega'+\omega}+\dfrac{\omega'\omega}{2M}}{\omega'+\dfrac{\nu'}{M}+\dfrac{\omega'\nu'}{2M^2}}.$$

Складывая и вычитая дисперсионные соотношения для рассеяния вперед и назад (1.5), (1.6) и используя формулы (1.1), (1.7), (1.8), получим окончательную форму дисперсионных соотношений для парциальных амплитуд:

$$T_0^{1/2}(\omega)=\frac{1}{\pi}\int_1^\infty\frac{\mathrm{Im}\,T_0^{1/2}(\omega')d\omega'}{\omega'-\omega}+\frac{1}{3\pi}\int_1^\infty\frac{[4\,\mathrm{Im}\,T_0^{3/2}(\omega')-\mathrm{Im}\,T_0^{1/2}(\omega')]d\omega'}{\omega'+\omega}-\frac{1}{2}\sum_i P_i+$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty\{\mathrm{Im}\,T_0^{1/2}(\nu')F_{(0,1/2)}^{(0,1/2)}(\nu',\nu)+\mathrm{Im}\,T_1^{1/2}(\nu')F_{(0,1/2)}^{(1,1/2)}(\nu',\nu)+\mathrm{Im}\,T_0^{3/2}(\nu')F_{(0,1/2)}^{(0,3/2)}(\nu',\nu)+ \quad (1.9а)$$

$$+\mathrm{Im}\,T_1^{3/2}(\nu')F_{(0,1/2)}^{(1,3/2)}(\nu',\nu)\}\,d\nu'$$

$$T_0^{3/2}(\omega)=\frac{1}{\pi}\int_1^\infty\frac{\mathrm{Im}\,T_0^{3/2}(\omega')d\omega'}{\omega'-\omega}+\frac{1}{3\pi}\int_1^\infty\frac{[2\,\mathrm{Im}\,T_0^{1/2}(\omega')+\mathrm{Im}\,T_0^{1/2}(\omega')]d\omega'}{\omega'+\omega}-\frac{1}{2}\sum_i R_i+$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty\{\sum_{\substack{i=0,1\\ k=1/2,\,3/2}}\mathrm{Im}\,T_i^k(\omega')F_{(0,3/2)}^{(i,k)}(\omega',\omega)\}\,d\nu' \qquad (1.9б)$$

$$T_1^{1/2}(\omega)=\frac{1}{\pi}\int_1^\infty\frac{\mathrm{Im}\,T_1^{1/2}(\omega')d\omega'}{\omega'-\omega}+\frac{1}{3\pi}\int_1^\infty\frac{[4\,\mathrm{Im}\,T_1^{3/2}(\omega')-\mathrm{Im}\,T_1^{1/2}(\omega')]d\omega'}{\omega'+\omega}-\frac{1}{6}\sum_i Q_i+$$

$$+\frac{1}{6\pi}\int_0^\infty\{\sum_{\substack{i=0,1\\ k=1/2,\,3/2}}\mathrm{Im}\,T_i^k(\nu')F_{(1,1/2)}^{(i,k)}(\nu',\nu)\}\,d\nu' \qquad (1.9в)$$

$$T_1^{3/2}(\omega)=\frac{1}{\pi}\int_1^\infty\frac{\mathrm{Im}\,T_1^{3/2}(\omega')d\omega'}{\omega'-\omega}+\frac{1}{3\pi}\int_1^\infty\frac{[2T_1^{1/2}(\omega')+\mathrm{Im}\,T_1^{3/2}(\omega')]d\omega'}{\omega'+\omega}-\frac{1}{6}\sum_i V_i+$$

$$+\frac{1}{6\pi}\int_0^\infty\sum_{\substack{i=0,1\\ k=1/2,\,3/2}}\mathrm{Im}\,T_i^k(\nu')F_{(1,3/2)}^{(i\,k)}(\nu',\nu)\,d\nu' \qquad (1.9г)$$

$$\sum_i P_i=-\frac{g_{\pi\pi\rho}\,g_{\rho K\bar K}}{4(\nu_\rho+1+\nu)}\,\omega-\frac{g_{\pi\pi\sigma}\,g_{\sigma K\bar K}}{4\sqrt{6}(\nu_\sigma+1+\nu)}+\frac{\lambda_1}{\nu_1^2+\nu^2}+\frac{\lambda_2}{\nu_2^2+\nu^2} \qquad (1.10а)$$

$$\sum_i R_i=+\frac{g_{\pi\pi\rho}\,g_{\rho K\bar K}}{8(\nu_\rho+1+\nu)}\,\omega-\frac{g_{\pi\pi\sigma}\,g_{\sigma K\bar K}}{4\sqrt{6}(\nu_\sigma+1+\nu)}+\frac{\lambda_1}{\nu_1^2+\nu^2}+\frac{\lambda_2}{\nu_2^2+\nu^2} \qquad (1.10б)$$

$$\sum_i Q_i=+\frac{g_{\pi\pi\rho}\,g_{\rho K\bar K}}{4(\nu_\rho+1+\nu)}\,\omega+\frac{g_{\pi\pi\sigma}\,g_{\sigma K\bar K}}{4\sqrt{6}(\nu_\sigma+1+\nu)}+\frac{\lambda_1}{\nu_1^2+\nu^2}-\frac{\lambda_2}{\nu_2^2+\nu^2} \qquad 1.10в)$$

$$\sum_i V_i=-\frac{g_{\pi\pi\rho}\,g_{\rho K\bar K}}{8(\nu_\rho+1+\nu)}\,\omega+\frac{g_{\pi\pi\sigma}\,g_{\sigma K\bar K}}{4\sqrt{6}(\nu_\sigma+1+\nu)}+\frac{\lambda_1}{\nu_1^2+\nu^2}-\frac{\lambda_2}{\nu_2^2+\nu^2} \qquad (1.10г)$$

$$\omega_\rho=\sqrt{\nu_\rho+1}\,;\quad \lambda_1=\lambda^{(+)}\cdot\nu_1^2\,;\quad \lambda_2=\lambda^{(-)}\cdot\nu_2^2\,.$$

Функции $F^{(\ell_j)}_{(ik)}$ выражаются через функции ϕ, ψ, χ :

$$F^{(0,1/2)}_{(0,1/2)} = \frac{1}{3} F^{(1,1/2)}_{(1,1/2)} = \frac{1}{3}[\phi + \psi - \chi]; \quad F^{(0,3/2)}_{(0,1/2)} = \frac{1}{3}[\phi - \psi + \chi];$$

$$F^{(1,1/2)}_{(0,1/2)} = \phi + \psi + \chi; \quad F^{(1,3/2)}_{(0,1/2)} = 2\phi - \psi - \chi; \quad F^{(1,3/2)}_{(0,3/2)} = 2\phi + \frac{1}{2}\psi + \frac{1}{2}\chi;$$

$$F^{(0,1/2)}_{(0,3/2)} = \frac{1}{6} F^{(1,3/2)}_{(1,1/2)} = \frac{1}{3}[\phi - \frac{1}{2}\psi + \frac{1}{2}\chi]; \quad F^{(1,1/2)}_{(0,3/2)} = \frac{1}{2} F^{(1,3/2)}_{(0,1/2)} = \phi - \frac{1}{2}\psi - \frac{1}{2}\chi \quad (1.11)$$

$$F^{(0,3/2)}_{(0,3/2)} = \frac{1}{3} F^{(1,3/2)}_{(1,3/2)} = \frac{1}{3}[2\phi + \frac{1}{2}\psi - \frac{1}{2}\chi]; \quad F^{(0,3/2)}_{(1,1/2)} = \frac{1}{3}[\phi - \psi - \chi]; \quad F^{(0,1/2)}_{(1,1/2)} = \frac{1}{3} F^{(1,1/2)}_{(0,1/2)};$$

$$F^{(0,1/2)}_{(1,3/2)} = \frac{1}{3} F^{(1,1/2)}_{(0,3/2)} = F^{(0,3/2)}_{(1,1/2)}; \quad F^{(0,3/2)}_{(1,3/2)} = \frac{1}{3} F^{(1,3/2)}_{(0,3/2)}; \quad F^{(1,1/2)}_{(1,3/2)} = 3 F^{(0,1/2)}_{(0,3/2)},$$

где:

$$\Psi = 2\frac{\omega}{\omega'}\phi - 2\frac{f}{M\omega'} - 2\frac{\nu' - \nu}{M\omega'}\phi f + \frac{4}{k' + \nu'} - \frac{s' - \frac{(M^2 - \mu^2)^2}{s'}}{k'(k' + \nu')}$$

$$\chi = \frac{\omega}{Mk'} - \frac{2}{k'}. \qquad (1.12)$$

В дисперсионных соотношениях (1.9) в каждой парциальной волне первые два интеграла имеют порядок $O(1)$ в разложении по массе K-мезона, а подинтегральные выражения в фигурных скобках - третьи интегралы - имеют порядок $O(\frac{1}{M})$. Вклад $\pi\pi$ -взаимодействия в πK-взаимодействие входит в дисперсионные соотношения (1.9) аддитивно в виде полюсных членов через ΣP_i, ΣQ_i, ΣR_i, ΣV_i и удовлетворяет точным соотношениям, налагаемым на эти вклады:

$$G_s^{(\pm)}(\omega) = -3\,G_p^{(\pm)}(\omega),$$

где $G_s^{(\pm)}$ – вклад $\pi\pi$-взаимодействия в s-волну πk-рассеяния, а $G_p^{(\pm)}$ – вклад $\pi\pi$ – взаимодействия в p-волну πk-рассеяния/19,20/.

Применимость статического приближения в πN-рассеянии имеет хорошо известные границы. Оно основано на малости отношения массы π-мезона к массе нуклона $\left(\frac{\mu}{M} \approx \frac{1}{7}\right)$. Отношение массы π-мезона к массе К-мезона в два раза хуже $\left(\frac{\mu}{M} \approx \frac{1}{3,5}\right)$. Поэтому статическим приближением в $K\pi$-рассеянии нужно пользоваться весьма осторожно. То, что оно верно вблизи порога,– это несомненно. Вопрос о том, как далеко по энергии π-мезона можно пользоваться статическим приближением, можно решить только после сравнения вкладов членов $0\left(\frac{1}{M}\right)$ с вкладами от остальных членов.

В уравнениях (1.9) разобьем каждую парциальную волну на части: члены $0(1)$ (статические члены) + полюсные члены + члены $0\left(\frac{1}{M}\right)$ (1.13). Из приближенной оценки вкладов различных частей, приведенной в §3, следует, что вклад членов $0\left(\frac{1}{M}\right)$ в области $\nu \lessapprox 10$ составляет 40%. Подобный же порядок величин вкладов $0\left(\frac{1}{M}\right)$ получается из формул для поправок к s-и p-волнам, полученным в работах/21-22/. Возможность использования статического приближения в уравнениях (1.9) до таких, относительно больших, энергий объясняется тем, что вклад высоких энергий учитывается полюсными членами $\frac{\lambda_1}{\nu^2+\nu_1^2}$ и $\frac{\lambda_2}{\nu^2+\nu_2^2}$. Пренебрегая членами $0\left(\frac{1}{M}\right)$ в уравнениях (1.9), мы, по существу, получаем квазистатическое, а не статическое приближение.

В квазистатическом приближении (в дальнейшем для простоты будем называть его статическим) дисперсионные соотношения (1.9) расщепляются на две независимых системы уравнений – систему для s-волн и систему для p-волн. Кроссинг-симметрия, соответствующая статическому пределу, содержится в явном виде. Каждая из двух систем уравнений (одна- для s-волн, другая – для p-волн) может быть точно решена методом Вандерса/23/. Обобщение метода Вандерса на случай матриц произвольного ранга дано В.А.Мещеряковым/24/.

§2. Анализ выражений для s – и p – волн, полученных в полюсном приближении

Решение уравнений (1.9) методом Вандерса и анализ этих решений будут даны в следующей работе. Здесь же рассмотрим запись выражений для парциальных волн (1.9) в полюсном приближении.

Предположим, что в $\pi K - \pi K$ и $\pi\pi - K\bar{K}$ системах в области низких энергий основной вклад дают резонансные состояния: κ – мезон ($T_0^{1/2}$ – волна) и K^*– мезон ($T_1^{1/2}$ – волна) из канала рассеяния и σ –мезон и ρ – мезон из аннигиляционного канала. С учётом только этих резонансов и в приближении нулевой ширины соотношения (1.9а – 1.9г) запишутся в следующей форме (без членов $0(\frac{1}{M})$):

$$T_0^{1/2}(\omega)=g^2_{\pi K\kappa}G(M_\kappa)\left[\frac{1}{\omega_\kappa-\omega}-\frac{1}{3(\omega_\kappa+\omega)}\right]+\omega\frac{g_{\pi\pi\rho}g_{\rho K\bar{K}}}{8(\nu_\rho+1+\nu)}+\frac{g_{\pi\pi\sigma}\,g_{\sigma K\bar{K}}}{8\sqrt{6}(\nu_\sigma+1+\nu)}-\frac{\lambda^{(+)}}{2(1+\frac{\nu^2}{\nu_1^2})}\quad(2.1а)$$

$$T_0^{3/2}(\omega)=g^2_{\pi K\kappa}G(M_\kappa)\left[\frac{2}{3(\omega_\kappa+\omega)}\right]-\omega\frac{g_{\pi\pi\rho}g_{\rho K\bar{K}}}{16(\nu_\rho+1+\nu)}+\frac{g_{\pi\pi\sigma}\,g_{\sigma K\bar{K}}}{8\sqrt{6}(\nu_\sigma+1+\nu)}-\frac{\lambda^{(+)}}{2(1+\frac{\nu^2}{\nu_1^2})}\quad(2.1б)$$

$$T_1^{1/2}(\omega)=g^2_{\pi KK^*}G(M_{K^*})\left[\frac{1}{\omega_{K^*}-\omega}-\frac{1}{3(\omega_{K^*}+\omega)}\right]-\frac{g_{\pi\pi\rho}g_{\rho K\bar{K}}}{24(\nu_\rho+1+\nu)}\omega-\frac{g_{\pi\pi\sigma}\,g_{\sigma K\bar{K}}}{24\sqrt{6}(\nu_\sigma+1+\nu)}-\frac{\lambda^{(+)}}{6(1+\frac{\nu^2}{\nu_1^2})}\quad(2.1в)$$

$$T_1^{3/2}(\omega)=g^2_{\pi KK^*}G(M_{K^*})\frac{2}{3(\omega_{K^*}+\omega)}+\omega\frac{g_{\pi\pi\rho}\,g_{\rho K\bar{K}}}{48(\nu_\rho+1+\nu)}-\frac{g_{\pi\pi\sigma}\,g_{\sigma K\bar{K}}}{24\sqrt{6}(\nu_\sigma+1+\nu)}-\frac{\lambda^{(+)}}{6(1+\frac{\nu^2}{\nu_1^2})}\quad(2.1г)$$

где $G(M_a)=\frac{M_a^2+M^2-1}{4M_a^3}$. Предполагается, что величина $\lambda^{(-)}$ мала по сравнению с величиной $\lambda^{(+)}$ и поэтому вклад от нее не вошел в соотношения (2.1). Из условий $T_1^{1/2}(\omega=1)=T_1^{3/2}(\omega=1)=0$ получается связь констант

$$g^2_{\pi K K^*} \frac{G(M_{K^*})}{\omega^2_{K^*}-1} = \frac{g_{\pi\pi\rho}\, g_{\rho K \bar{K}}}{32(\nu_\rho+1)} . \qquad (2.2)$$

Используя экспериментальные значения для ширины K^* - мезона $\Gamma_{K^*} = 50$ Мэв, массы $M_{K^*} = 890$ Мэв и массы $M_\rho = 780$ Мэв ($\nu_\rho = 6{,}46$), получим

$$\frac{g^2_{\pi K K^*}}{4\pi} = 1{,}65 ; \quad \frac{g_{\pi\pi\rho}\, g_{\rho K \bar{K}}}{4\pi} = 4{,}81 . \qquad (2.3)$$

Значение константы $\frac{g_{\pi\pi\rho}\, g_{\rho K \bar{K}}}{4\pi} = 4{,}81$ оказывается примерно в два раза больше предсказываемой в рамках $SU(3)$ - симметрии. Возможно, что такое увеличение константы $\frac{g_{\pi\pi\rho}\, g_{\rho K \bar{K}}}{4\pi}$ связано с возрастанием форм-факторной функции в области нефизического распада $\rho \to K + \bar{K}$.

Поправки $0(\frac{1}{M})$ к парциальным волнам имеют довольно громоздкий вид:

$$0(T^{1/2}_0) = \frac{1}{2} \{ g^2_{\pi K K} G(M_K)\, F^{0,1/2}_{0,1/2} (\omega_K) + g^2_{\pi K K^*} G(M_{K^*})\, F^{1,1/2}_{0,1/2} (\omega_{K^*}) \} \qquad (2.4а)$$

$$0(T^{3/2}_0) = \frac{1}{2} \{ g^2_{\pi K K} G(M_K)\, F^{0,1/2}_{0,3/2} (\omega_K) + g^2_{\pi K K^*} G(M_{K^*})\, F^{1,1/2}_{0,3/2} (\omega_{K^*}) \} \qquad (2.4б)$$

$$0(T^{1/2}_1) = \frac{1}{6} \{ g^2_{\pi K K} G(M_K)\, F^{0,1/2}_{1,1/2} (\omega_K) + g^2_{\pi K K^*} G(M_{K^*})\, F^{1,1/2}_{1,1/2} (\omega_{K^*}) \} \qquad (2.4в)$$

$$0(T_1^{3/2})=\frac{1}{6}\ \{ g^2_{\pi K\kappa} G(M_\kappa)\cdot F^{0,1/2}_{1,3/2}(\omega_\kappa)+g^2_{\pi K K^*} G(M_{K^*}) F^{1,1/2}_{1,3/2}(\omega_{K^*})\}\ . \qquad (2.4г)$$

Подставляя значения (2.3) в соотношения (2.1), получим на пороге

$$\frac{g_{\pi\pi\sigma}\, g_{\sigma K K}}{24\sqrt{6}(\nu_\sigma+1)}+\frac{\lambda^{(+)}}{6}=0{,}387\,. \qquad (2.5)$$

Поправки $0(T_1^{1/2})$ и $0(T_1^{3/2})$, без множителя $\frac{1}{4\pi}$, на пороге равны, соответственно, 0,022 и 0,012 и, фактически, не меняют соотношений (2.3) и (2.5).

Перейдем к анализу s - волн. Предположим, что в πK - рассеянии, как и в πN - рассеянии, выполняется гипотеза ρ-доминантности /25/). Тогда из (2.1а,б), (2.3) и (2.4а,б) следует

$$a_0^{1/2}=\frac{1}{4\pi}T_0^{1/2}=0{,}080;\quad a_0^{3/2}=\frac{1}{4\pi}T_0^{3/2}=-0{,}040\,.$$

Совместное решение соотношений (2.1) и (2.4) приводит в этом случае к системе трех уравнений:

$$\begin{aligned}
&0{,}307\, g^2_{\pi K\kappa}+0{,}121\, g_{\pi\pi\sigma}\, g_{\sigma K\bar{K}}-10\,\lambda^{(+)}=1{,}706\\
&0{,}126\, g^2_{\pi K\kappa}+0{,}121\, g_{\pi\pi\sigma}\, g_{\sigma K\bar{K}}-10\,\lambda^{(+)}=-2{,}366 \qquad (2.6)\\
&0{,}0155\, g^2_{\pi K\kappa}+0{,}121\, g_{\pi\pi\sigma}\, g_{\sigma K\bar{K}}+10\,\lambda^{(+)}=24{,}037.
\end{aligned}$$

Из (2.6) получаем (в предположении, что $M_\kappa = 1100^{13}$ Мэв):

$$\frac{g^2_{\pi K \kappa}}{4\pi} = 1,791\,(\text{или } \Gamma_\kappa \approx 370 \text{ MeV});\ \frac{g_{\pi\pi\sigma}\, g_{\sigma K\bar{K}}}{4\pi} = 6,079;\ \frac{\lambda^{(+)}}{4\pi} = 0,115\,. \qquad (2.7)$$

Все цифры находятся в разумном согласии с имеющимися данными. Предсказываемая ширина κ - мезона с квантовыми числами $J^P(0^+)$ равна 350 - 400 Мэв. Если предположить, что гипотеза ρ - доминантности справедлива, но κ - мезон не существует, то система (2.1а - 2.1г) с учётом поправок $0(\frac{1}{M})$ оказывается несовместной. Она ведет к требованию обращения в нуль поправок $0(\frac{1}{M})$, что заведомо неверно. Если же отказаться от гипотезы ρ - доминантности и существования κ - мезона, то получим следующие значения для искомых констант

$$1,584 < \frac{g_{\pi\pi\sigma}\, g_{\sigma K\bar{K}}}{4\pi} < 10,608\,;\ 0,064 < \frac{\lambda^{(+)}}{4\pi} < 0,172;\ 0 < a_0^{1/2} < 1,37\,;$$

$$-1,37 < a_0^{3/2} < 0;\ a_0^{1/2} - a_0^{3/2} = 1,37\,. \qquad (2.8)$$

Разность длин рассеяния оказывается довольно большой по сравнению с имеющимися данными. Из проведенного рассмотрения следует, что гипотезы о существовании κ - мезона и ρ доминантности более предпочтительны, чем отказ от них.

§3. Оценка вкладов $0(\frac{1}{M})$

В таблицах II – V дано сравнение вкладов $0(\frac{1}{M})$, рассчитанных по формулам (2.4), с вкладами от полюсов из канала рассеяния (κ и

K^*) обозначенными $0(1)$, и вкладом полюсов из кроссинг-канала и $\lambda^{(+)}$,обозначаемым Σ с учётом значений (2.3) и (2.7). Такое разбиение вкладов соответствует разбиению (1.13).

Таблица 2

$T_0^{1/2}$

ν	ω	$0(1)$ (вклад κ -мезона)	Σ (вклад от ρ, σ и $\lambda^{(+)}$-полюсов)	$0(\frac{1}{M})$	$T_0^{1/2}$
0	1	0,0256	0,0596	-0,0047	0,0805
3	2	0,0523	0,0840	-0,0025	0,1338
8	3	0,3363	0,0774	0,0002	0,4139

Таблица 3

$T_0^{3/2}$

ν	ω	$0(1)$ (вклад от κ мезона)	Σ (вклад от ρ, σ и $\lambda^{(+)}$-полюсов)	$0(\frac{1}{M})$	$T_0^{3/2}$
0	1	0,0108	-0,0616	0,0108	-0,0400
3	2	0,0087	-0,0873	0,0087	-0,0699
8	3	0,0073	-0,0894	0,0056	-0,0765

Таблица 4

$T_1^{1/2}$

ν	ω	$0(1)$ (вклад от K^* мезона)	Σ (вклад от ρ, σ и $\lambda^{(+)}$ полюсов)	$0(\frac{1}{M})$	$T_1^{1/2}$
0	1	0,0569	-0,0586	0,0017	0
3	2	0,2975	-0,0664	0,0025	0,2336
8	3	-0,1200	-0,0618	0,0033	-0,1785

Таблица 5

$T_1^{3/2}$

ν	ω	0(1) (вклад от K* – мезона)	Σ (вклад от ρ, σ и $\lambda^{(+)}$полюсов)	$0(\frac{1}{M})$	$T_1^{3/2}$
0	1	0,0170	–0,0180	0,0010	0
3	2	0,0130	–0,0089	0	0,0041
8	3	0,0105	–0,0035	–0,0010	0,0060

Поправки $0(\frac{1}{M})$ начинают быстро расти с $\nu \gtrsim 10$. Это следует из того, что функции f и χ пропорциональны ω. Вклады членов $0(1)$ и Σ убывают с ростом ω. В резонансные волны $T_0^{1/2}$ и $T_1^{1/2}$ основной вклад дают интегралы в смысле главного значения (т.е. κ – и $K*$ – мезоны). В малые волны вклад от $\rho, \sigma, \lambda^{(+)}$ полюсов либо сравним с вкладом от $K*$ – мезона (в $T_1^{3/2}$ – волне), либо является основным (в $T_0^{3/2}$ – волне). Поправки $0(\frac{1}{M})$ вносят наибольший вклад на пороге и при достаточно высоких энергиях π – мезона ($\omega \gtrsim 500$ Мэв). Таким образом, квазистатическое приближение (т.е. учёт вклада высоких энергий с помощью полюсных членов) можно считать хорошим вплоть до $\nu \approx 10$ (или до $\omega \approx 500$ Мэв).

Заключение

Основная цель работы состояла в том, чтобы убедиться, можно ли на основе дисперсионных соотношений, хотя бы в довольно грубых предположениях, получить непротиворечивое описание совокупности имеющихся данных по $K\pi$ – рассеянию? В работе дается утвердительный ответ. Учёт других, более высоких, резонансных состояний и точный учёт полюсных членов, описывающих вклад высоких энергий, не могут изменить принципиальные результаты этой работы. При проведении фазового анализа, очевидно, понадобится учесть и то, и другое.

Перечислим результаты.

1. Получены дисперсионные соотношения для парциальных s и p-волн πK - рассеяния с учётом коротковолнового отталкивания по методу Ширкова-Серебрякова.

2. В квазистатическом приближении система уравнений расщепляется на две независимые системы уравнений: одна - для s - волн, другая для p - волн. Решения этих систем могут быть сконструированы с помощью метода Вандерса.

3. Результаты, согласующиеся с известными данными по $K\pi$ - рассеянию, могут быть получены в том случае, когда предполагается, что $T_0^{1/2}$ - волна имеет резонансное поведение (κ - резонанс с квантовыми числами $J^P = 0^+$). Положение и ширина κ - резонанса лежат в пределах $M_\kappa = 1100$ Мэв и 350 Мэв $\lesssim \Gamma_\kappa \lesssim$ 400 Мэв. Для длин рассеяния получены следующие значения:

$$a_0^{1/2} = 0{,}08\,;\quad a_0^{3/2} = -0{,}04\,;\quad a_0^{1/2} - a_0^{3/2} = 0{,}12\,.$$

4. Указан предел применимости квазистатического приближения ($\omega \lesssim$ 500 Мэв).

В заключение приношу глубокую благодарность Д.В.Ширкову, В.В.Серебрякову, В.А.Мещерякову и А.В.Ефремову за полезные обсуждения.

Литература.

1. N.Barash-Schmidt et al. Review of Particle Properties, UCRL 8030, 1968.
2. A.D.Martin, T.D.Sperman. Phys.Rev., 136, B1480 (1964).
3. B.R.Martin. Phys.Rev., 141, 1571 (1966).
4. K.Vasavada, P.Nath, Y.N.Srivastava. Phys.Rev., 163, 1815 (1967).
5. L.Micu. Preprint JINR E2-3793, Dubna (1968).
6. G.Costa, C.A.Savoy. Nuovo Cim., LV1, 1168 (1968).
7. а) S.Weinberg. Phys.Rev. Lett., 17, 616 (1966).
   б) H.Yabuki. Phys.Rev., 170, 1410 (1968).

8. K.Kawarabayashi, S.Kitakado, H.Yabuki. Phys.Lett., 28B,432(1969).

9. V.S.Mathur, L.K.Pandit. Phys.Rev., 143, 1216 (1966).
10. S.Rai, Choundhury, G.C.Joshi. Nuovo Cim., 47A, 680 (1967).
11. Probir Roy. Phys.Rev., 168, 1708 (1968).
12. S.Weinberg, Current Algebra, 14th International Conference on High Energy Physics, Vienna, 1968.
13. B. French. Обзорный доклад. 14th International Conference on High Energy Physics, Vienna, 1968.
14. P.S.Isaev, M.Sewerynski. Nuclear Phys., 22, 663 (1961).
15. П.С.Исаев, В.А.Мещеряков, ЖЭТФ 43, 1339 (1962).
16. Д.В.Ширков, В.В.Серебряков, В.А.Мещеряков, Дисперсионные теории сильных взаимодействий при низких энергиях. Изд-во "Наука", Москва, 1967.
17. В.В.Серебряков, Д.В.Ширков, Ядерная физика, том 6, 400, 1967.
18. C. Lovelace. Pion-Nucleon Phase Shifts, Invoted Paper at the 1966 Berkeley Conf. Preprint CERN TH-705.
19. a). П.С.Исаев, В.И.Лендьел, В.А.Мещеряков. ЖЭТФ 45, ?94 (1963).
b). P.S.Isaev, V.I.Lend'el, and V.A.Meshcherykov, Nucleon structure, ed. by Hofstadter and Schiff, Published by Stanford University Press, 1964.
20. П.С.Исаев. "Роль $\pi\pi$ - взаимодействия в πK- и πN - рассеянии", 1 -ое Международное совещание по нуклон-нуклонным и пион-нуклонным взаимодействиям, Дубна, 11-15 июня, 1968. Препринт ОИЯИ Р1-3971, Дубна 1968.
21. П.С.Исаев, В.А. Мещеряков. Г.М.Радуцкий, А.И.Табаченко. ЖЭТФ 47, 970 (1964).
22. A.N. Wall. Preprints IM So AN SSSR TF 47.
23. G.Wanders. Nuovo Cim., v. XXIII, 817 (1962).
24. В.А.Мещеряков. Препринт ОИЯИ Р-2369, 1965, ДАН 174, 1054 (1967); Phys. Lett., 24B, 63 (1967).
25. J.J.Sakurai. Lectures on "Currents and Mesons", C00 264-430, EFI-68-29.

Рукопись поступила в издательский отдел
7 апреля 1969 года.